ملخص رياضيات

عاشر

الفصل الأول

إعداد

أ. أسرار الشوخي

مكتبة هواة الرياضيات

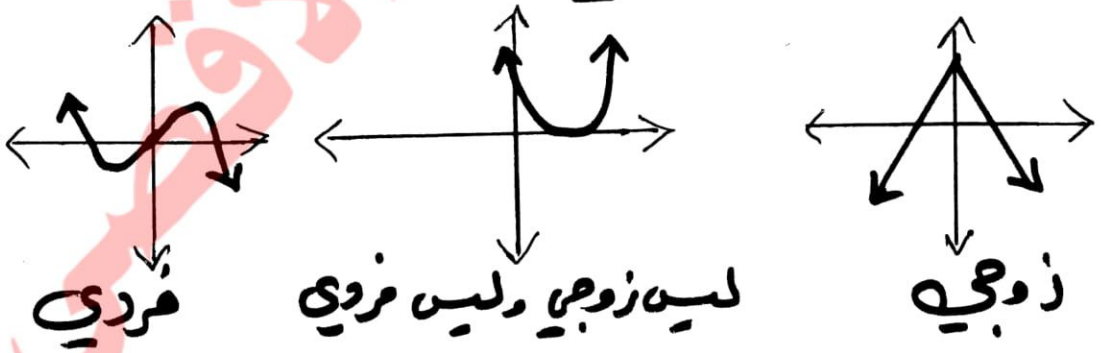
ملخص للصف العاشر - رياضيات - ف (١)

الوحدة الأولى :-

* الاقتران الزوجي ← ق(-س) = ق(س)
← متماثل حول محور الصادات
← تكون الاقتران زوجياً إذا كانت الأسس جميعها زوجية ولا يهم وجود عدد ثابت في الاقتران .
* النقطة (س ، ص) تقع على المنحنى فإنه (-س ، ص) تقع على المنحنى .

* الاقتران الفردي ← ق(-س) = - ق(س)
← متماثل حول نقطة الأصل .
← تكون الاقتران فردياً إذا كانت جميع الأسس فردية بشرط عدم وجود عدد ثابت في الاقتران .
- النقطة (س ، ص) تقع على المنحنى فإنه (-س ، -ص) تقع على المنحنى .

أمثلة :* (س^٤ + ٢ س^٢) ، (٣ س^٦ - س^٢ + ٥) زوجية .
* (س^٣ + ٢ س^٥) ، (٤ س - ٢ س^٣) فردية .
* (س^٣ + ٢ س + ٧) ، (س^٤ + ٥ س^٣ + س) غير ذلك



الانسحاب : ① ق(س) + جـ انسحاب لـ ق(س) بمقدار جـ وحدة إلى أعلى .
② ق(س) - جـ انسحاب لـ ق(س) بمقدار جـ وحدة إلى أسفل
③ ق(س + جـ) انسحاب لـ ق(س) بمقدار جـ وحدة إلى اليسار .
ق(س - جـ) انسحاب لـ ق(س) بمقدار جـ وحدة إلى اليمين

* (س ، ص) $\xrightarrow{\text{انسحاب للأعلى بمقدار ك}}$ (س ، ص + ك)

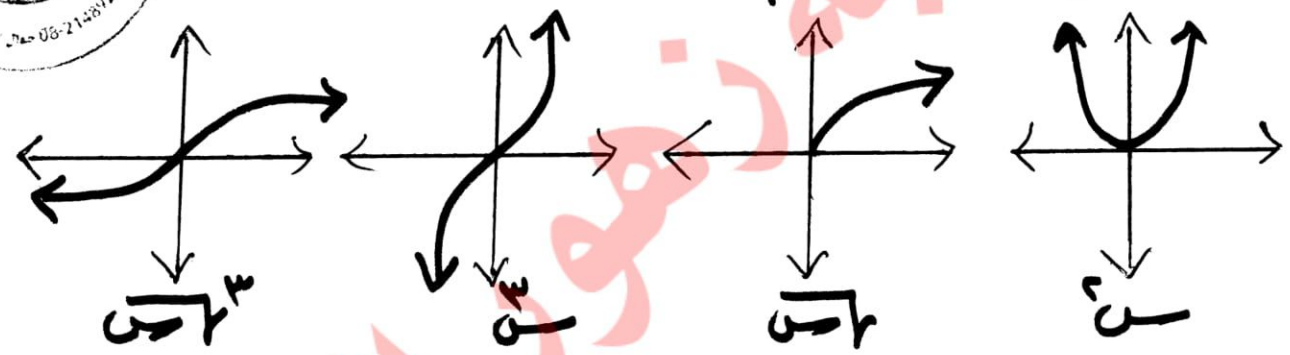
* (س ، ص) $\xrightarrow{\text{انسحاب للأسفل بمقدار ك}}$ (س ، ص - ك)

* (س ، ص) $\xrightarrow{\text{انسحاب لليمين بمقدار ك}}$ (س + ك ، ص)

* (س ، ص) $\xrightarrow{\text{انسحاب لليسار بمقدار ك}}$ (س - ك ، ص)

مكتبة زهور الأقصى
0507965719 جوال 08-2148920

* المنحنيات المطلوبة/



* مثال على الرسم بإكمال المربع :-

ارسم ق(س) = س² + ٢س + ٣ (نضيف ونطرح $(\frac{ب}{٢})^{٢}$)

الحل/ س² + ٢س + ١ - ١ + ٣

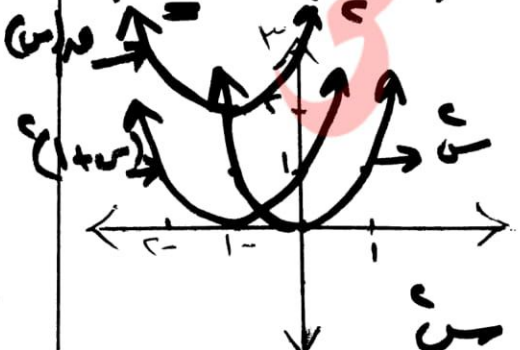
نأخذ جذر الطرفين وإشارة الوسط نجد الناتج = (س + ١)² + ٢

نرسم ق(س) = (س + ١)² + ٢

وذلك بالخطوات التالية/ ١- نرسم س²

٢- انسحاب لليسار وحدة.

٣- انسحاب للأعلى وحدتان.



* الانعكاس :-

* - هـ(س) هو انعكاس لـ هـ(س) في محور السينات .
(س ، ص) تقع على المنحنى فإنه (س ، -ص) تقع على المنحنى .

* هـ (-س) هو انعكاس لـ هـ(س) في محور الصادات .
(س ، ص) تقع على المنحنى فإنه (-س ، ص) تقع على المنحنى .

أمثلة/ - س انعكاس في السينات

(-س) انعكاس في الصادات يبقى كما هو

- ١/٢ س انعكاس في السينات

١/٢ س انعكاس في الصادات

ملاحظات/ - (س)^{٣} = (س)^{٣}
سينات صادات

- ١/٢ س^{٣} = ١/٢ س^{٣}
سينات صادات

* التكبير والتصغير :-

هـ(س) = ق هـ(س)

ق > ١ أو ق < ٠
تكبير

٠ < ق < ١
تصغير

(س ، ص) ← تكبير أو تصغير بمقدار ق ← (س ، ق ص)
نضرب في الصادات

إشارة الاقتران

لتعيين قيم س التي تكون عندها المنحنى للاقتران

- فوق محور السينات: قيم الصادات موجبة ق(س) > ٠
- تحت محور السينات: قيم الصادات سالبة ق(س) < ٠

أولاً :- الاقتران الثابت ق(س) = جـ

- جـ موجبة تكون الاقتران موجب لكل ح
- جـ سالبة تكون الاقتران سالب لكل ح

ثانياً :- الاقتران الخطي ق(س) = أ س + ب

نفس إشارة أ | عكس اشارة أ

صفر الاقتران (ليس له إشارة)

ثالثاً :- الاقتران التربيعي :-

① إذا كان المميز موجباً يعني ب٢ - ٤ أ جـ > ٠ تكون للاقتران جذران أي صفران للاقتران لنفرضهم ل ، م

نفس إشارة معامل س² | عكس إشارة معامل س | نفس إشارة معامل س²

ل | صفر | كبير | صفر | م

② إذا كان المميز = صفر ⇐ تكون للمعادلة جذراً أو صفراً واحداً ولتكن م .

نفس اشارة معامل س² | صفر | نفس اشارة معامل س²

م

③ إذا كان المميز سالب (أقل من صفر) ⇐ لا يوجد أصفار للمعادلة .

المنحنى لا يقطع محور السينات

نفس اشارة معامل س² لكل (ح)

رابعاً / الاقتران النسبي :- $هـ(س) = \frac{ل(س)}{م(س)}$

حيث ل ، م كثيرا حدود ، الأسس عليه موجبة ، $م(س) \neq$ صفر

لإيجاد إشارة الاقتران النسبي : نجد إشارة البسط ، ثم المقام ثم نستخدم قاعدة الإشارات في القسمة ونجد إشارة الاقتران .

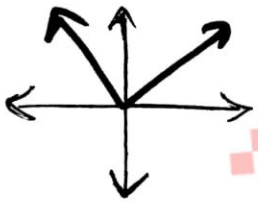
* حل المتباينة / إيجاد قيم س التي تحقق المتباينة .

تذكر :- عند الضرب أو القسمة لعدد سالب نقلب المتباينة .

* لتكوين معادلة تربيعية بمعرفة الجذرين نستخدم القانون /

$س^2$ - (مجموع الجذرين) س + حاصل ضرب الجذرين .

* اقتران القيمة المطلقة /



$|س| = \begin{cases} س ، س \geq 0 \\ -س ، س < 0 \end{cases}$

* اقتران القيمة المطلقة لاقتران تربيعي : "خطوات التمثيل البياني"

١- نجد إحداثيات الرأس ($س = \frac{-ب}{2أ}$ ، $هـ(\frac{-ب}{2أ})$)

٢- نجد أصفار الاقتران وذلك بوضع $هـ(س) = 0$ ، ونحل المعادلة .

٣- نجد المقطع الصادي بوضع $س = 0$ ، وتكون النقطة $(0 ، جـ)$

٤- إذا كان معامل $س^2$ موجب تكون المنحنى مفتوحاً لأعلى ∪

وإذا كان معامل $س^2$ سالباً تكون المنحنى مفتوحاً لأسفل ∩

* اقتران أكبر عدد صحيح :- $[س]$ هو أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي العدد س .

مثل $[٢,٥] = ٢$ ، $[-٣,٧] = -٤$ ، $[-٢] = -٢$.

$[س] = ن \Leftrightarrow ن \leq س < ن+١$ " $ن \in ص$ "

$[أس+ب] = ن \Leftrightarrow ن \leq أس+ب < ن+١$

* يُسمى هذا الاقتران الاقتران السلمي :-

طول الدرجة $\frac{١}{\text{معامل س}}$ موجبة دائماً .

* خطوات رسم الاقتران السلمي :-

① حساب طول الدرجة .

② تقسيم المجال حسب طول الدرجة ورسم ثم كتابة المتباينات للمجال ونضع إشارة المساواة عند الطرف الأول

③ حساب قيم الصادات بالتعويض بقاعدة الاقتران (لقيم س ∈ ح)

* ملاحظة / $[-س]$ هو انعكاس للاقتران $[س]$ في محور الصادات كما عند تمثيله بيانياً نبني الخطوات السابقة ماعدا إشارة المساواة توضع عند الطرف الثاني والتعويض فيها .

ملاحظات

① $[س+أ] = [س]+أ$ " $أ \in ص$ "

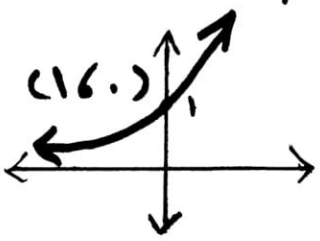
② $ج \times [أ] \neq [ج أ]$ حيث $أ ، ج \in ح$.

③ $[س+أ] \neq [س]+أ$ " أ عدد غير صحيح "

الوحدة الثانية /

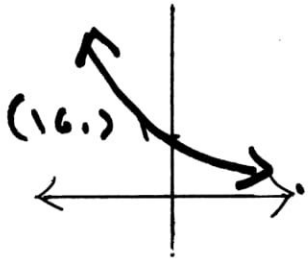
الاقتران الأسي :- $ه(س) = أ^{س}$ ، $أ \neq 1$ ، $أ > 0$ ، $س \in ح$

① $ه(س) = أ^{س}$ بحيث $أ > 1$



- المجال ح ، المدى $ح^{+}$
- يقطع محور الصادات في النقطة (١،٠)
- اقتران متزايد كلما زادت (س) زادت (ص)
- أمثلة عليه $٢^{س}$ ، $٣^{س}$.

② $ه(س) = أ^{س}$ ، $0 < أ < 1$



- نفس الخصائص السابقة ولكنه :-
اقتران متناقص كلما زادت قيم س قلت قيم ص .
- أمثلة عليه $(\frac{1}{2})^{س}$ ، $(\frac{1}{3})^{س}$

ملاحظة :- $(\frac{1}{أ})^{س}$ انعكاس لـ $أ^{س}$ في محور الصادات
حيث $(\frac{1}{أ})^{س} = أ^{-س}$

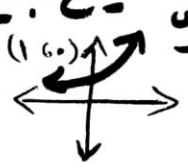
③ $ه(س) = هـ^{س}$ ، $2 < هـ < 3$

هو اقتران أسي طبيعي ، حيث هـ عدد غير نسبي له أهمية خاصة في الرياضيات ويسمى العدد النيبيري = ٢،٧١٨ تقريباً .
نجده على الآلة الحاسبة باستخدام (Shift Ln e)

ملاحظة / - $هـ^{-س}$ هو انعكاس لـ $هـ^{س}$ في محور الصادات .

$هـ^{س}$ هو انعكاس لـ $هـ^{-س}$ في محور الصادات.

* $هـ^{س}$ يقع بين $٢^{س}$ ، $٣^{س}$ ويمثل كالتالي /



مكتبة زهور الأقصى

* الاقتران اللوغاريتمي :- $ص = ل_{ب} س \Leftrightarrow س = ب^{ص}$

صورة أسية ، صورة لوغاريتمية .

- يسمى الاقتران $ص = ل_{ب} س$ حيث $ب > 0$ ، $ب \neq 1$ ، $س > $ صفر اقتراناً لوغاريتمياً .

- اللوغاريتم للأساس 10 يسمى اللوغاريتم العادي ويكتب الأساس ضمناً .
- اللوغاريتم للأساس هـ يسمى اللوغاريتم الطبيعي ،

① $ص = ل_{ب} س$ ، $ب > 1$ [مثل $ل_{ب} س$ ، $ل_{هـ} س$]

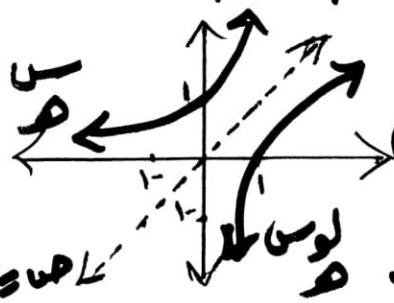
- مجاله $ح^+$ ، مداه ح
- يمر بالنقطة (1،0)
- متزايد
- صورة النقاط على $ص = ب^{س}$ في الخط المستقيم $ص = س$.

② $ص = ل_{ب} س$ ، $0 < ب < 1$ [مثل $ل_{\frac{1}{ب}} س$ ، $ل_{هـ} س$]

نفس الخصائص السابقة لكن :-
- متناقص

ملاحظات :- $ل_{ب} س$ صورة انعكاس للاقتران $ل_{\frac{1}{ب}} س$ في محور السينات ،

③ $ل_{ب} س$ صورة انعكاس للاقتران $ل_{هـ} س$ في الخط المستقيم $ص = س$.



③ إذا كان $ه(س) = ل_{ب}$ (مقدار) فإن مجال $ه(س)$ هو مجموعة قيم س التي تجعل المقدار > صفر .

ASRAR

عاشر

الوحدة الثالثة / الاحصاء والاحتمالات

- شكل الانتشار : هو الشكل الناتج من تعيين النقاط للمتغيرين س ، ص في المستوى الديكارتي .
- الارتباط / علاقة تربط بين المتغيرات إما تكون إيجابية أو سلبية
- الارتباط الخطي / إذا اتخذت النقاط في شكل الانتشار خطاً مستقيماً تقع عليه جميع النقاط أو معظمها .
- الارتباط الغير خطي / إذا لم يتخذ شكل الانتشار خطاً مستقيماً أو وقعت معظم النقاط خارج الخط المستقيم .

* معامل ارتباط بيرسون ر :-

$$ر = \frac{\sum س ص - ن \bar{س} \bar{ص}}{\sqrt{\sum س^2 - ن \bar{س}^2} \sqrt{\sum ص^2 - ن \bar{ص}^2}}$$

$\bar{س} = \frac{\sum س}{ن}$ ، $\bar{ص} = \frac{\sum ص}{ن}$ ، ن = عدد القيم (حجم العينة)

$$-1 \leq ر \leq 1$$

إذا كانت ر = 1 ارتباط إيجابي تام
-1 ارتباط سلبي تام
0.5 وأعلى إيجابي قوي
أقل من 0.5 إيجابي ضعيف
-0.5 ، -0.6 ... -0.9 سلبي قوي
-0.4 ، -0.3 ... -0.1 سلبي ضعيف
(0) لا يوجد ارتباط .

مكتبة زهدي الاقتصادي
0597965719 - 08-2148923

* معامل ارتباط سبيرمان :- "معامل ارتباط الرتب"

- يستخدم في البيانات الوصفية والرقمية
- نرتب القيم في س ، ص تنازلياً أو تصاعدياً .
- إذا تساوت القيم نأخذ الوسط الحسابي للرتب المتماثلة لها .

$$ر = 1 - \frac{6 \sum ف^2}{ن(ن^2 - 1)}$$

ف : الفرق بين رتب س ، ص

$$\sum ف^2 = \frac{-(ر - 1)\, ن (ن^2 - 1)}{6}$$

ن : عدد القيم "حجم العينة"

مثال/ إذا كان معامل ارتباط سبيرمان لـ ٤ أزواج هو ٠,٩ .
جد $\sum ف^2$

$$\sum ف^2 = \frac{-(0{,}9 - 1)\, 4 (16 - 1)}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

* معادلة خط الانحدار $\hat{ص} = P\, س + ب$

حيث $P = \frac{\sum س ص - ن \bar{س} \bar{ص}}{\sum س^2 - ن \bar{س}^2}$

$\bar{س}$ وسط حسابي لقيم س

$\bar{ص}$ وسط حسابي لقيم ص .

$ب = \bar{ص} - P \bar{س}$

خطوات الحل/ نكون جدول س ، ص ، س ص ، $س^2$
- ثم نجد $\bar{س}$ ، $\bar{ص}$
- ثم نعوض لنجد P بالقانون .
- ثم نعوض لنجد ب بالقانون
- ثم نكتب معادلة خط الانحدار بالتركيبة بدلالة P ، ب .

* مبدأ العد / عند إجراء عملية ما على خطوات تتم الخطوة الأولى بطرق ثم الثانية وهكذا .

فتكون عدد الطرق الكلية = عدد طرق الأولى × الثانية وهكذا .

* مضروب العدد ن! = ن(ن-١)(ن-٢) ... ×٣×٢×١

ملاحظة / ٠! = ١ = مضروب العدد صفر = ١ .

* (أ+ب)! ≠ أ! + ب!

(أ-ب)! ≠ أ! - ب!

* التباديل / عدد الترتيبات المختلفة المتكونة لإجراء عملية ما . " عدد الطرق المختلفة مع مراعاة الترتيب .

* بعض القوانين :-

- ل(ن، ر) = ن(ن-١)(ن-٢) ... (ن-ر+١)

مثل ل(٥، ٣) = ٥×٤×٣ .

- ل(ن، ن) = ن! مثل ل(٥، ٥) = ٥!

- ل(ن، ٠) = ١ مثل ل(٧، ٠) = ١

- ل(ن، ١) = ن مثل ل(٩، ١) = ٩ .

- ل(ن، ر) = $\frac{\text{ن!}}{\text{(ن-ر)!}}$ ، ن ≥ ر .

* التوافيق :- هي اختيارات غير مرتبة .

* $\binom{ن}{ر} = \frac{ل(ن،ر)}{ر!} = \frac{ن!}{(ن-ر)!\,ر!}$ ، $ن \geq ر$

* $\binom{ن}{٠} = ١$ ، $\binom{ن}{ن} = ١$ ، $\binom{ن}{١} = ن$

* $\binom{ن}{ر} = \binom{ن}{ن-ر}$ مثل $\binom{٩}{٥} = \binom{٩}{٤}$

* إذا كان $\binom{ن}{ر} = \binom{ن}{م}$ فإن $ن = م$ أو $ر + م = ن$.

* نظرية ذات الحدين :- $(أ + ب)^{ن} = \sum_{ر=٠}^{ن} \binom{ن}{ر} أ^{ن-ر} \times ب^{ر}$

حيث ن عدد طبيعي .

مثلاً $(س + ص)^{٤} = \binom{٤}{٠} س^{٤} ص^{٠} + \binom{٤}{١} س^{٣} ص^{١} + \binom{٤}{٢} س^{٢} ص^{٢}$

$+ \binom{٤}{٣} س^{١} ص^{٣} + \binom{٤}{٤} س^{٠} ص^{٤}$.

* عدد الحدود $= ن + ١$

- الحد العام لمفكوك $(أ + ب)^{ن}$ هو $ح_{ر+١} = \binom{ن}{ر} أ^{ن-ر} ب^{ر}$.

- الحد الأوسط في مفكوك $(أ + ب)^{ن}$

ن زوجية ← يوجد حد أوسط

* رتبته $(\frac{ن}{٢} + ١)$

ن فردية ← يوجد حدان أوسطان

* رتبة الحد الأوسط الأول $\frac{ن+١}{٢}$

* رتبة الحد الثاني : الذي يليه مباشرة

P. أسرار إبراهيم المشرف

مكتبة

زهور الأقصى

قرطاسية

تصوير مستندات

هدايا

ألعاب

طباعة

كروت أفراح

طباعة صور HD

العنوان | رفح – الشابورة – شارع النخلة بجوار مفترق الدخني جنوبا

جوال | 0599739185
جوال | 0592922263

فيس بوك
مكتبة زهور الأقصى