ملزمة أوائل فلسطين

للامتحانات الوزارية في الرياضيات

الفرع العلمي

مع الإجابات التفصيلية

من عام 2019-2022م

إعداد/

أ. فاطمـــــــة الأسطل

أ. جهـــــــاد عدوان

إهداء

إلى من رحلوا وفي الحشا مليون جرح على فراقهم

فأصبحنا نعانق بعضاً مما تبقى من ذكراهم

فهي فقط التي تبقى بعد الفراق.

الى الذين رحلوا بصمت تاركين خلفهم ذكرهم الحسن...

الى روح المعلمة الطاهرة أماني الأسطل

وروح المعلمة الطاهرة أسماء شبير

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الورقة الأولى

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة "الإنجاز"
لعام ٢٠١٩

مدة الامتحان : ساعتان ونصف
التاريخ:١٣/ ٦/٢٠١٩م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول:(٣٠ علامة)

اختر الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) ما قيمة $\lim_{س \to ١} \frac{هـ^{س} - هـ}{لو_{هـ} س}$ ، حيث هـ العدد النيبيري ؟

أ) $-هـ$ ب) -١ ج) ١ د) هـ

٢) أي من الاقترانات الاتية يكون قابلاً للاشتقاق على ع ؟

أ) $ق(س) = [س - ٢]$ ب) $ق(س) = |س - ٢| - |س|$

ج) $ق(س) = [س - ٢] - [س]$ د) $ق(س) = \sqrt{س^{٢} + ٢س + ١}$

٣) اذا كان س =ظاص، فما قيمة $\frac{ء ص}{ء س}$؟

أ) قا^{٢}ص ب) جتا^{٢}ص ج) قاصظاص د) جا^{٢}ص

٤) اذا علمت أن ص = ق(س) ،وأن ق(س)،ق$'$(س) اقترانين قابلين للاشتقاق فما قيمة $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق'(س + هـ) - ق'(س)}{هـ}$؟

أ) $\frac{ء^{٢} ص}{ء س^{٢}}$ ب) $\left(\frac{ء ص}{ء س}\right)^{٢}$ ج) $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ د) $\left(\frac{\Delta ص}{\Delta س}\right)^{٢}$

٥) إذا قطع المستقيم ل منحنى الاقتران ق(س) في النقطتين $(٠ ، ق(٠))$، $(\pi ، ق(\pi))$، فما قياس زاوية ميل المستقيم ل علماً بأن التغير في الاقتران ق(س) في $[٠ ، \pi]$ يساوي $-\pi$ ؟

أ) صفر ب) $\frac{\pi}{٤}$ ج) $\frac{\pi}{٢}$ د) $\frac{\pi ٣}{٤}$

٦) إذا كان ق(س) = س ك(س)، ق(٢) = -٦، ك$'$(٢) = ٤، فما قيمة ق$'$(٢) ؟

أ) -٣ ب) ٢ ج) ٥ د) ١١

٧) إذا علمت أن ق$'$(س) = $\frac{١}{١ - س^{٢}}$، س $\neq \pm ١$، هـ(س) =جاس ،ما قيمة (ق ○ هـ)$'$(س)؟

أ) ١ ب) قاس ج) جتاس د) قتاس

٨) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \sqrt{س^{٢} + ٣س} & ، س \leq ١ \\ ٥س - ٣ & ، س > ١ \end{cases}$، فما قيمة ق$'$(١)؟

أ) ٥ ب) $\frac{٥}{٤}$ ج) صفر د) غير موجودة

٩) إذا علمت أن ص = ع^{٢} ، ع =جاس+جتاس ، فما قيمة $\frac{ء ص}{ء س}$؟

أ) ٢جتا٢س ب) ٢جا٢س ج) -٢جتا٢س د) صفر

أ. جهاد عدوان
أ. فاطمة الأسطل

١٠) إذا كان ن(س) اقتراناً معرفاً في [−١، ١] وكان ن(١) = ٢ ، $\lim_{س \to -١}$ ن(س) = ١. فما العبارة الصحيحة فيما يأتي؟

أ) ن(١) قيمة صغرى محلية
ب) ن(١) قيمة صغرى مطلقة
ج) ن(١) قيمة عظمى محلية
د) ن′(١) = ٠

١١) ما قيمة /قيم الثابت أ التي تجعل الاقتران ن(س) = (أ − ٦)س + ٧ متزايداً على ح

أ) أ < ٢
ب) أ = ٢
ج) أ > ٢
د) أ = −٢

١٢) إذا كان ن(س) اقتراناً كثير حدود من الدرجة الرابعة، فما أكبر عدد ممكن من النقاط الحرجة للاقتران ن(س)؟

أ) ٢
ب) ٣
ج) ٤
د) ٥

١٣) ما مجموعة قيم جـ التي تحددها نظرية رول على الاقتران ن(س) = ٩ في [٠، ٢]؟

أ) ϕ
ب) {٠}
ج)]٠، ٢[
د) [٠، ٢]

١٤) إذا كان ن(س) اقتراناً متصلاً في [١، ٤] ، وكانت ن′(س) > ٠ لجميع س ∈]١، ٤[، وكان للاقتران ن(س) ثلاث نقاط حرجة فقط بحيث ن′(٣) = ٠ فما العبارة الصحيحة مما يأتي؟

أ) ن(٣) > ٠
ب) ن(١) = ن(٤)
ج) ن(٣) < ن(٢)
د) ن(٣) > ن(٢)

١٥) اذا كان ن(س) = $س^{٣} - ٣س^{٢}$ ، س ∈ [−١، ٣] ، ما احداثيات نقطة الانعطاف لمنحنى الاقتران ن(س)؟

أ) (−١، ٤)
ب) (١، −٢)
ج) (٢، −٤)
د) (٠، ٠)

١٦) اذا كان $\begin{vmatrix} أ & ب \\ جـ & ء \end{vmatrix}$ = ٥، فما قيمة $\begin{vmatrix} ٣ب & أ٢ \\ ٣ء & ٢جـ \end{vmatrix}$ ؟

أ) ٣٠
ب) ١٥
ج) −٥
د) −٣٠

١٧) اذا علمت أن س = $\begin{bmatrix} -٣ & ٢ & ٥ \\ -٢ & ٧ & ٣ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة $٣س_{١٢} + ٥س_{٢١}$ ؟

أ) −١٤
ب) −٤
ج) ٤
د) ١٦

١٨) اذا كانت أ مصفوفة من الرتبة ٣×ك ، ب مصفوفة من الرتبة ٢×ن ، جـ مصفوفة من الرتبة ٣ × ٥ ، بحيث جـ = أ.ب ، ما قيم ك، ن على الترتيب ؟

أ) ٥، ٢
ب) ٢، ٥
ج) ٣، ٢
د) ٢، ٣

١٩) ما قيمة / قيم س الموجبة التي تجعل المصفوفة $\begin{bmatrix} س-١ & ٤ \\ ٣ & س \end{bmatrix}$ منفردة؟

أ) ٤
ب) ٣
ج) ٢
د) ١

٢٠) استخدم محمد طريقة كريمر لحل نظام مكون من معادلتين خطيتين بالمتغيرين س ، ص فوجد أن : $|أ_{س}| = |-٢أ| = \frac{١}{٣}|أ_{س}|$ ، $|أ| \neq ٠$

ما قيم س ، ص على الترتيب ؟

أ) ٤، ١٢
ب) ٤، ٦
ج) ٤، −٦
د) −٢، ٦

السؤال الثاني: (٢٠علامة)

أ) اذا كان ن(س) = س^{٣} − ٦س^{٢} + ٩س ، س ∈ [١ ، ٥] ، أوجد كلاً مما يلي:

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ن(س) .

٢) القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ن(س) .

٣) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ن(س) .

٤) نقط الانعطاف لمنحنى للاقتران ن(س).

ب) اذا كان أ = $\begin{bmatrix} ٣ & -٥ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} -٣ & -٤ \\ ٦ & ٩ \end{bmatrix}$ ،

١) اوجد المصفوفة أ$^{-١}$. ب − ٤ ٢م$_{٢}$

٢) جد $\left| \frac{١}{٣} ب^{٢} \right|$

السؤال الثالث:(٢٠علامة)

أ) اذا كان س ك(س) = ن(س) + ٢ ، وكان متوسط التغير للاقتران ن(س) عندما تتغير س من ١ الى ١ + هـ يساوي هـ^{٢} + ٢هـ وكانت ن(١) = ١، اوجد كلاً مما يلي :

١) متوسط تغير ك(س) عندما تتغير س من ١ الى ١ + هـ

٢) ك ً(١)

ب) استخدم طريقة جاوس لحل النظام : س − ص + ع = ٢ ، ٢س + ص − ع − ٧ = ٠ ، ٥ع − س = ٢

ج) اذا كان ن (س) = $\frac{١}{س}$ ، س ∈ [٤ ، ٩] ،فما قيم جـ التي تعينها نظرية القيمة المتوسطة على ن(س)؟

السؤال الرابع: (٢٠علامة)

أ) اذا كان للاقتران ن(س) = س^{٤} − ٤س^{٣} + ك(س) نقطة انعطاف افقي هي النقطة (١ ، ٢)

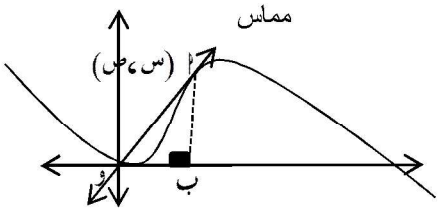
وكان ع(س) = ك^{٢}(س) ، احسب ع ً(١)

ب) اذا كان هـ^{٢س} = لـو$_{هـ}$ (س + ٣ص) . جد $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة (٠ ، $\frac{هـ}{٣}$)

ج) اذا كان ص = ا س^{٥} + $\frac{٥}{س^{٤}}$ ، س ≠ ٠ ، اثبت ان ص ً = $\frac{٢٠ ص}{س^{٢}}$

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس :(١٠ علامة)



أ) تتحرك النقطة أ(س،ص) على منحنى الاقتران ن(س) بحيث ميل المماس عندها في أي لحظة يساوي ٢ ا س − ٣س^{٢} ، س > ٠ جد اكبر مساحة ممكنة للمثلث أ ب و حيث (و) نقطة الأصل.

ب) يتحرك جسم حسب العلاقة $\frac{ع}{ف}$ − ٥ف + ٢ = ٠ حيث ف > ٠، ف إزاحة الجسم بالأمتار بعد ٨ من الدقائق، ع السرعة اللحظية للجسم. احسب تسارع الجسم عندما تكون سرعته ٣ م/د.

السؤال السادس: (١٠ علامة)

أ) اذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{أ س^{٢} + ٣ ب س + ٢}{س - ١} = ١$، فجد كلاً من الثابتين أ ، ب

ب) إذا كان $أ = \begin{bmatrix} س^{٢} & س ص \\ س ص & ص^{٢} \end{bmatrix}$ بحيث $س^{٢} + ص^{٢} = ١$، أثبت أن $أ^{٢} = أ$

الانجاز	الإجابات النموذجية لامتحانات الثانوية العامة لعام ٢٠١٩م الورقة الأولى	الفرع العلمي

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	د	ج	ب	أ	د	ج	ب	د	أ	ج
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	أ	ب	ج	د	ب	د	ج	ب	أ	أ

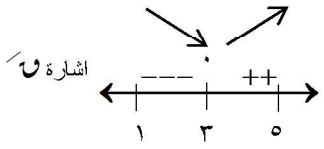
السؤال الثاني:

أ) $ن(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س$ ، $س \in [١،٥]$

$ن'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

نضع $ن'(س) = ٠ \Leftarrow ٣س^{٢} - ١٢س + ٩ = ٠ \Leftarrow س^{٢} - ٤س + ٣ = ٠$

$\Leftarrow (س - ٣)(س - ١) = ٠$ اما $س = ٣$ ، $س = ١$



١) ن متناقص في $[١،٣]$ ، ن متزايد في $[٣،٥]$

٢) $ن(١) = ١ - ٦ + ٩ = ٤$ قيمة عظمى محلية

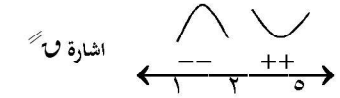
$ن(٥) = ١٢٥ - ١٥٠ + ٤٥ = ٢٠$ قيمة عظمى محلية

$ن(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ = ٠$ قيمة صغرى محلية

بما ان $ن(٥) > ن(١) \Leftarrow$ $ن(٥)$ قيمة عظمى مطلقة

$ن(٣) = ٠$ قيمة صغرى مطلقة

٣) $ن''(س) = ٦س - ١٢ \Leftarrow ٠ = ٦س - ١٢ \Leftarrow س = ٢$



ن مقعر للاسفل في $]١،٢[$ ، ن مقعر للاعلى في $]٢،٥[$

٤) $ن(٢) = ٨ - ٢٤ + ١٨ = ٢ \Leftarrow (٢،٢)$ نقطة انعطاف لمنحنى $ن(س)$

ب ١) $أ = \begin{bmatrix} ٣ & ٣- \\ ٥- & ١- \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٤- & ٣- \\ ٩ & ٦ \end{bmatrix}$

$|أ| = \begin{vmatrix} ٣ & ٣- \\ ٥- & ١- \end{vmatrix} = ٣ - ١٥ = ١٢ \neq ٠$ ⇐ $أ^{-١} = \frac{١}{١٢}\begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$

$أ^{-١} . ب = \begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٤- & ٣- \\ ٩ & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٣٠+٦ & -١٨+٣ \\ -٤٥+٨ & -٢٧+٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢٤ & ١٥ \\ ٣٧ & ٢٣ \end{bmatrix}$

$أ^{-١} . ب - ٢٤ م_٢ = \begin{bmatrix} ٢٤ & ١٥ \\ ٣٧ & ٢٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢٤ & ٠ \\ ٠ & ٢٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١٥ \\ ٣٧ & ٠ \end{bmatrix}$

٢) $\left|\frac{١}{٣} ب^{٢}\right| = \frac{١}{٩}|ب^{٢}| = \frac{١}{٩}|ب|.|ب|$

لكن $|ب| = \begin{vmatrix} ٤- & ٣- \\ ٩ & ٦ \end{vmatrix} = -٢٧ + ٢٤ = -٣$

$\therefore \left|\frac{١}{٣} ب^{٢}\right| = \frac{١}{٩} \times -٣ \times -٣ = ١$

السؤال الثالث:

أ $س ك(س) = ن(س) + ٢$ ، متوسط تغير ن يساوي $هـ^{٢} + ٢هـ$

١) $ك(س) = \frac{ن(س) + ٢}{س}$ ، $\frac{ن(١ + هـ) - ن(١)}{هـ} = هـ^{٢} + ٢هـ$

$\Leftarrow \frac{ك(١ + هـ) - ك(١)}{هـ} = \frac{\frac{ن(١ + هـ) + ٢}{١ + هـ} - \frac{ن(١) + ٢}{١}}{هـ}$

$= \frac{ن(١ + هـ) + ٢ - (١ + هـ)(ن(١) + ٢)}{هـ(١ + هـ)}$

$= \frac{ن(١ + هـ) + ٢ - (١ + هـ)(٣)}{هـ(١ + هـ)} = \frac{ن(١ + هـ) + ٢ - ٣ - ٣هـ}{هـ(١ + هـ)}$

$= \frac{ن(١ + هـ) - ١}{هـ} \times \frac{١}{١ + هـ} - \frac{٣}{١ + هـ}$

$= \frac{هـ^{٢} + ٢هـ}{١ + هـ} - \frac{٣}{١ + هـ} = \frac{هـ^{٢} + ٢هـ - ٣}{١ + هـ}$

٢) $ك'(١) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ك(١ + هـ) - ك(١)}{هـ} = \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ^{٢} + ٢هـ - ٣}{١ + هـ} = -٣$

ب | س − ص + ع = ٢ ، ٢س + ص − ع − ٧ = ٠ ، ٥ع − س = ٢

نكون المصفوفة الممتدة $\overline{أ}$ = $\left[\begin{array}{c|ccc} ٢ & ١ & -١ & ١ \\ ٧ & -١ & ١ & ٢ \\ ٢ & ٥ & ٠ & -١ \end{array}\right]$

$\Leftarrow \overline{أ} = \left[\begin{array}{c|ccc} ٢ & ١ & -١ & ١ \\ ٧ & -١ & ١ & ٢ \\ ٢ & ٥ & ٠ & -١ \end{array}\right] \xleftarrow{ص_٢ - ٢ص_١} \left[\begin{array}{c|ccc} ٢ & ١ & -١ & ١ \\ ٣ & -٣ & ٣ & ٠ \\ ٢ & ٥ & ٠ & -١ \end{array}\right]$

$\xleftarrow{س_٣ + س_١} \left[\begin{array}{c|ccc} ٢ & ١ & -١ & ١ \\ ٣ & -٣ & ٣ & ٠ \\ ٤ & ٦ & -١ & ٠ \end{array}\right] \xleftarrow{\frac{١}{٣}ص_٢} \left[\begin{array}{c|ccc} ٢ & ١ & -١ & ١ \\ ١ & -١ & ١ & ٠ \\ ٤ & ٦ & -١ & ٠ \end{array}\right]$

$\xleftarrow{ص_٣ + ص_٢} \left[\begin{array}{c|ccc} ٢ & ١ & -١ & ١ \\ ١ & -١ & ١ & ٠ \\ ٥ & ٥ & ٠ & ٠ \end{array}\right]$

$\Leftarrow ٥ع = ٥ \Leftarrow ع = ١$ ،

ص − ع = ١ ⇐ ص − ١ = ١ ⇐ ص = ٢ ،

س − ص + ع = ٢ ⇐ س − ٢ + ١ = ٢ ⇐ س = ٣

جـ | $ن(س) = \frac{١}{س}$ ، $س \in [٤ ، ٩]$

نبحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

ن متصل في [٤ ، ٩] ، ن قابل للاشتقاق في]٤ ، ٩[

∴ يوجد على الأقل $جـ \in]٤ ، ٩[$ بحيث $ن'(جـ) = \frac{ن(٩) - ن(٤)}{٥}$

$\Leftarrow \frac{-١}{جـ^٢} = \frac{\frac{١}{٩} - \frac{١}{٤}}{٥} \Leftarrow \frac{-١}{جـ^٢} = \frac{-١}{٣٦}$

$\Leftarrow جـ^٢ = ٣٦ \Leftarrow جـ = \pm ٦ \Leftarrow جـ = ٦ \in]٤ ، ٩[$

السؤال الرابع:

أ | $ن(س) = س^٤ - ٤س^٣ + ك(س)$

$ن(١) = ٢ \Leftarrow ٢ = ١ - ٤ + ك(١) \Leftarrow ك(١) = ٥$

$ن'(س) = ٤س^٣ - ١٢س^٢ + ك'(س)$

بما أن (١ ، ٢) نقطة انعطاف أفقي ⇐ $ن'(١) = ٠ \Leftarrow ٠ = -٨ + ك'(١) \Leftarrow ك'(١) = ٨$

$ن''(س) = ١٢س^٢ - ٢٤س + ك''(س)$

بما أن (١، ٢) نقطة انعطاف ⇐ ن ″(١) = ٠

⇐ ٠ = ١٢ − ٢٤ + ك ″(١) ⇐ ك ″(١) = ١٢

ع(س) = ك^{٢}(س) ⇐ ع ′(س) = ٢ك(س) ك ′(س)

⇐ ع ″(س) = ٢ ك ′(س) ك ′(س) + ٢ك(س) ك ″(س)

ع ″(١) = ٢ ك ′(١) ك ′(١) + ٢ك(١) ك ″(١)

= ٢ × ٨ × ٨ + ٢ × ٥ × ١٢ = ٢٤٨

ب هـ$^{س^{٢}}$ = لـو$_{هـ}$ (س + ٣ص) ⇐ ٢هـ$^{س^{٢}}$ = $\frac{١}{س + ٣ص}$ × (١ + ٣ $\frac{ص}{س}$)

عند (٠، $\frac{هـ}{٣}$) ⇐ ٢هـ^{٠} = $\frac{١}{\frac{هـ}{٣} \times ٣ + ٠}$ × (١ + ٣ $\frac{ص}{س}$)

⇐ ٢ = $\frac{١}{هـ}$ × (١ + ٣ $\frac{ص}{س}$) ⇐ ٢هـ − ١ = ٣ $\frac{ص}{س}$ ⇐ $\frac{ص}{س}$ = $\frac{٢هـ - ١}{٣}$

جـ ص = ١س^{٥} + $\frac{٥}{س^{٤}}$ = ١س^{٥} + ٥س$^{-٤}$

ص ′ = ٥١س^{٤} − ٢٠س$^{-٥}$

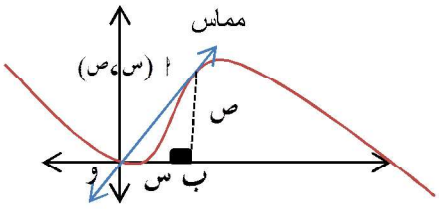
ص ″ = ٢٠١س^{٣} + ١٠٠س$^{-٦}$

= $\frac{٢٠}{س^{٢}}$ (١س^{٥} + ٥س$^{-٤}$) = $\frac{٢٠}{س^{٢}}$ (ص) = $\frac{٢٠ص}{س^{٢}}$

السؤال الخامس:

أ ميل المماس في أي لحظة = ٢ ١س − ٣س^{٢} ، س > ٠

⇐ ن ′(س) = ٢ ١س − ٣س^{٢}



لكن ميل المماس = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ = $\frac{ص}{س}$ (في الشكل المجاور)

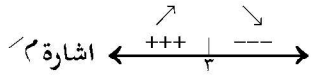
⇐ $\frac{ص}{س}$ = ٢ ١س − ٣س^{٢} ⇐ ص = ٢ ١س^{٢} − ٣س^{٣}

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ س ص

م = $\frac{١}{٢}$ س(٢ ١س^{٢} − ٣س^{٣}) = ٦س^{٣} − $\frac{٣}{٢}$ س^{٤}

م ′ = ٨ ١س^{٢} − ٦س^{٣} ⇐ ٦س^{٢} (٣ − س) = ٠

أما س = ٠ (مرفوض) أو س = ٣



عند س = ٣ تكون مساحة المثلث أكبر ما يمكن

⇐ م = $\frac{١}{٢}$ س ص = $\frac{١}{٢}$ × ٣ × (٢٧ × ٣ − ٩ × ١٢) = $\frac{٨١}{٢}$ وحدة مربعة

ب $\frac{ع}{ف} - ٥ف + ٢ = ٠$

بالاشتقاق $\frac{ت \times ف - ع \times ع}{ف^{٢}} - ٥ع = ٠ \Leftarrow ت ف - ع^{٢} = ٥ ع ف^{٢}$

لكن عندما ع = ٣م/د $\Leftarrow \frac{٣}{ف} - ٥ف + ٢ = ٠$

$٥ف^{٢} - ٢ف - ٣ = ٠ \Leftarrow (٥ف + ٣)(ف - ١) = ٠ \Leftarrow ف = ١$ لان $ف > ٠$

$\frac{ع}{١} - ٥ \times ١ + ٢ = ٠ \Leftarrow ع = ٣$م/د ومنها $ت \times ١ - ٣^{٢} = ٥ \times ٣ \times ١ \Leftarrow ت = ٢٤$م/ث^{٢}

السؤال السادس:

ا $\lim_{س \to ١} \frac{ا س^{٢} + ٣ ب س + ٢}{س - ١} = ١$ (يمكن ايجاد المعادلة الأولى من قسمة البسط على المقام)

بما أن النهاية موجودة فإن البسط = صفر لان المقام =صفر

$\Leftarrow$ نعوض س = ١ في البسط $\Leftarrow ا + ٣ب + ٢ = ٠ \Leftarrow ا + ٣ب = -٢$

نطبق قاعدة لوبيتال $\Leftarrow \lim_{س \to ١} \frac{٢ا س + ٣ب}{١} = ٢ا + ٣ب = ١$

وبحل المعادلتين:

$$\begin{matrix} ا + ٣ب = -٢ \\ ٢ا + ٣ب = ١ \end{matrix} \Leftarrow ا = ٣ ، ٣ + ٣ب = -٢ \Leftarrow ب = \frac{-٥}{٣}$$

ب $ا = \begin{bmatrix} س^{٢} & س ص \\ س ص & ص^{٢} \end{bmatrix}$

$$ا^{٢} = \begin{bmatrix} س^{٢} & س ص \\ س ص & ص^{٢} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} س^{٢} & س ص \\ س ص & ص^{٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س^{٤} + س^{٢} ص^{٢} & س^{٣} ص + س ص^{٣} \\ س^{٣} ص + س ص^{٣} & س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} س^{٢}(س^{٢} + ص^{٢}) & س ص(س^{٢} + ص^{٢}) \\ س ص(س^{٢} + ص^{٢}) & ص^{٢}(س^{٢} + ص^{٢}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س^{٢} \times ١ & س ص \times ١ \\ س ص \times ١ & ص^{٢} \times ١ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} س^{٢} & س ص \\ س ص & ص^{٢} \end{bmatrix} = ا$$

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الورقة الثانية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة "الانجاز"
لعام ٢٠١٩

الزمن : ساعتان ونصف
التاريخ: ١٥ /٦ /٢٠١٩م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط.

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول:(٣٠ علامة)

اختر الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) ما قيمة $\int \frac{١}{\text{جتا}^{٢}س} \, ؤس$ ؟

أ) ظاس+جـ ب) −ظاس+جـ ج) ظتاس+جـ د) −ظتاس+جـ

٢) اذا كان $ن(س) = \frac{٢س + ٣}{س^{٢} + ١}$ ، فما قيمة $\int_{-١}^{١} ن'(س) \, ؤس$ ؟

أ) صفر ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

٣) اذا كان هـ(س)، ك(س) اقترانين أصليين للاقتران ن(س) وكان $\int_{١}^{٣} (ك(س) - هـ(س)) \, ؤس = ١٠$ ،فما قيمة $\int_{١}^{٣} ٢س(هـ(س) - ك(س)) \, ؤس$

أ) −٥٠ ب) −٤٠ ج) ٤٠ د) ٥٠

٤) إذا علمت أن $\int_{\frac{\pi}{٦}}^{س} ن(ص) \, ؤص = \frac{-١}{٢} + \text{جاس}$ ، وكان ن(س) اقترانا متصلا على الفترة $\left[\frac{\pi}{٦}، \frac{\pi}{٢}\right]$ ، فما قيمة $ن(\frac{\pi}{٣})$؟

أ) $\frac{-١}{٢}$ ب) صفر ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{-\sqrt{٣}}{٢}$

٥) ما قيمة $\int \frac{٣س}{٢\sqrt{س}} \, ؤس$ ؟

أ) $\frac{س}{\sqrt{س}} + جـ$ ب) ٢س $\sqrt{س}$+جـ ج) س $\sqrt{س}$+جـ د) $س^{٢}\sqrt{س}$+جـ

٦) إذا كان ن(س) اقترانا قابلا للتكامل على الفترة [٢،٠] وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [٢،٠] بحيث كانت

$ك(\sigma_{ن}، ن) = \frac{٥ + ٦ن}{٢ن}$ ، فما قيمة $\int_{٠}^{٢} (ن(س) - ٢س) \, ؤس$ ؟

أ) ٣ ب) $\frac{٥}{٢}$ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) −١

٧) بدأ جسم التحرك في خط مستقيم من نقطة الأصل ومبتعدا عنها، فإذا كانت سرعته في أي لحظة تعطى بالعلاقة $ع(ن) = ٣ن^{٢} + ٢ن$ ، فما بعده عن نقطة الأصل بعد ثانيتين من بدء الحركة؟

أ) ١٦ م ب) ١٤م ج) ١٢م د) ١٠م

٨) اذا كان $ن(هـ)=٥، ن(١)=١$ فما قيمة $\int_{١}^{هـ} هـ^{س} ن'(هـ^{س}) ؤس$؟

أ) ٦ ب) ٤ ج) ٢ د) -٤

٩) اذا كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[-٢، ٧]$ وكان $س_{ن}=١$، فما عدد عناصر التجزئة؟

أ) ٥٥ ب) ٥٤ ج) ١٩ د) ١٨

١٠) اذا كان $\int_{١}^{٢} \frac{س^{٢}+س}{س+٥} ؤس = ا$ ، $\int_{١}^{٢} \frac{٥-٣س}{س+٥} ؤس = ب$، فما قيمة $ا-ب$؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) $\frac{٥}{٢}$ د) $\frac{٧}{٢}$

١١) ما قيمة $\int_{ب}^{٣} [\frac{١}{٢}س] ؤس$؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ١ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) ٢

١٢) اذا كان $\int ن(س) ؤس = ا س^{٣} - ٣س$ ، $ن(س)$ متصل، وكان $ن(٢) - ن(١) = ١٨$،فما قيمة $ن(١)$ ؟

أ) ٣ ب) ٦ ج) ٩ د) ٢١

١٣) اذا كان $\int_{ا-ب}^{ا+ب} ٥ ؤ س = ٠$ ١، فما قيمة الثابت ب؟

أ) صفر ب) $\frac{١}{٢}$ ج) ٢ د) ١

١٤) اذا كان $\int_{١}^{٢} ن(س) ؤس = \int_{٣}^{٢} (ن(س)-٢) ؤس$، فما قيمة $\int_{١}^{٣} ن(س) ؤس$؟

أ) ٢ ب) ١ ج) صفر د) -٢

١٥) اذا علمت أن $\int س^{٢} جتاس ؤس = س^{٢} جاس + \int ع ؤن$، فما قيمة $ع ؤن$؟

أ) $س جاس ؤس$ ب) $س جتاس ؤس$ ج) $٢س جاس ؤس$ د) $-٢س جاس ؤس$

١٦) ما الجزء التخيلي للعدد المركب $ت + ٢ت^{٢} + ٤ت^{٣}$؟

أ) -٣ ب) $-٣ت$ ج) -٢ د) ٢

١٧) ما النظير الضربي $(ع^{-١})$ للعدد المركب $ع = ٣ + ٤ت$؟

أ) $ع^{-١} = ٣ - ٤ت$ ب) $ع^{-١} = ٤ + ٣ت$ ج) $ع^{-١} = \frac{٣}{٥} - \frac{٤}{٥}ت$ د) $ع^{-١} = \frac{٣}{٢٥} - \frac{٤}{٢٥}ت$

١٨) ما قيمة $\frac{٢ت}{١+ت} + \frac{١+ت}{١-ت}$؟

أ) $١+٢ت$ ب) $٢+ت$ ج) $٤+٢ت$ د) $١-٢ت$

١٩) ما سعة العدد المركب $ع = (٣+٣ت)^{٢}$؟

أ) صفر ب) $\frac{\pi}{٤}$ ج) $\frac{\pi}{٣}$ د) $\frac{\pi}{٢}$

٢٠) اذا كان $ع = ا + ب ت$، فما العبارة الصحيحة دائماً فيما يلي؟

أ) $\overline{ع} = \frac{١}{ع}$ ب) $ع^{-١} = ا - ب ت$ ج) $ع^{٢} - \overline{ع}^{٢} = ٤ا ب ت$ د) $|\overline{ع}| = \sqrt{ا^{٢} - ب^{٢}}$

السؤال الثاني:(٢٠علامة)

أ) استخدم تعريف التكامل المحدود في ايجاد قيمة $\int_{٢}^{٤} (٨س - ٣)$ دس

ب) اذا كان ت(س) = $\begin{cases} س^{٢} + جس - ٨ \ ، \ ١ \geq س \geq ٢ \\ س^{٣} - اس + ب \ ، \ ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$ هو الاقتران المكامل للاقتران المتصل ق(س) في الفترة [١،٤] ،فجد :

١) قيم الثوابت ا،ب،جـ

٢) $\int_{١}^{٣}$ ق(س) دس

السؤال الثالث:(٢٠علامة)

أ) جد التكاملات التالية : ١) $\int_{١}^{هـ^{٢}} \frac{٢س لـو_{هـ} س}{}$ دس

٢) $\int \frac{٤جاس}{٣ + جا^{٢}س}$ دس

ب) اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند أي نقطة عليه يساوي (اس - ٣س^{٢}) ، جد قاعدة ق(س) علما بأن المستقيم س + ص = ٤ يمس منحنى الاقتران عند النقطة (١ ، ق(١))

السؤال الرابع: (٢٠علامة)

أ) حل المعادلة ع^{٣} - ١ = ٠ حيث ع عدد مركب

ب) اذا كان ع$_{١}$ = ٢ت ، ع$_{٢}$ = ١ + ت

١) جد $\frac{٢ + ٣ت}{ع_{١} . ع_{٢}}$

٢) اكتب ع$_{٢}$ بالصورة القطبية

ج) احسب مساحة المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحددة بمنحنيي الاقترانين ق(س) = ٩ - س^{٢} ، هـ(س) = ٩ - س والمحورين الاحداثيين

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس: (١٠ علامة)

أ) أوجد علاقة بين س، ص حيث $\frac{د ص}{د س}$ = (س + جا^{٢} ص - ١ - س جا^{٢} ص)^{٢}

ب) إذا كان ع^{٢} = ٢١ - ٢٠ت حيث ع ∈ ك ، فما قيم المقدار ع + ت ؟

السؤال السادس:(١٠ علامة)

أ) باستخدام التكامل، احسب حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنى ق(س) = س^{٢} + ٤س + ٤ ومحوري السينات والصادات والواقعة في الربع الثاني دورة كاملة حول محور السينات

ب) جد $\int \frac{(س + ١)^{٣}}{(س^{٢} + ٢س + ٤)^{٦}}$ دس

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	أ	ب	ب	ج	ج	د	ج	ب	ج	أ
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	ب	أ	د	أ	د	أ	د	أ	د	ج

السؤال الثاني:

أ $\int_{٢}^{٤}(٨س-٣)ىس$

نفرض $ت(س)=٨س-٣$، $\sigma_ن$ تجزئة منتظمة للفترة $[٤،٢]$، نفرض $س_ر^*=س_ر=٢+\frac{٢}{ن}ر$

$$م(ت،\sigma_ن)=\frac{ب-ا}{ن}\sum_{ر=١}^{ن}ت(س_ر^*)=\frac{٢}{ن}\sum_{ر=١}^{ن}٨(٢+\frac{٢}{ن}ر)-٣=\frac{٢}{ن}\sum_{ر=١}^{ن}(\frac{١٦}{ن}ر+١٣)$$

$$=\frac{٢}{ن}(\frac{١٦}{ن}.\frac{ن(ن+١)}{٢}+١٣ن)=\frac{٢}{ن}(٨+٨ن+١٣ن)=\frac{١٦}{ن}+٤٢$$

$$\int_{٢}^{٤}ت(س_ر)ىس=\lim_{ن\to\infty}م(ت،\sigma_ن)=\lim_{ن\to\infty}(\frac{١٦}{ن}+٤٢)=٠+٤٢=٤٢$$

ب ١) $ت(س)=\begin{cases}س^٢+جس-٨ ، ١\geq س\geq ٢\\ س^٣-اس+ب ، ٢>س\geq ٤\end{cases}$

بما أن $ت(١)=٠\Leftarrow ١+ج-٨=٠\Leftarrow ج=٧$ (١)، كما أن $ت(س)$ متصل دائما (وبشكل خاص عند س=٢)

$$\lim_{س\to٢^-}ت(س)=\lim_{س\to٢^+}ت(س)\Leftarrow ٤+١٤-٨=٨-١٢+ب\Leftarrow ١٠=٨-١٢+ب$$

$$\Leftarrow ١٢-ب=-٢\leftarrow(٢)$$

بما أن $ت$ متصل $\Leftarrow ت'(س)=ت(س)\Leftarrow ت'(س)=\begin{cases}٢س+٧ ، ١>س>٢\\ ٣س^٢-ا ، ٢>س>٤\end{cases}$

$$ت'(٢)^+=ت'(٢)^-\Leftarrow ١٢-ا=١١\Leftarrow ا=١،\ \Leftarrow ٢-ب=-٢\Leftarrow ب=٤$$

$$\therefore\ ت(س)=\begin{cases}س^٢+٧س-٨ ، ١\geq س\geq ٢\\ س^٣-س+٤ ، ٢>س\geq ٤\end{cases}$$

٢) $\int_{١}^{٣}ت(س)ىس=ت(٣)-ت(١)=(٢٧-٤+٤)-٠=٢٨$

السؤال الثالث:

أ ١) $\int_{١}^{هـ^{٢}} ٢س لـو_{هـ} س \, دس$ نكامل بالأجزاء

$ن = لـو_{هـ} س \quad \swarrow \quad دهـ = ٢س دس$

$دن = \frac{١}{س} دس \xrightarrow{\int} هـ = س^{٢}$

$$\Leftarrow \int_{١}^{هـ^{٢}} ٢س لـو_{هـ} س \, دس = ن \times هـ - \int هـ دن = س^{٢} لـو_{هـ} س \Big|_{١}^{هـ^{٢}} - \int_{١}^{هـ^{٢}} س دس$$

$$= س^{٢} لـو_{هـ} س - \frac{س^{٢}}{٢} \Big|_{١}^{هـ^{٢}} = (هـ^{٤} لـو_{هـ} هـ^{٢} - \frac{هـ^{٤}}{٢}) - (٠ - \frac{١}{٢}) = \frac{٣}{٢} هـ^{٤} + \frac{١}{٢}$$

٢) $\int \frac{٤ جاس}{٣ + جا^{٢} س} دس$ ، $(جا^{٢} س = ١ - جتا^{٢} س)$

$$= \int \frac{٤ جاس}{٣ + (١ - جتا^{٢} س)} دس = \int \frac{٤ جاس}{٤ - جتا^{٢} س} دس$$

نكامل بالتعويض بفرض $ص = جتاس \Leftarrow دص = -جاس دس \Leftarrow دس = \frac{دص}{-جاس}$

$$\therefore \int \frac{٤ جاس}{٤ - جتا^{٢} س} دس = \int \frac{٤ جاس}{٤ - ص^{٢}} \times \frac{دص}{-جاس} = \int \frac{٤}{ص^{٢} - ٤} دص$$ نكامل بالكسور الجزئية

$$\frac{٤}{ص^{٢} - ٤} = \frac{أ}{ص - ٢} + \frac{ب}{ص + ٢}$$

$$\Leftarrow ٤ = أ(ص + ٢) + ب(ص - ٢)$$

عندما $ص = ٢ \Leftarrow ٤ = ٤أ \Leftarrow أ = ١$،

عندما $ص = -٢ \Leftarrow ٤ = -٤ب \Leftarrow ب = -١$

$$\int \frac{٤}{ص^{٢} - ٤} دص = \int \frac{١}{ص - ٢} دص - \int \frac{١}{ص + ٢} دص$$

$$= لـو_{هـ} |ص - ٢| - لـو_{هـ} |ص + ٢| + جـ$$

$$= لـو_{هـ} |جتاس - ٢| - لـو_{هـ} |جتاس + ٢| + جـ$$

ب ميل المماس عند أي نقطة يساوي $أس - ٣س^{٢}$

ميل المماس $\Big|_{س=١}$ = ميل المستقيم

$$\Leftarrow ن'(١) = -١ \Leftarrow أ - ٣ = -١ \Leftarrow أ = ٢$$

كذلك $ن(١) = ٤ - ١ = ٣$ (لأن $س + ص = ٤$)

$$\therefore ن'(س) = ٢س - ٣س^{٢} \Leftarrow ن(س) = \int (٢س - ٣س^{٢}) دس = س^{٢} - س^{٣} + جـ$$

لكن $ن(١) = ٣ \Leftarrow ٣ = ١ - ١ + جـ \Leftarrow جـ = ٣$ $\therefore ن(س) = س^{٢} - س^{٣} + ٣$

السؤال الرابع:

أ ⇐ $(ع-1)(ع^2+ع+1)=0$ ، $ع^3-1=0$

أما $ع=1$ أو $ع^2+ع+1=0 \Leftarrow ع=\frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}$

$\Leftarrow ع=\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}ت$ أو $ع=\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}ت$

ب $ع_1=2ت$ ، $ع_2=1+ت$

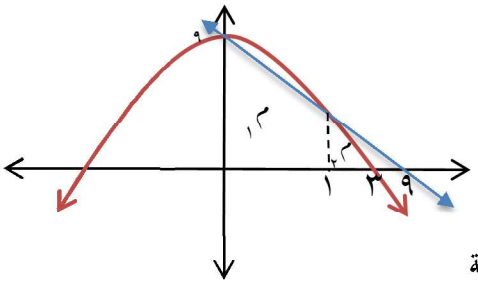
١) $ع_1 . ع_2=2ت(1+ت)=-2+2ت$

$\therefore \frac{2+3ت}{ع_1 . ع_2}=\frac{2+3ت}{-2+2ت}\times\frac{-2-2ت}{-2-2ت}=\frac{-4+6-10ت}{8}=-\frac{1}{4}-\frac{5}{4}ت$

٢) $ع_2=1+ت \Leftarrow |ع_2|=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

$جاه=\frac{1}{\sqrt{2}}$ ، $جتاه=\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftarrow ه=\frac{\pi}{4}$

$ع_2=\sqrt{2}(جتا\frac{\pi}{4}+ت جا\frac{\pi}{4})$



ج لمعرفة نقط تقاطع المنحنين نضع $٩-س^2=٩-س \Leftarrow س^2-س=0$

$\Leftarrow س(س-1)=0$ أما $س=0$ أو $س=1$

مساحة $م_1=\int_0^1 (٩-س)ىس=٩س-\frac{س^2}{2}\Big|_0^1=٩-\frac{1}{2}=\frac{17}{2}$ وحدة مربعة

مساحة $م_2=\int_1^3 (٩-س^2)ىس=٩س-\frac{س^3}{3}\Big|_1^3=(٩-٢٧)-(\frac{1}{3}-٩)=٩+\frac{1}{3}=\frac{28}{3}$ وحدة مربعة

مساحة المنطقة المطلوبة $=م_1+م_2=\frac{17}{2}+\frac{28}{3}=\frac{51+56}{6}=\frac{107}{6}$ وحدة مربعة

السؤال الخامس:

أ $\frac{ىص}{ىس}=(س+جا^2ص-1-س جا^2ص)^2$

$\frac{ىص}{ىس}=(س-1+جا^2ص(1-س))^2$

$=((س-1)(1-جا^2ص))^2=(س-1)^2(جتا^4ص)$

$\frac{ىص}{جتا^4س}=(س-1)^2ىس \Leftarrow \int قا^4ص ىص=\int(س-1)^2ىس$

$\int قا^2ص(1+ظا^2ص)ىص=\frac{1}{3}(س-1)^3+جـ$

$\Leftarrow \int قا^2ص ىص+\int قا^2ص ظا^2ص ىص=\frac{1}{3}(س-1)^3+جـ$

$ظاص+\frac{1}{3}ظا^3ص=\frac{1}{3}(س-1)^3+جـ$

ب | $ع^2 = 21 - 20ت$ ، $ع \in$ لـ نجد ع حيث $ع = س + صت$

$(س + صت)^2 = 21 - 20ت$

$\Leftarrow س^2 - ص^2 + 2س ص ت = 21 - 20ت$

$\Leftarrow س^2 - ص^2 = 21$ ، $2س ص = -20 \leftarrow ص = \frac{-10}{س}$

$\Leftarrow س^2 - \frac{100}{س^2} = 21 \Leftarrow س^4 - 21 س^2 - 100 = 0$

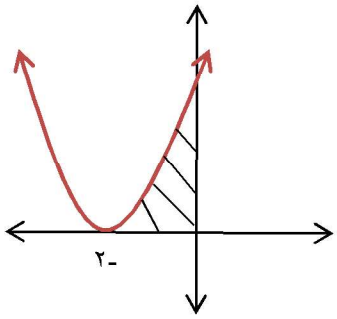
$\Leftarrow (س^2 - 25)(س^2 + 4) = 0$

أما $س^2 = -4$ مرفوض أو $س^2 = 25 \Leftarrow س = \mp 5$ ، $ص = \pm 2$

أما $ع = -5 + 2ت$ أو $ع = 5 - 2ت$

$\Leftarrow$ أما $ع + ت = -5 + 3ت$ أو $ع + ت = 5 - ت$

السؤال السادس:



أ | تقاطع مع محور السينات عندما $(س + 2)^2 = 0 \Leftarrow س = -2$

حجم الجسم الناتج $= \pi \int_{-2}^{\cdot} ص^2 (س) ع س$

$= \pi \int_{-2}^{\cdot} ((س + 2)^2)^2 ع س = \pi \int_{-2}^{\cdot} (س + 2)^4 ع س$

$= \frac{\pi}{5} (س + 2)^5 \Big|_{-2}^{\cdot} = \frac{\pi}{5} (2)^5 = \frac{32}{5} \pi$ وحدة مكعبة

ب | $\int \frac{(س + 1)^3}{(س^2 + 2س + 4)^6} ع س = \int (س + 1)^3 (س^2 + 2س + 4)^{-6} ع س$

نفرض أن $ص = س^2 + 2س + 4 \Leftarrow ع ص = (2س + 2) ع س \Leftarrow ع س = \frac{ع ص}{2(س + 1)}$

$\int (س + 1)^3 (س^2 + 2س + 4)^{-6} ع س = \int (س + 1)^3 \times ص^{-6} \times \frac{ع ص}{2(س + 1)}$

$= \frac{1}{2} \int (س^2 + 2س + 1) ص^{-6} ع ص$

لكن $ص = س^2 + 2س + 4 \Leftarrow \boxed{ص - 3 = س^2 + 2س + 1}$

$= \frac{1}{2} \int (ص - 3) ص^{-6} ع ص = \frac{1}{2} \int (ص^{-5} - 3ص^{-6}) ع ص = \frac{-1}{8ص^4} + \frac{3}{5ص^5} + جـ$

$= \frac{-1}{8(س^2 + 2س + 4)^4} + \frac{3}{5(س^2 + 2س + 4)^5} + جـ$ ، $جـ \in ع$

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الورقة الأولى

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة/الانجاز
لعام ٢٠١٩

الزمن : ساعتان ونصف
التاريخ: ٧ /٨ /٢٠١٩م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط.

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول:(٣٠ علامة)

اختر الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) ما قيمة $\lim_{س \to ١} \frac{لو_{هـ} س}{س^{٢} - ١}$ ؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ١ ج) ٢ د) ٤

٢) اذا كان $ن(س) = هـ^{س^{٢}}$ فما معادلة المماس لمنحنى الاقتران $ن(س)$ عندما $س = -١$؟

أ) $ص = -٢هـس - ٣هـ$ ب) $ص = -٢هـس + هـ$ ج) $ص = -٢هـس - هـ$ د) $ص = ٢هـس + هـ$

٣) اذا كان $س\Delta ص = س^{٢}\Delta س + س(\Delta س)^{٢}$ وكان $ص = ن(س)$، فما قيمة $ن'(٤)$؟

أ) ٤ ب) ٨ ج) ١٦ د) ٢٠

٤) اذا كان $س = جاص ، ص \in \left[٠ ، \frac{\pi}{٢}\right[$ ، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$؟

أ) $\frac{س}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$ ب) $\frac{١}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$ ج) $\frac{-س}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$ د) $\frac{-١}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$

٥) اذا كان $ن(س) = س ك(س)$ وكان متوسط تغير الاقتران $ن(س)$ في الفترة $[-١ ، ٣]$ يساوي -٢، $ك(٣) = -٣$ ،فما قيمة $ك(-١)$؟

أ) -٢ ب) -١ ج) ١ د) ٢

٦) اذا كان $ن(س)$ ،$ك(س)$ اقترانين قابلين للاشتقاق على ح ، بحيث $ك'(س) = ن(س)$ ، $ن'(س) = -ك(س)$ ،فما قيمة $ك^{(٤)}(س)$ ؟

أ) $ن(س)$ ب) $-ن(س)$ ج) $-ك(س)$ د) $ك(س)$

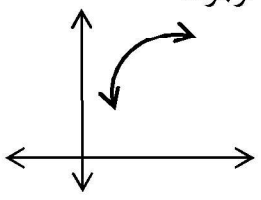
٧) اذا كان $ص = (جاس + جتاس)^{٢}$، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$؟

أ) $جا٢س$ ب) $٢جتا٢س$ ج) $-٢جتا٢س$ د) $جتا٢س$

٨) إذا كان $ن(س) = \begin{cases} س^{٢} + ٢ ، س \neq ٥ \\ ٢٠ ، س = ٥ \end{cases}$ ، فما قيمة $ن'(٥)$؟

أ) صفر ب) ٥ ج) ١٠ د) غير موجودة

٩) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران $ن(س)$، معتمداً عليه ما العبارة الصحيحة فيما يلي؟



أ) $ن'(س) > ٠ ، ن''(س) < ٠$ ب) $ن'(س) < ٠ ، ن''(س) < ٠$

ج) $ن'(س) < ٠ ، ن''(س) > ٠$ د) $ن'(س) > ٠ ، ن''(س) > ٠$

١٠) إذا كان ن(س) = س^{٢} + ٤س يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في [١، ب] وكانت قيمة جـ تعينها النظرية تساوي $\frac{٥}{٢}$ فما قيمة ب؟

أ) ٤ ب) ٥ ج) ٦ د) ٩

١١) اذا كان ن(س) = لـو$_{هـ}$ جاس، س ∈ $\left[\frac{\pi}{٤}، \pi\right]$ ، ما الفترة التي يكون فيها ن(س) متزايداً؟

أ) $\left[\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi}{٤}\right]$ ب) $\left[\pi، \frac{\pi}{٤}\right]$ ج) $\left[\pi، \frac{\pi}{٢}\right]$ د) $\left[\frac{\pi ٢}{٣}، \frac{\pi}{٤}\right]$

١٢) اذا كان ن(س) = $\sqrt{٤س + س^{٢}}$ ، فما قيمة / قيم س التي يكون عندها للاقتران ن(س) نقط حرجة؟

أ) −٢ ب) ٠ ، −٤ ج) −٢، −٤ د) ٠، −٢، −٤

١٣) اذا كان ن$'$(س) = (س^{٤} + ٥)(٣ −س)^{٥} (س − ٤)^{٤} فما مجموعة قيم س الحقيقية التي يكون عندها نقط انعطاف للاقتران ن(س)؟

أ) {٣، ٤} ب) {٣، −٥} ج) {٣} د) {٣، ٤، −٥}

١٤) إذا كان ن(س) = س^{٣} + ك س^{٢} − ٩س، ك ∈ ح اقتراناً له نقطة انعطاف واحدة عند س = −١، فما ظل زاوية الانعطاف؟

أ) −١٢ ب) صفر ج) ٣ د) ١٢

١٥) إذا كانت أ، ب مصفوفتان بحيث ب = $\begin{bmatrix} −٦ & ٢ & −١ \\ −٢ & −٨ & ٤ \end{bmatrix}$ ، أ + ب = و ، فما العبارة الصحيحة فيما يلي؟

أ) أ = $\frac{١}{٢}$ب ب) أ = ب ج) أ = −$\frac{١}{٢}$ب د) أ = −ب

١٦) ما قيمة الثابت ك الموجبة التي تجعل المصفوفة أ = $\begin{bmatrix} ك−٢ & ٣ \\ ٢ & ك−١ \end{bmatrix}$ منفردة؟

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

١٧) اذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ١ & ٣ & ١ \\ ٢ & ٥ & −٢ \end{bmatrix}$ ما قيمة ٣أ$_{٣١}$ − ٢أ$_{١٢}$ ؟

أ) −٤ ج) −١ ب) ١ د) ٤

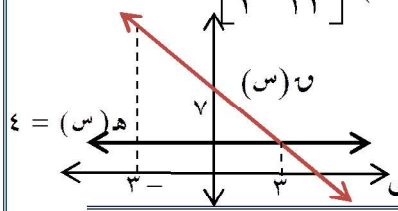
١٨) اذا كانت أ، ب، جـ ، ثلاث مصفوفات من الرتب ٣×٢ ، ٢×ك ، ٤×ن على الترتيب، وكانت س = أ + ب جـ فما قيمة المقدار ٢٦ − ك×ن ؟

أ) −١٨ ب) −١٠ ج) صفر د) ١٠

١٩) اذا كانت أ$^{-١}$ = $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & −١ \end{bmatrix}$ ، ب$^{-١}$ = $\begin{bmatrix} ١ & −١ \\ −٣ & ٤ \end{bmatrix}$ ، فماذا يساوي المقدار (أ.ب)$^{-١}$ ؟

أ) $\begin{bmatrix} ٥ & −٣ \\ ٥ & −٤ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ٣ & −٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ −١٣ & −٢ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ١ & ٤ \\ ٢ & ١٣ \end{bmatrix}$

٢٠) الشكل المجاور يمثل منحنيي الاقترانين ن(س)، هـ(س)،
فماذا يكون الاقتران (هـ − ن)(س) في الفترة [−٣، ٣]؟



أ) متناقصاً ب) متزايداً ج) ثابتاً د) مقعراً للأعلى

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) اذا كان ب = $\begin{bmatrix} س + ع & ٥٠ \\ −٢ص & \sqrt{ع} \end{bmatrix}$ ٢$\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٤ & −١ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ٧ \end{bmatrix}$ جـ ، جـ = $\begin{bmatrix} ٣٠ & ٤٨ \\ ١٢ & ١٦ \end{bmatrix}$

١) اوجد قيمة كل من س، ص، ع ٢) جد $\left(\frac{١}{٢}جـ\right)^{-١}$

ب) إذا كان $ن(س) = \begin{cases} س^{٢}+١ ، & -٣ \geq س > ١ \\ ٢س ، & ١ \geq س \geq ٥ \end{cases}$ ،

١) بين أن $ن(س)$ يحقق شروط نظرية رول في $[-٣ ، ٥]$ ٢) اوجد قيمة/قيم جـ التي تعينها النظرية

السؤال الثالث:(٢٠ علامة)

أ) اذا كان $ن(س) = لـو_{هـ}(س^{٢} - ٢س + هـ)$ ، اوجد معادلة العمودي على المماس لمنحنى $ن(س)$ عند $س = ٠$

ب) اذا كان $ن(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} - ٩س + ٥ ، س \in [-٢ ، ٦]$ ، أوجد:

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران $ن(س)$ ٢) القيم القصوى المحلية للاقتران $ن(س)$

٣) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران $ن(س)$

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) اذا كان $ص = أ جا(بس) + ب جتا(بس)$ حيث $ب ، أ ، ب$ أعدادا حقيقية. أثبت أن $\frac{ص''}{ص} = -ب^{٢}$

ب) حل النظام $س + ٢ص = -١ ، س + ٤ص = ١$ باستخدام طريقة جاوس.

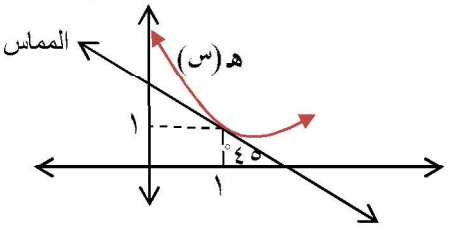
ج) اذا كان $ن(س) = س^{٣} + ب س^{٢} + جس + د ، ب ، جـ ، د \in ع$ حيث $ن(٠) = ٤$ ، وكان للاقتران $ن(س)$ نقطة انعطاف عند $س = ١$ ، ومعادلة المماس لمنحنى $ن(س)$ عند نقطة الانعطاف هي $٢س + ص - ٥ = ٠$ أوجد قاعدة الاقتران $ن(س)$

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس: (١٠ علامة)

أ) يتحرك جسم وفق العلاقة $ف = ٤ جا^{٢}(٢بن) + \frac{١}{٢} بن ، بن \in [٠ ، \frac{\pi}{٢}]$ جد تسارع الجسم عندما تكون سرعته $\frac{٩}{٢}$ م/د.

ب) اذا كان $ن(س) = \frac{س}{س^{٢}+١}$ وكان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران $هـ(س)$ ، أوجد $(ن \times هـ)'(١)$ ؟



السؤال السادس:(١٠ علامة)

أ) ثني سلك طوله ١٢ سم ليكون مثلثاً متساوي الساقين، جد اطوال المثلث والتي تجعل مساحته اكبر ما يمكن

ب) اذا كان $٢أ + ٣ب = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ -٦ & ١٣ \end{bmatrix}$ ، $أ + ب = \begin{bmatrix} ١ & -١ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix}$ حيث $أ ، ب$ مصفوفتين، جد $(أ.ب)$

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	أ	ج	أ	ب	ج	د	ب	د	ب	أ
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	أ	ب	ج	أ	ج	د	ب	د	ج	ب

السؤال الثاني:

أ

١) $٢\begin{bmatrix}٢ & ٣\\ ٤ & -١\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٣ & ٢\\ ٤ & ٧\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}٤ & ٦\\ ٨ & -٢\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٣ & ٢\\ ٧ & ٤\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}٣٦ & ٥٠\\ ١٦ & ٢\end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}٣٦ & ٥٠\\ ١٦ & ٢\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}س+ع & ٥٠\\ -٢ص & \sqrt{ع}\end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow ١٦=-٢ص \Leftarrow ص=-٨ ، ٢=\sqrt{ع} \Leftarrow ع=٤$$

$$\Leftarrow ٣٦=س+ع \Leftarrow ٣٦=س+٤ \Leftarrow س=٣٢$$

$$ب=\begin{bmatrix}س+ع & ٥٠\\ -٢ص & \sqrt{ع}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}٣٦ & ٥٠\\ ١٦ & ٢\end{bmatrix}$$

٢) $\frac{١}{٢}جـ=\frac{١}{٢}\begin{bmatrix}٣٠ & ١٥\\ ١٢ & ٦\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}٤٨ & ٢٤\\ ١٦ & ٨\end{bmatrix}$

$$\left|\frac{١}{٢}جـ\right|=١٥\times٨-٢٤\times٦=-٢٤$$

$$(\frac{١}{٢}جـ)^{-١}=\frac{١}{\left|\frac{١}{٢}جـ\right|}\begin{bmatrix}٨ & -٢٤\\ -٦ & ١٥\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{١}{٣} & -١\\ \frac{١}{٤} & -\frac{٥}{٨}\end{bmatrix}$$

ب ١) ن(س) = $\begin{cases} س^{٢}+١ ، -٣ \leq س < ١ \\ ٢س \quad ، \quad ١ \leq س \leq ٥ \end{cases}$ نبحث في شروط نظرية رول على $[-٣، ٥]$

ن(س) متصل في $[-٣، ١[$ لانه كثير حدود ، ن(س) متصل في $]١، ٥]$ لانه كثير حدود

عند س =١ $\Leftarrow$ نهـــا$_{س \to ١^{+}}$ ن(س) = ٢ = نهـــا$_{س \to ١^{-}}$ ن(س) = ن(١)

اذن ن متصل عند $[-٣، ٥]$

$\Leftarrow$ ن(س) متصل عند س =١

ن´(س) = $\begin{cases} ٢س ، -٣ < س < ١ \\ ٢ \quad ، \quad ١ < س < ٥ \end{cases}$

ن´(١)$^{+}$ = ٢ ، ن´(١)$^{-}$ = ٢ $\Leftarrow$ ن´(١) = ٢

∴ ن(س) قابل للاشتقاق في $]-٣، ٥[$

تحقق شروط نظرية رول على ن(س) في $[-٣، ٥]$

$\Leftarrow$ E جـ $\in]-٣، ٥[$: ن´(جـ) = ٠

٢) لإيجاد قيمة/ قيم جـ

ن´(جـ) = ٠ $\Leftarrow$ ١) عندما $-٣ <$ جـ $< ١ \Leftarrow ٢$جـ = ٠ $\Leftarrow$ جـ = ٠

٢) عندما $١ <$ جـ $< ٥ \Leftarrow ٢ = ٠$ وهذا غير ممكن

السؤال الثالث:

أ ن(س) = لـــو$_{هـ}$ ($س^{٢} - ٢س + هـ$)

عندما س = ٠ $\Leftarrow$ ن(٠) = لـــو$_{هـ}$ هـ = ١، (نقطة التماس هي (١،٠))

ن´(س) = $\frac{٢س - ٢}{س^{٢} - ٢س + هـ}$

ن´(٠) = م$_{المماس}$ = $\frac{-٢}{هـ}$

ميل العمودي = $\frac{-١}{م_{المماس}}$ = $\frac{هـ}{٢}$

معادلة العمودي على المماس عند (١،٠) هي ص − ص$_{١}$ = $\frac{-١}{م_{المماس}}$ (س − س$_{١}$) $\Leftarrow$ ص − ١ = $\frac{هـ}{٢}$ (س − ٠)

$\Leftarrow$ ص = $\frac{هـ}{٢}$ س + ١

ب | ن(س) = س^{٣} − ٣س^{٢} − ٩س + ٥ ، س ∈ [−٢ ، ٦]

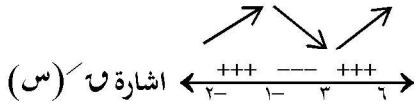
ن متصل لانه كثير حدود

ن ´(س) = ٣س^{٢} − ٦س − ٩

ن ´(س) = ٠ ⟸ ٣س^{٢} − ٦س − ٩ = ٠

س^{٢} − ٢س − ٣ = ٠

⟸ (س − ٣)(س + ١) = ٠ ⟸ س = ٣ ، س = −١



ن(س) متزايد [−٢ ، −١] وكذلك في [٣ ، ٦]

ن(س) متناقص [−١ ، ٣]

٢) ن(−٢) = −٨ − ١٢ + ١٨ + ٥ = ٣ قيمة صغرى محلية (بداية تزايد)

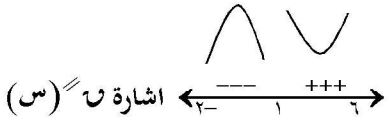
ن(−١) = −١ − ٣ + ٩ + ٥ = ١٠ قيمة عظمى محلية للاقتران ن(س)

ن(٣) = ٢٧ − ٢٧ − ٢٧ + ٥ = −٢٢ قيمة صغرى محلية للاقتران ن(س)

ن(٦) = ٢١٦ − ١٠٨ − ٥٤ + ٥ = ٥٩ قيمة عظمى محلية للاقتران ن(س)

٣) ن ´´(س) = ٦س − ٦

نضع ن ´´(س) = ٠ ⟸ ٦س − ٦ = ٠ ⟸ س = ١



ن(س) مقعر للاسفل [−٢ ، ١] ، مقعر للاعلى في [١ ، ٦]

السؤال الرابع:

ا | ص = ا جا هـ س + ب جتا هـ س

ص ´ = ا هـ جتا هـ س − ب هـ جا هـ س

ص ´´ = −ا هـ^{٢} جا هـ س − ب هـ^{٢} جتا هـ س = −هـ^{٢} (ا جا هـ س + ب جتا هـ س) = −هـ^{٢} ص

$\frac{ص''}{ص} = -هـ^{٢}$

ب | س + ٢ص = −١ ، س + ٤ص = ١

نكون المصفوفة الممتدة $\overline{أ} = \left[\begin{array}{cc|c} ١ & ٢ & -١ \\ ١ & ٤ & ١ \end{array}\right]$

$\left[\begin{array}{cc|c} ١ & ٢ & -١ \\ ١ & ٤ & ١ \end{array}\right] \xleftarrow{ص_{٢} - ص_{١}} \left[\begin{array}{cc|c} ١ & ٢ & -١ \\ ٠ & ٢ & ٢ \end{array}\right]$

ومنها ٢ص = ٢ ⟸ ص = ١

كذلك س + ٢ص = −١ ⟸ س + ٢ = −١ ⟸ س = −٣

جـ $ن(س) = س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + ء$

$ن(٠) = ٤ \Leftarrow ء = ٤$

$ن'(س) = ٣س^{٢} + ٢ب س + جـ$

$ن''(س) = ٦س + ٢ب$

بما أن الاحداثي السيني لنقطة الانعطاف هو ١

$\Leftarrow ن''(١) = ٠ \Leftarrow ٦ + ٢ب = ٠ \Leftarrow ب = -٣$

معادلة المماس هي $٢س + ص - ٥ = ٠ \Leftarrow ص = ٥ - ٢س$

ميل المماس عند $س = ١$ يساوي -٢

$\Leftarrow ن'(١) = -٢ \Leftarrow ٣ + ٢ب + جـ = -٢ \Leftarrow ٣ + -٦ + جـ = -٢ \Leftarrow جـ = ١$

$\Leftarrow ن(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + س + ٤$

السؤال الخامس:

أ $ف = ٤جا^{٢}٢ن + \frac{١}{٢}ن ، ن \in \left[٠ ، \frac{\pi}{٢}\right]$

$ع = ف' = ٨جا٢ن جتا٢ن \times ٢ + \frac{١}{٢} = ١٦ جا٢ن جتا٢ن + \frac{١}{٢} = ٨جا٤ن + \frac{١}{٢}$

$ت = ٣٢ جتا٤ن$

لكن عندما $ع = \frac{٩}{٢} \Leftarrow ٨جا٤ن + \frac{١}{٢} = \frac{٩}{٢} \Leftarrow ٨جا٤ن = ٤ \Leftarrow جا٤ن = \frac{١}{٢}$

$\Leftarrow$ اما $٤ن = \frac{\pi}{٦} \Leftarrow ن = \frac{\pi}{٢٤}$ أو $٤ن = \frac{\pi ٥}{٦} \Leftarrow ن = \frac{\pi ٥}{٢٤}$

$ت|_{ن = \frac{\pi}{٢٤}} = ٣٢ جتا\frac{\pi}{٦} = ١٦\sqrt{٣}$ م/د^{٢}

كذلك $ت|_{ن = \frac{\pi ٥}{٢٤}} = ٣٢ جتا\frac{\pi ٥}{٦} = -١٦\sqrt{٣}$ م/د^{٢}

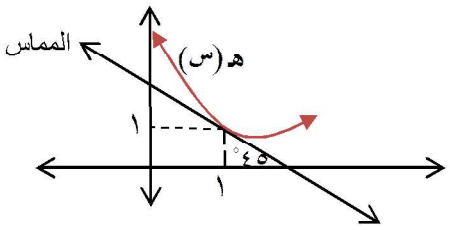
ب $ن(س) = \frac{س}{س^{٢} + ١} \Leftarrow ن(١) = \frac{١}{٢}$

$ن'(س) = \frac{١(س^{٢} + ١) - س \times ٢س}{(س^{٢} + ١)^{٢}}$

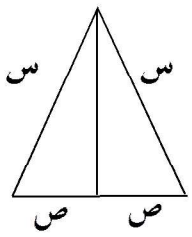
$ن'(١) = \frac{٢ - ٢}{٤} = ٠$

من الشكل $هـ(١) = ١ ، هـ'(١) = -ظا٤٥ = -١$

$(ن \times هـ)'(١) = ن(١) \times هـ'(١) + ن'(١) \times هـ(١) = \frac{١}{٢} \times -١ + ٠ = -\frac{١}{٢}$



السؤال السادس:



أ نفرض طول احد ساقي المثلث س ، طول قاعدته ٢ص

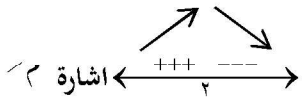
$\Leftarrow ٢س + ٢ص = ١٢ \Leftarrow س + ص = ٦ \Leftarrow س = ٦ - ص$

المساحة $م = \frac{١}{٢} \times ٢ص \times ع = ص \sqrt{س^٢ - ص^٢}$

$م = ص \sqrt{(٦ - ص)^٢ - ص^٢} = ص \sqrt{٣٦ - ١٢ص}$

$م' = \sqrt{٣٦ - ١٢ص} + ص(\frac{-١٢}{٢\sqrt{٣٦ - ١٢ص}})$

$م' = ٠ \Leftarrow \sqrt{٣٦ - ١٢ص} = \frac{٦ص}{\sqrt{٣٦ - ١٢ص}}$



$\Leftarrow ٣٦ - ١٢ص = ٦ص \Leftarrow ص = ٢$ (اكبر ما يمكن)

$ص = ٢ \Leftarrow س = ٤$

∴ اطوال اضلاع المثلث هي ٤،٤،٤

ب $٢أ + ٣ب = \begin{bmatrix} ٤ & ٦- \\ ٢ & ١٣ \end{bmatrix}$ ، $أ + ب = \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ١ & ٥ \end{bmatrix} \Leftarrow -٢أ - ٢ب = \begin{bmatrix} ٢- & ٢ \\ ٢- & ١٠- \end{bmatrix}$

بالجمع $\Leftarrow ب = \begin{bmatrix} ٢ & ٤- \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ١ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٤- \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix} - أ \Leftarrow أ = \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ١ & ٥ \end{bmatrix} - ب = \begin{bmatrix} ٣ & ١- \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$

$أ.ب = \begin{bmatrix} ٣ & ١- \\ ٢ & ١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ & ٤- \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٢- \\ ٢ & ١٣ \end{bmatrix}$

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الورقة الثانية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة/الانجاز
لعام ٢٠١٩

الزمن : ساعتان ونصف
التاريخ: ٨ /٨ /٢٠١٩م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط.

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول:(٣٠ علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) اذا كان ق(س)، هـ(س) اقترانين أصليين للاقتران المتصل ن(س) ، وكان ن(٢) = ٩، ن′(٢) = ٤ فما قيمة (٥ق − ٣هـ)′(٢) ؟

أ) −٨ ب) صفر ج) ٨ د) ١٨

٢) اذا كان ن(س) اقترانا متصلا على مجاله وكان $\int$ ن(س) ؤس = س^{٣} − لـو$_{هـ}$ س + جـ، فما قيمة ن′(١) ؟

أ) ٧ ب) ٥ ج) ٢ د) −٢

٣) اذا كان ن′(س) − هـ^{س} = ٢ وكان ن(١) = هـ ، فما قيمة ن(٠)؟

أ) صفر ب) −٢ ج) −١ د) ١

٤) ما ناتج $\int$ جاس قاس ؤس ؟

أ) لـو$_{هـ}$|جاس| + جـ ب) −لـو$_{هـ}$|جتاس| + جـ ج) لـو$_{هـ}$|جتاس| + جـ د) −لـو$_{هـ}$|جاس| + جـ

٥) ما قيمة $\int$ لـو$_{هـ}$ هـ^{٢} ؤس ؟

أ) ٢س + جـ ب) هـ^{٢}س + جـ ج) هـ^{٢} + جـ د) هـس + جـ

٦) اذا كانت σ$_{٨}$ تجزئة منتظمة للفترة [١ ، ٦] وكان طول الفترة الجزئية = $\frac{١}{٤}$ ، فما قيمة العنصر الثامن في هذه التجزئة؟

أ) $\frac{٢٣}{٤}$ ب) $\frac{٢٢}{٤}$ ج) ٦ د) ٤

٧) بدأ جسم التحرك في خط مستقيم من نقطة الأصل ومبتعداً عنها، فإذا كانت سرعته في أي لحظة تعطى بالعلاقة ع(ن) = ٦ن + ٢ ، فما بعده عن نقطة الأصل بعد ثانيتين من بدء الحركة؟

أ) ١٠ م ب) ١٢ م ج) ١٤ م د) ١٦ م

٨) إذا كان $\int \frac{أ}{(س+١)^{٢}}$ ؤس = $\frac{٢}{س+١}$ + جـ ، فما قيمة الثابت أ ؟

أ) −٢ ب) −١ ج) ١ د) ٢

٩) ما قيمة $\int_{٢}^{٠} (س-١)$ ؤس + $\int_{٠}^{٧} \frac{١-س^{٢}}{س+١}$ ؤس ؟

أ) $\int_{٢}^{٠} (١-س)$ ؤس ب) $\int_{٧}^{٠} (س-١)$ ؤس ج) $\int_{٢}^{٧} (س-١)$ ؤس د) $\int_{٢}^{٧} (١-س)$ ؤس

أ. جهاد عدوان
أ. فاطمة الأسطل

١٠) إذا كان $\int_{١}^{٥} ن(س)\,د س = ٨$، فما قيمة $\int_{٧}^{٣} ٤ن(س-٢)\,د س$؟

أ) ٣٢ ب) ١٤ ج) −٨ د) −٣٢

١١) ما قيمة $\int_{-٢}^{٣} |٢س|\,د س$؟

أ) ١٣ ب) ١٠ ج) ٩ د) ٥

١٢) اذا كان $\int_{١}^{س} ن(ص)\,د ص = أ س^{٢} - ٣س + ٢$، $ن(س)$ متصل، فما قيمة $ن(١)$؟

أ) صفر ب) −١ ج) ١ د) ٢

١٣) اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $ن(س)$ عند أي نقطة عليه يساوي $\frac{٢س}{س^{٢}+هـ}$، فما قاعدة $ن(س)$ علماً أن منحناه يمر بالنقطة $(٣،٠)$ ؟

أ) $لـو_{هـ}(س^{٢}+هـ)+٣$ ب) $لـو_{هـ}(س^{٢}+هـ)+٤$ ج) $لـو_{هـ}(س^{٢}+هـ)+٢$ د) $لـو_{هـ}(س^{٢}+هـ)-٢$

١٤) إذا كان $ن(س) = \int_{١}^{س} \frac{١}{١+هـ^{ص}}\,د ص$، فما قيمة $ن'(٢)$ ؟

أ) −١ ب) صفر ج) $لـو_{هـ}٢$ د) ٢

١٥) إذا علمت أن $\int_{-١}^{٤} ٢ن(س)\,د س = ٢٤$، وكان $ر(\sigma_{ن}، ن) = \frac{(ن+١)(٢ن+١)}{٦ن^{٢}}$ حيث $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[-١، ٤]$ ، فما قيمة الثابت $أ$؟

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٦ د) ١٢

١٦) ما قيمة المقدار $١ + ت + ت^{٢} + ت^{٣}$؟

أ) $٢ - ت$ ب) $٢ت$ ج) صفر د) ٢

١٧) ما الصورة القطبية للعدد المركب $ع = -١ + ت$ ؟

أ) $ع = \sqrt{٢}(جتا\frac{\pi}{٤} + ت جا\frac{\pi}{٤})$ ب) $ع = \sqrt{٢}(جتا\frac{٧\pi}{٤} + ت جا\frac{٧\pi}{٤})$

ج) $ع = \sqrt{٢}(جتا\frac{٥\pi}{٤} + ت جا\frac{٥\pi}{٤})$ د) $ع = \sqrt{٢}(جتا\frac{٣\pi}{٤} + ت جا\frac{٣\pi}{٤})$

١٨) ما قيمة المقدار $\frac{١٠٠}{(ت-١)(ت-٣)}$ ؟

أ) $١٠ + ٢٠ت$ ب) $١٠ - ٢٠ت$ ج) $-١٠ + ٢٠ت$ د) $-٢٠ + ١٠ت$

١٩) اذا كان $\frac{ت}{ت+١} = \frac{١+ت}{أ}$، فما قيم الثابت $أ$؟

أ) −٢ ب) −١ ج) ١ د) ٢

٢٠) اذا كان $ع = أ + ب ت$، فما العبارة الصحيحة دائما فيما يلي؟

أ) $ع \times ع^{-١} = ت$ ب) $|ت ع| = \sqrt{أ^{٢} + ب^{٢}}$ ج) $ع^{٢}(\bar{ع}) = ع^{٢}$ د) $|\bar{ع}| = \sqrt{أ^{٢} - ب^{٢}}$

السؤال الثاني:(٢٠علامة)

أ) استخدام تعريف التكامل المحدود في ايجاد قيمة $\int_{0}^{3} (٥ - ٤س) ؤس$.

ب) إذا كان $ن(س) = \begin{cases} ٦س^{٢} - ١٢ ، ١ \geq س \geq ٢ \\ ٢س + ٨ ، ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$ فجد الاقتران المكامل ت(س) في الفترة $[١ ، ٤]$

ج) أوجد الجذور التربيعية للعدد المركب ع = ٥ + ١٢ت .

السؤال الثالث:(٢٠علامة)

أ) جد التكاملات التالية: ١) $\int \frac{س}{س^{٤} + س^{٢}} ؤس$ ٢) $\int_{٢}^{٣} \frac{س + ٧ -}{س^{٢} + س - ٢} ؤس$

ب) جد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنى $ص^{٢} = س$ والمستقيم $ص = \frac{١}{٢}س$ دورة كاملة حول محور السينات

السؤال الرابع: (٢٠علامة)

أ) يسير جسم على خط مستقيم حسب العلاقة $ت = ٢ع^{\frac{٢}{٣}}$ ، حيث ت تسارع الجسم، ع سرعة الجسم، فإذا تحرك الجسم من السكون، فما سرعة الجسم بعد مرور ٣ ثواني من بدء الحركة؟(المسافة المقطوعة بالأمتار)

ب) بدون حساب التكامل أثبت أن: $\int_{٢}^{٤} (س^{٢} + ٣) ؤس \leq \int_{٢}^{٤} (٣س + ١) ؤس$

ج) اذا كان $ع_{١} = \frac{٣٦ - ٢ت}{٣ - ت}$ ، $ع_{٢} = ١ - ٢ت$ ، جد $ع_{١} + ت ع_{٢}$

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس: (١٠ علامة)

أ) إذا كان $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} جتاس ن(س) ؤس = \frac{\pi}{٦}$ ، $ن(\frac{\pi}{٢}) = \frac{\pi}{٣}$ فما قيمة $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} جاس ن`(س) ؤس$ ؟

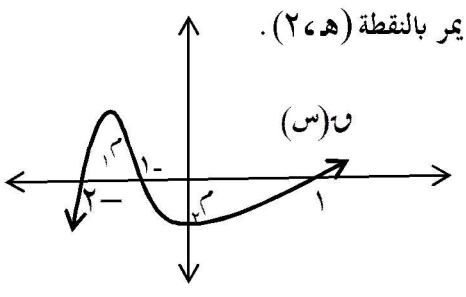
ب) حل المعادلة $ع^{٢} + ت ع + ٢ = ٠$ ، حيث $ع \ni ك$.

السؤال السادس:(١٠ علامة)

أ) اذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ص = ن(س) عند أي نقطة عليه (س ، ص) يساوي $٢س \sqrt{لـو_{هـ} س^{٢} + ١٤}$ ، فما قاعدة الاقتران ص = ن(س) علما بأن منحناه يمر بالنقطة (هـ ، ٢) .

ب) في الشكل المجاور، احسب $\int_{-١}^{٢} س ن(س^{٢} - ٣) ؤس$

علما بأن $م_{١} = ٤$ وحدات مربعة، $م_{٢} = ١٢$ وحدة مربعة.



السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	د	أ	ج	ب	أ	أ	د	أ	ج	د
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	أ	ب	ج	ب	ج	ج	د	أ	د	ب

السؤال الثاني:

أ $\int_{0}^{3}(5-4س)\,ds$

نفرض $ن(س)=5-4س$، $\sigma_ن$ تجزئة منتظمة للفترة $[0,3]$، نفرض $س_ر^*=س_ر=\frac{3}{ن}ر$

$$ر(\sigma_ن،ن)=\sum_{ر=1}^{ن}\frac{ب-ا}{ن}ن(س_ر^*)=\sum_{ر=1}^{ن}\frac{3}{ن}(5-4\times\frac{3}{ن}ر)=3-\sum_{ر=1}^{ن}\frac{3}{ن}(5-\frac{12}{ن}ر)$$

$$=\frac{3}{ن}(5ن-\frac{12}{ن}.\frac{ن(ن+1)}{2})=\frac{3}{ن}(5ن-6ن-6)=-3-\frac{18}{ن}$$

$$\therefore\int_{0}^{3}ن(س_ر)\,ds=\lim_{ن\to\infty}ر(\sigma_ن،ن)=\lim_{ن\to\infty}(-3-\frac{18}{ن})=-3$$

ب $ن(س)=\begin{cases}6س^2-12، 1\le س\le 2\\ 2س+8، 2<س\le 4\end{cases}$

١) $1\le س\le 2\Leftarrow ت(س)=\int_{1}^{س}(6ص^2-12)\,dص=2ص^3-12ص|_1^س=2س^3-12س+10$

٢) $2<س\le 4\Leftarrow ت(س)=\int_{1}^{2}(6س^2-12)\,ds+\int_{2}^{س}(2ص+8)\,dص$

$$=(2س^3-12س|_1^2)+(ص^2+8ص|_2^س)=((16-24)-(2-12))+(س^2+8س-(16+4))$$

$$=2+س^2+8س-20=س^2+8س-18$$

$ت(س)=\begin{cases}2س^2-12س+10، -3\le س<-1\\ س^2+8س-18، -1\le س\le 3\end{cases}$

جـ ع = ٥ + ٢ ١ت نفرض ان س + صت هو أحد الجذرين التربيعين للعدد ٥ + ٢ ١ت ، س، ص∈ع

$(س + صت)^{٢} = ٥ + ٢ ١ت$

$س^{٢} - ص^{٢} + ٢س ص ت = ٥ + ٢ ١ت$

$\Leftarrow س^{٢} - ص^{٢} = ٥ ، ٢س ص = ١٢ \Leftarrow س = \frac{٦}{ص}$

$\therefore س^{٢} - ص^{٢} = \frac{٣٦}{ص^{٢}} - ص^{٢} = ٥ \Leftarrow ص^{٤} + ٥ص^{٢} - ٣٦ = ٠$

$\Leftarrow (ص^{٢} + ٩)(ص^{٢} - ٤) = ٠$

اما $ص^{٢} = ٤ \Leftarrow ص = \pm ٤$ أو $ص^{٢} = -٩$ (مرفوض)

$\Leftarrow س = \frac{٦}{\pm ٤} = \pm \frac{٣}{٢}$

الجذران التربيعيان هما $\pm (\frac{٣}{٢} + ٤ت)$

السؤال الثالث:

أ ١) $\int \frac{س}{س^{٤} + س^{٢}} ؘس = \int \frac{س}{س^{٤}(١ + \frac{١}{س^{٢}})} ؘس = \int \frac{١}{س^{٣}(١ + \frac{١}{س^{٢}})} ؘس$

نفرض $ص = \frac{١}{س^{٢}} \Leftarrow ؘص = \frac{-٢س}{س^{٤}} = \frac{-٢}{س^{٣}} ؘس$

$\therefore \int \frac{١}{١ + ص} \times -\frac{١}{٢} ؘص = -\frac{١}{٢} لـو_{هـ} |١ + ص| + جـ = -\frac{١}{٢} لـو_{هـ} |١ + \frac{١}{س^{٢}}| + جـ$

٢) $\int_{٢}^{٣} \frac{-٧ + س}{س^{٢} + س - ٢} ؘس$

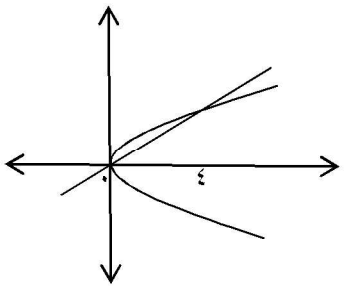
$\frac{-٧ + س}{س^{٢} + س - ٢} = \frac{أ}{س + ٢} + \frac{ب}{س - ١}$

عندما $س = ١ \Leftarrow ٣ب = -٦ \Leftarrow ب = -٢$

عندما $س = -٢ \Leftarrow -٣أ = -٩ \Leftarrow أ = ٣$

$\therefore \int \frac{-٧ + س}{س^{٢} + س - ٢} ؘس = \int \frac{٣}{س + ٢} ؘس + \int \frac{-٢}{س - ١} ؘس = ٣ لـو_{هـ} |س + ٢| - ٢ لـو_{هـ} |س - ١| \Big|_{٢}^{٣}$

$= ٣ لـو_{هـ} ٥ - ٢ لـو_{هـ} ٢ - ٣ لـو_{هـ} ٢ + ٢ لـو_{هـ} ١ = ٣ لـو_{هـ} ٥ - ٤ لـو_{هـ} ٤$



ب | $ص^{٢} = س \Leftarrow ص = \pm \sqrt{س}$ ، $ص = \frac{١}{٢}س$

نقاط تقاطع المنحنيين $\pm \sqrt{س} = \frac{١}{٢}س \Leftarrow س = \frac{١}{٤}س^{٢}$

$\Leftarrow \frac{١}{٤}س^{٢} - س = ٠ \Leftarrow س(\frac{١}{٤}س - ١) = ٠$

$\Leftarrow س = ٠ ، \frac{١}{٤}س = ١ \Leftarrow س = ٤$

حجم $= \pi \int_{٠}^{٤} (س - (\frac{١}{٢}س)^{٢}) ؘس = \pi \left[\frac{س^{٢}}{٢} - \frac{س^{٣}}{١٢} \right]_{٠}^{٤}$

$= \pi \left[\frac{١٦}{٢} - \frac{٦٤}{١٢} \right] = ٥\pi$ وحدة مكعبة

السؤال الرابع:

أ | $ت = ٢ع^{\frac{٢}{٣}} \Leftarrow \frac{ؘع}{ؘن} = ٢ع^{\frac{٢}{٣}} \Leftarrow \frac{ؘع}{ع^{\frac{٢}{٣}}} = ٢ؘن$

$\int ع^{-\frac{٢}{٣}} ؘع = \int ٢ؘن \Leftarrow ٣ع^{\frac{١}{٣}} = ٢ن + جـ$

لكن تحرك الجسم من السكون $\Leftarrow ع(٠) = ٠$

$\Leftarrow ٣ \times ٠ = ٢ \times ٠ + جـ \Leftarrow جـ = ٠$

$\therefore ٣\sqrt{ع} = ٢ن$

سرعة الجسم بعد مرور ٣ ثواني $٣\sqrt{ع} = ٢ \times ٣ \Leftarrow ٣\sqrt{ع} = ٢ \Leftarrow ع = ٢^{٣} = ٨$ م/ث

ب | $\int_{٢}^{٤} (س^{٢} + ٣) ؘس \leq \int_{٢}^{٤} (٣س + ١) ؘس$

نفرض أن $ق(س) = ٣س + ١ - (س^{٢} + ٣) = -س^{٢} + ٣س - ٢$

نبحث في اشارة الاقتران $ق(س) = -س^{٢} + ٣س - ٢$

$\Leftarrow -س^{٢} + ٣س - ٢ = ٠ \Leftarrow (س - ١)(س - ٢) = ٠ \Leftarrow س = ١ ، ٢$ ←(-- ++ --)→ (١ ، ٢)

بنلاحظ ان $ق(س) \geq ٠$ في الفترة $[٢ ، ٤]$

$\Leftarrow ٣س + ١ \geq س^{٢} + ٣$ في الفترة $[٢ ، ٤]$

أي أن $\int_{٢}^{٤} (س^{٢} + ٣) ؘس \leq \int_{٢}^{٤} (٣س + ١) ؘس$

ج | $ع_{١} = \frac{٣٦ - ٢ت}{٣ - ت} ، ع_{٢} = ١ - ٢ت \Leftarrow ت ع_{٢} = ت + ٢$

$ع_{١} + ت ع_{٢} = \frac{٣٦ - ٢ت}{٣ - ت} + (٢ + ت) = \frac{٣٦ - ٢ت}{٣ - ت} \times \frac{٣ + ت}{٣ + ت} + (٢ + ت)$

$= \frac{(١٠٨ + ٢) + (٣٦ - ٦)ت}{١٠} + (٢ + ت) = ١١ + ٣ت + ٢ + ت = ١١ + ٤ت$

السؤال الخامس:

أ $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتاس ن(س) ى س$ ، $ن = \frac{\pi}{6}$ ، $ن(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{3}$

$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جاس ن'(س) ى س$ بالاجزاء

$و = جاس \quad ى ع = ن'(س) ى س$

$ى و = جتاس ى س \quad ع = ن(س)$

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جاس ن'(س) ى س = ن(س) جاس \Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتاس ن(س) ى س = ن(\frac{\pi}{2}) \times ١ - ٠ - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$$

ب نفرض $ع = (س + ص ت)$

$ع^{٢} = (س + ص ت)^{٢} = س^{٢} - ص^{٢} + ٢ س ص ت$

$ت ع = -ص + س ت$

$\Leftarrow س^{٢} - ص^{٢} + ٢ س ص ت + س ت - ص + ٢ = ٠$

$\Leftarrow (س^{٢} - ص^{٢} - ص + ٢) + (٢ س ص + س) ت = ٠$

$س^{٢} - ص^{٢} - ص + ٢ = ٠ ، ٢ س ص + س = ٠ \Leftarrow س(٢ ص + ١) = ٠$

أما $س = ٠ \Leftarrow - ص^{٢} - ص + ٢ = ٠ \Leftarrow ص^{٢} + ص - ٢ = ٠$

$\Leftarrow (ص + ٢)(ص - ١) = ٠ \Leftarrow ص = -٢ ، ص = ١$

أو $٢ ص + ١ = ٠ \Leftarrow ص = \frac{-١}{٢} \Leftarrow س^{٢} - \frac{١}{٤} + \frac{١}{٢} + ٢ = ٠ \Leftarrow س^{٢} + ٢\frac{١}{٤} = ٠$

$س^{٢} = -٢\frac{١}{٤}$ مرفوض

$\therefore ع = -٢ ت ، ت$

السؤال السادس:

أ ميل العمودي=٢س $\sqrt{\text{لو}_{هـ}(س^{٢}+١٤)}$، ميل المماس $= ق'(س) = \frac{-١}{٢س\sqrt{\text{لو}_{هـ}(س^{٢}+١٤)}}$

$\Leftarrow ق(س) = -\frac{١}{٢}\int \frac{١}{س\sqrt{\text{لو}_{هـ}(س^{٢}+١٤)}}$ ﻫ س

نفرض ص $= \sqrt{\text{لو}_{هـ}(س^{٢}+١٤)}$ بالتربيع $\Leftarrow$ ص^{٢} $= \text{لو}_{هـ}(س^{٢}+١٤)$

$٢ص$ ﻫ ص $= \frac{٢س}{س^{٢}}$ ﻫ س $= \frac{٢}{س}$ ﻫ س $\Leftarrow$ ﻫ س $= س ص$ ﻫ ص

$\Leftarrow ق(س) = -\frac{١}{٢}\int \frac{١}{س \times ص} \times س ص$ ﻫ ص $= -\frac{١}{٢}\int$ ﻫ ص $= -\frac{١}{٢}ص + جـ$

$ق(س) = -\frac{١}{٢}\sqrt{\text{لو}_{هـ}(س^{٢}+١٤)} + جـ$

(هـ، ٢) تحقق الاقتران ٢ $= -\frac{١}{٢}\sqrt{\text{لو}_{هـ}هـ^{٢}+١٤} + جـ \Leftarrow جـ = ٤$

$\therefore ق(س) = -\frac{١}{٢}\sqrt{\text{لو}_{هـ}(س^{٢}+١٤)} + ٤$

ب $\int_{-١}^{٢} س ق(س^{٢}-٣)$ ﻫ س

نفرض ص $= س^{٢} - ٣ \Leftarrow$ ﻫ ص $= ٢س$ ﻫ س $\Leftarrow$ ﻫ س $= \frac{ﻫ ص}{٢س}$

عندما س $= -١ \Leftarrow$ ص $= -٢$ ، س $= ٢ \Leftarrow$ ص $= ١$

$\int_{-٢}^{١} س ق(ص) \times \frac{ﻫ ص}{٢س} = \frac{١}{٢}\int_{-٢}^{١} ق(ص)$ ﻫ ص $\leftarrow$ (*)

$م_{١} = \int_{-٢}^{-١} ق(س)$ ﻫ س $= ٤$ ، $م_{٢} = \int_{-١}^{١} ق(س)$ ﻫ س $= -١٢$

من (*) $= \frac{١}{٢}\left(\int_{-٢}^{-١} ق(س)$ ﻫ س $+ \int_{-١}^{١} ق(س)$ ﻫ س $\right) = \frac{١}{٢}(٤ + -١٢) = -٤$

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الدورة: الاستكمالية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة "الإنجاز"
لعام ٢٠٢٠ م

مدة الامتحان : ثلاث ساعات
التاريخ: ٧ /١٢ /٢٠١٩م
مجموع العلامات (٢٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول : (٦٠ علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) ما قيمة $\lim_{س \to ٤} \frac{س^{٢} - ٣س - ٤}{س - ٤}$ ؟

أ) صفر ب) ١ ج) ٥ د) غير موجودة

٢) ما قيمة $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(س^{٢} + هـ) - ن(س^{٢})}{هـ}$ ؟

أ) $\frac{١}{٢} ن'(س^{٢})$ ب) $ن'(س^{٢})$ ج) $س ن'(س^{٢})$ د) $٢س ن'(س^{٢})$

٣) اذا كان $ن(س) = ٣هـ(س) + ٥$ ، وكان متوسط تغير الاقتران $هـ(س)$ في الفترة $[١، ٣]$ يساوي ٤، ما قيمة متوسط تغير الاقتران $ن(س)$ في نفس الفترة؟

أ) ٤ ب) ٦ ج) ١٢ د) ١٧

٤) اذا كان $ن(س) = س^{٣} ك(س) + ٥$ ، وكان $ك(١) = -٢، ن'(١) = ١$ فما قيمة $ك'(١)$ ؟

أ) -٢ ب) صفر ج) ٢ د) ٧

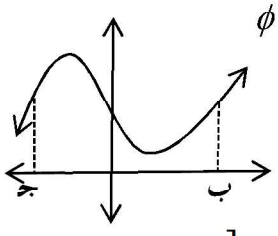
٥) اذا كان $ن(س) = \begin{cases} س^{٢} - س & ، ٠ \le س \le ١ \\ س - ١ & ، ١ < س < ٣ \end{cases}$ ، فما قيم س التي يكون عندها نقط حرجة للاقتران $ن(س)$ في $[٠، ٣]$ ؟

أ) $٠، \frac{١}{٢}$ ب) $٠، \frac{١}{٢}، ١$ ج) $٠، \frac{١}{٢}، ١، ٣$ د) $٠، ١، ٣$

٦) اذا كان $ن''(س) = (٤ - س^{٢})^{٦} (س - ٣)^{٥}$ ، فما مجموعة قيم س التي عندها نقط انعطاف لمنحنى $ن(س)$؟

أ) $\{٣\}$ ب) $\{-٢، ٢\}$ ج) $\{-٢، ٢، ٣\}$ د) ϕ

٧) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران $ن(س)$، معتمداً عليه،
ما الفترة التي تكون فيها $ن''(س) > ٠$



أ) $[جـ، ب]$ ب) $[٠، ب]$ ج) $[جـ، ٠]$ د) $]جـ، ب[$

٨) اذا كان $ن(س) = ٢س$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في $[٢، ٣]$ ،فما قيم جـ التي تعينها النظرية ؟

أ) $جـ = ٢$ ب) $جـ = ٠$ ج) $جـ \in [٢، ٣]$ د) $جـ \in]٢، ٣[$

٩) ما قيمة/ قيم الثابت ك التي تجعل المصفوفة $\begin{bmatrix} ك-٢ & ٣ \\ ١ & ك \end{bmatrix}$ منفردة؟

أ) صفر ب) $-١، ٣$ ج) $١، -٣$ د) ٢

أ. جهاد عدوان أ. فاطمة الأسطل

١٠) إذا كان $\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix} + س = ٣و$ ، فما المصفوفة التي تساوي س؟

أ) $\begin{bmatrix} ١ & -٥ \\ ٠ & -٢ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ١ & -٢ \\ ٠ & -٢ \end{bmatrix}$

١١) ما قيمة $\int \frac{هـ^{س+٢}}{هـ^{س+١}} ىس$

أ) $هـ^{س+١} + جـ$ ب) $س + جـ$ ج) $هـ س + جـ$ د) $هـ^{٢} س + جـ$

١٢) إذا كان $ن'(س) = ٢س + ٥$، فما قيمة $ن(٢) - ن(-٢)$؟

أ) صفر ب) ٨ ج) ٢٠ د) ٢٨

١٣) اذا علمت أن $\int_{ب}^{س} ن(ص) ىص = س هـ^{س}$ ، وكان $ن(س)$ اقتراناً على الفترة $[٠ ، ٣]$، فما قيمة $ن(١)$؟

أ) هـ ب) ٢ هـ ج) $هـ^{٢}$ د) ٣ هـ

١٤) إذا كان $\int_{١+٣ب}^{٢-ب} ٧ ىس = ٣٥$ ما قيمة الثابت ب؟

أ) -٢ ب) -١ ج) ١ د) ٢

١٥) اذا كان $ن(س) = ٢س$ معرفاً على الفترة $[١ ، ٢]$، وكانت σ تجزئة منتظمة للفترة $[١ ، ٢]$، فما قيمة $\lim_{ن \to \infty} مـ(ن ، \sigma ، ن)$ ؟

أ) ٣ ب) ٢ ج) ١ د) غير موجودة

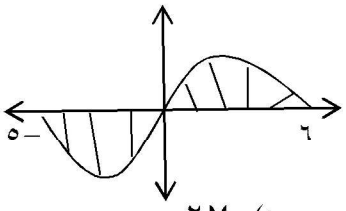
١٦) اذا كان $\int_{١}^{٣} ٢ن(س) ىس = ٨$، فما قيمة $\int_{١}^{٧} ن(س) ىس - \int_{٣}^{٧} ن(س) ىس$؟

أ) ٤ ب) ٨ ج) -٤ د) -٨

١٧) اذا كان $\int ن(س) ىس = س^{٢} - اجتا\frac{١}{٢}س$، وكان $ن(\pi) = ٣\pi$ ، فما قيمة الثابت أ؟

أ) ٦π ب) -٢π ج) $\frac{\pi}{٢}$ د) ٢π

١٨) اذا كانت مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور ٢٠ وحدة مربعة،



وكان $\int_{ب}^{-٥} ن(س) ىس = ٧$، فما قيمة $\int_{ب}^{٦} ن(س) ىس$؟

أ) ١١ ب) ١٣ ج) ١٤ د) ٢٧

١٩) ما قيمة المقدار $ت^{٥} - ت^{٤} + ت^{٣} - ت$

أ) صفر ب) $-١ + ت$ ج) $-١ - ت$ د) $١ - ت$

٢٠) اذا كان $ع = ٢ + ٣ت$، فما قيمة $ع - \overline{ع}$؟

أ) ٦ت ب) ٤ ج) -٦ت د) صفر

السؤال الثاني: (٤٠ علامة)

أ) استخدم طريقة كريمر لحل النظام س + ٢ص = ٧ ، س − ٣ص = ٢

ب) اذا كان ق(س) = |٢س + ٢| معرفا على الفترة [− ٣ ، ٣] فجد الاقتران المكامل للاقتران ق(س) في تلك الفترة؟

ج) أوجد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يأتي؟

١) ص = س لـو هـ س + $\sqrt{س}$ ٢) $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} = ٢$ ٣) ص = $\frac{ع}{ع - ١}$ ، ع = ظا س + ٣

السؤال الثالث: (٤٠ علامة)

أ) اذا كان ق(س) = ٣ + ٦س^{٢} − ٢س^{٣} ، اوجد كل مما يلي:

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) . ٢) القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) .

٣) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق(س) . ٤) نقطة الانعطاف للاقتران ق(س)

ب) احسب مساحة المنطقة المحدودة بمنحنيي الاقترانين ق(س) = س^{٢} ، هـ(س) = ٢س + ٣

ج) اذا كان ع = (١ − ت)^{٦} − ٤ت ، فاكتب ع على الصورة ا + ب ت

السؤال الرابع: (٤٠ علامة)

أ) إذا كان ب = $\begin{bmatrix} ٢س & ١٤ \\ ٦ & -٣ص \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} -٢ & ع^{٢} \\ ٤ & -٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٣ & -٣ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix}$ فجد ؟

١) قيم س ، ص ، ع ٢) $\left|\frac{١}{٢} ب\right|$

ب) جد التكاملات التالية:

١) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٣}}$ جا^{٣} س د س ٢. $\int \frac{٢س - ٢}{س^{٢} - ٣س - ٤}$ د س

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = ا جاس ، هـ(س) = س^{٢} + ١ ، أوجد قيمة/ قيم الثابت ا علما بأن (هـ ○ ق)$'$($\frac{\pi}{٦}$) = ٨ $\sqrt{٣}$؟

ب) إذا كان ع = ا + ٢ب ت ، وكان ع . $\bar{ع}$ = ٢ب(ع + $\bar{ع}$) ، فبين أن ا = ٢ب

السؤال السادس: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ا = $\begin{bmatrix} جاس & ٠ \\ جتاس & جا٢س \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} جاس & جتاس \\ جا٢س & ٠ \end{bmatrix}$ ، بين أن ا^{٢} − ب = م$_{٢}$

ب) إذا كان $\int$ (ق$'$(س) + لـو هـ س) د س = ا هـ$^{س^{٢}}$ − ٦ ، وكان ق$'$(١) = ٦هـ ، فما قيمة الثابت ا؟

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	ج	ب	ج	د	أ	أ	ب	د	ب	د
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	ج	ج	ب	ب	أ	أ	د	ب	ج	أ

السؤال الثاني:

أ $س + ٢ص = ٧ ، س - ٣ص = ٢$

$$\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ١ & -٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٧ \\ ٢ \end{bmatrix}$$

$$|أ| = \begin{vmatrix} ١ & ٢ \\ ١ & -٣ \end{vmatrix} = -٣ - ٢ = -٥$$

$$|أ_{س}| = \begin{vmatrix} ٧ & ٢ \\ ٢ & -٣ \end{vmatrix} = -٢١ - ٤ = -٢٥$$

$$|أ_{ص}| = \begin{vmatrix} ١ & ٧ \\ ١ & ٢ \end{vmatrix} = ٢ - ٧ = -٥$$

$$س = \frac{|أ_{س}|}{|أ|} = \frac{-٢٥}{-٥} = ٥ \ ، \ ص = \frac{|أ_{ص}|}{|أ|} = \frac{-٥}{-٥} = ١$$

$س = ٥ ، ص = ١$

ب $ت(س) = |٢س + ٢|$ نعيد التعريف $٢س + ٢ = ٠ \Leftarrow س = -١$

$$ت(س) = \begin{cases} -٢س - ٢ \ ، & -٣ \geq س > -١ \\ ٢س + ٢ \ ، & -١ \geq س \geq ٣ \end{cases}$$

١) $-٣ \geq س > -١ \Leftarrow ت(س) = \int_{-٣}^{س} (-٢ص - ٢) د ص = -ص^{٢} - ٢ص \Big|_{-٣}^{س}$

$$= -س^{٢} - ٢س - (-٩ + ٦) = -س^{٢} - ٢س + ٣$$

٢) $-١ \geq س \geq ٣ \Leftarrow ت(س) = \int_{-٣}^{-١} (-٢س - ٢)\,د س + \int_{-١}^{س} (٢ص + ٢)\,د ص$

$= (-س^{٢} - ٢س\Big|_{-٣}^{-١}) + (ص^{٢} + ٢ص\Big|_{-١}^{س}) = ((-١ + ٢) - (-٩ + ٦)) + (س^{٢} + ٢س - (١ - ٢))$

$= ٤ + س^{٢} + ٢س + ١ = س^{٢} + ٢س + ٥$

$$ت(س) = \begin{cases} -س^{٢} - ٢س + ٣ \text{ ، } -٣ \geq س > -١ \\ س^{٢} + ٢س + ٥ \text{ ، } -١ \geq س \geq ٣ \end{cases}$$

جـ ١) $ص = س لـو_{هـ} س + \sqrt{س}$

$$\frac{د ص}{د س} = س \times \frac{١}{س} + لـو_{هـ} س + \frac{١}{٢\sqrt{س}} = ١ + لـو_{هـ} س + \frac{١}{٢\sqrt{س}}$$

$$= \frac{٢\sqrt{س}(١ + لـو_{هـ} س) + ١}{٢\sqrt{س}} = \frac{٢\sqrt{س} + ٢\sqrt{س} لـو_{هـ} س + ١}{٢\sqrt{س}}$$

٢) $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} = ٢$ نشتق $\frac{-١}{س^{٢}} - \frac{ص`}{ص^{٢}} = ٠ \Leftarrow -\frac{ص`}{ص^{٢}} = \frac{١}{س^{٢}} \Leftarrow ص` = -\frac{ص^{٢}}{س^{٢}}$

٣) $ص = \frac{ع}{١ - ع}$ ، $ع = ظاس + ٣$

$$ص = \frac{ع}{١ - ع} \Leftarrow \frac{د ص}{د ع} = \frac{(١ - ع) \times ١ - ع \times -١}{(١ - ع)^{٢}} = \frac{١}{(١ - ع)^{٢}}$$

$$ع = ظاس + ٣ \Leftarrow \frac{د ع}{د س} = قا^{٢} س$$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س} = \frac{١}{(١ - ع)^{٢}} \times قا^{٢} س \text{ ، نعوض } ع = ظاس + ٣$$

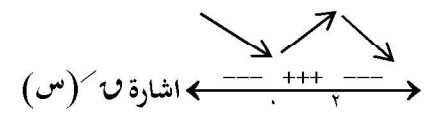
$$\frac{د ص}{د س} = \frac{١}{(١ - (ظاس + ٣))^{٢}} \times قا^{٢} س = \frac{قا^{٢} س}{(-ظاس - ٢)^{٢}} = \frac{قا^{٢} س}{(ظاس + ٢)^{٢}}$$

السؤال الثالث:

أ $ن(س) = ٣ + ٦س^{٢} - ٢س^{٣}$ متصل على ح لانه كثير حدود

١) $ن`(س) = ٢ ١س - ٦س^{٢}$

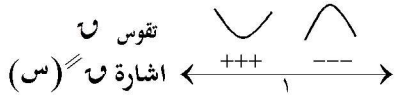
$\Leftarrow ن`(س) = ٦س(٢ - س) = ٠ \Leftarrow س = ٠ ، س = ٢$



$ن(س)$ متزايد في $[٠، ٢]$، ومتناقص في $]-\infty، ٠[، [٢، \infty[$

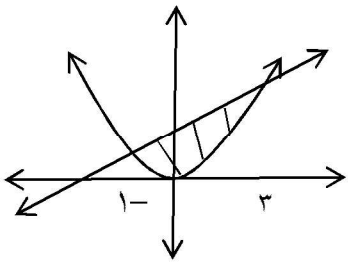
٢) $ن(٠) = ٣$ قيمة صغرى محلية ، $ن(٢) = ١١$ قيمة عظمى محلية

٣) $ن``(س) = ١٢ - ٢ ١س \Leftarrow ٢ ١(١ - س) = ٠ \Leftarrow س = ١$



$ن(س)$ مقعر للاعلى في $]-\infty، ١[$ ومقعر للأسفل في $]١، \infty[$

٤) النقطة $(١، ن(١))$ نقطة انعطاف لان $ن$ متصل وغير من طبيعة تقعره عندس $= ١$



ب | ن(س) = س^{٢} ، هـ(س) = ٢س + ٣

نجد التقاطع ن(س) = هـ(س) ⇐ س^{٢} = ٢س + ٣

⇐ س^{٢} − ٢س − ٣ = ٠ ⇐ (س − ٣)(س + ١) = ٠ ⇐ س = ٣ ، س = −١

المساحة = $\int_{-١}^{٣}$ (هـ − ن) ؿس = $\int_{-١}^{٣}$ (٢س + ٣ − س^{٢}) ؿس = س^{٢} + ٣س − $\frac{س^{٣}}{٣}$ $\Big|_{-١}^{٣}$

= (٩ + ٩ − ٩) − (١ − ٣ + $\frac{١}{٣}$) = ١٠$\frac{٢}{٣}$ وحدة مربعة

جـ | ع = (١ − ت)^{٦} − ٤ت

(١ − ت)^{٦} = ((١ − ت)^{٢})^{٣} = (١ − ٢ت + ت^{٢})^{٣} = (−٢ت)^{٣} = −٨ت^{٣} = −٨(−ت) = ٨ت

ع = (١ − ت)^{٦} − ٤ت − ٨ت − ٤ت = ٤ت = ٠ + ٤ت

السؤال الرابع:

أ | ١) ب = $\begin{bmatrix} ٢س & ١٤ \\ ٦ & -٣ص \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} -٢ & ع^{٢} \\ ٤ & -٣ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} ٣ & -٣ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} ٢س & ١٤ \\ ٦ & -٣ص \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} -٦ + ع^{٢} & ٦ + ٢ع^{٢} \\ ٦ & -١٨ \end{bmatrix}$

−٣ص = −١٨ ⇐ ص = ٦

٦ + ٢ع^{٢} = ١٤ ⇐ ٢ع^{٢} = ٨ ⇐ ع^{٢} = ٤ ⇐ ع = ±٢

٢س = −٦ + ع^{٢} = −٦ + ٢ × ٤ = ٢ ⇐ س = ١

٢) نعوض س = ١ ، ص = ٦

ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ١٤ \\ ٦ & -١٨ \end{bmatrix}$ ⇐ $\frac{١}{٢}$ب = $\begin{bmatrix} ١ & ٧ \\ ٣ & -٩ \end{bmatrix}$

$\left|\frac{١}{٢}ب\right|$ = ١ × −٩ − ٣ × ٧ = −٩ − ٢١ = −٣٠

ب

١) $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} جا^{3}س\,ds = \int_{0}^{\frac{\pi}{3}} جا^{2}س جاس\,ds = \int_{0}^{\frac{\pi}{3}} (1-جتا^{2}س)جاس\,ds$

نفرض ص $=$ جتاس $\Leftarrow ds ص = -جاس ds$

س $= 0 \leftarrow$ ص $= 1$ ، س $= \frac{\pi}{3} \leftarrow$ ص $= \frac{1}{2}$

$$\int_{1}^{\frac{1}{2}} (1-ص^{2})(-ds ص) = \int_{1}^{\frac{1}{2}} (ص^{2}-1)ds ص = \left| \frac{ص^{3}}{3} - ص \right|_{1}^{\frac{1}{2}} = (\frac{1}{24} - \frac{1}{2}) - (\frac{1}{3} - 1) = \frac{5}{24}$$

٢) $\int \frac{2س-2}{س^{2}-3س-4} ds س$

$$\frac{2س-2}{(س-4)(س+1)} = \frac{أ}{س-4} + \frac{ب}{س+1} = \frac{أ(س+1)+ب(س-4)}{(س-4)(س+1)}$$

$\Leftarrow ب = \frac{4}{5}$ ، $أ = \frac{6}{5}$

وبالتالي $\int \frac{2س-2}{س^{2}-3س-4} ds س = \frac{6}{5}\int \frac{1}{س-4} ds س + \frac{4}{5}\int \frac{1}{س+1} ds س = \frac{6}{5}لـو_{هـ}|س-4| + \frac{4}{5}لـو_{هـ}|س+1| + جـ$

السؤال الخامس:

أ | ن(س) $=$ اجاس $\Leftarrow$ ن´(س) $=$ اجتاس ، هـ(س) $= س^{2}+1 \Leftarrow$ هـ´(س) $= 2س$

$(هـ \circ ن)´(\frac{\pi}{6}) = هـ´(ن(\frac{\pi}{6})) \times ن´(\frac{\pi}{6}) \Leftarrow 8\sqrt{3} = هـ´(\frac{أ}{2}) \times أ\frac{\sqrt{3}}{2} = 2(\frac{أ}{2}) \times أ\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Leftarrow \frac{أ^{2}}{2} = 8 \Leftarrow أ^{2} = 16 \Leftarrow أ = \pm 4$

ب

ع $= أ + 2ب ت$ ، $ع.\overline{ع} = 2ب(ع+\overline{ع})$

$\overline{ع} = أ - 2ب ت$ ، $ع + \overline{ع} = 12$ ، $ع.\overline{ع} = أ^{2} + 4ب^{2}$

$ع.\overline{ع} = 2ب(ع+\overline{ع}) \Leftarrow أ^{2} + 4ب^{2} = 2ب(12) \Leftarrow أ^{2} + 4ب^{2} = 24ب \Leftarrow أ^{2} - 24ب + 4ب^{2} = 0$

$\Leftarrow (أ-2ب)(أ-2ب) = 0 \Leftarrow أ = 2ب$

السؤال السادس:

أ $أ = \begin{bmatrix} جاس & ٠ \\ جتاس & جاس \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٠ & جا٢س \\ جا٢س & ٠ \end{bmatrix}$

$$أ^{٢} = أ.أ = \begin{bmatrix} جاس & جتاس \\ جتاس & جاس \end{bmatrix}\begin{bmatrix} جاس & جتاس \\ جتاس & جاس \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} جا^{٢}س+جتا^{٢}س & ٢جاسجتاس \\ ٢جاسجتاس & جا^{٢}س+جتا^{٢}س \end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow أ^{٢} = \begin{bmatrix} ١ & جا٢س \\ جا٢س & ١ \end{bmatrix}$$

$$أ^{٢} - ب = \begin{bmatrix} ١ & جا٢س \\ جا٢س & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٠ & جا٢س \\ جا٢س & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} = م_{٢}$$

ب $\int (ن'(س)+لـو_{هـ} س)دس = اهـ^{س^{٢}} - ٦$

نشتق الطرفين $ن'(س)+لـو_{هـ} س = اهـ^{س^{٢}} \times ٢س$

نعوض $س = ١$

$ن'(١)+٠ = اهـ \times ٢ \Leftarrow ١٢اهـ = ٦اهـ \Leftarrow ١٢ = ٦ \Leftarrow ا = ٣$

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الورقة الأولى

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة الانجاز
لعام ٢٠٢٠ م

الزمن : ساعتان ونصف
اليوم والتاريخ: / /٢٠٢٠م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول :(٣٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(٢٠) فقرة من نوع اختيار من متعدد،من أربعة بدائل،اختر رمز الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) اذا كان $ن(س) = \begin{cases} ٢س^{٢} + ٤ ، س \neq ٢ \\ ٦س ، س = ٢ \end{cases}$ ، فما قيمة $ن'(٢)$ ؟

أ) ٨ ب) ٦ ج) ١٢ د) غير موجودة

٢) ما قيمة $\lim_{س \to ٠} \frac{هـ^{س} - س - ١}{س^{٢}}$ ؟

أ) $-\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) -١ د) ١

٣) اذا كان $ص = س^{٢} لـو_{هـ} س$، حيث $س > ٠$، فما قيمة $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=هـ}$ ؟

أ) ٣هـ ب) $\frac{١}{٣}$هـ ج) $\frac{٣}{هـ}$ د) ٣

٤) اذا كان $ص = هـ^{أ س}$ ، وكان $ص'' + ٣ص' = ٠$ ١ص، فما هي قيم أ ؟

أ) ٢، ٥ ب) −٢، ٥ ج) ٢، −٥ د) −٥، −٢

٥) إذا كان المستقيم $ص = \frac{٩}{٢} - \frac{١}{٢}س$ عموديا على منحنى $ن(س) = أس^{٢} - ٤س + ٥$، عند س=١ فما قيمة أ ؟

أ) −١ ب) $\frac{٧}{٤}$ ج) $\frac{-١}{٢}$ د) ٣

٦) قذف جسم رأسيا للأعلى وكان ارتفاعه ف بالأقدام بعد ن ثانية معطى بالمعادلة : $ف(ن) = ٩٦ن - ١٦ن^{٢}$ ، فما الزمن الذي يحتاجه الجسم وهو صاعد لتكون سرعته $\frac{١}{٣}$ السرعة التي قذف بها ؟

أ) ٢ ب) ١ ج) ٣ د) $\frac{٣}{٢}$

٧) إذا كان $ن(س) = س^{٣}$ ، $هـ(س) = \frac{ب}{٢س - ١}$، $س \neq \frac{١}{٢}$، $ب > ٠$، وكان $(ن \circ هـ)'(١) = -٤٨$، فما قيمة الثابت ب؟

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٨ د) ١٦

٨) إذا كان $س^{٢} - سص + ص^{٢} = ٣$، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة (١، -١)؟

أ) −٢ ب) −١ ج) ١ د) ٢

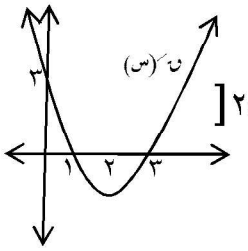
٩) إذا علمت أن الاقتران $ن(س) = \frac{(س^{٢} - ٥س + ٦)(س + ك)}{(س - ٣)}$، $س \neq ٣$، يحقق شروط نظرية رول في الفترة المغلقة $[أ، ب]$، وكانت القيمة التي تحددها النظرية هي جـ=٠ ، فما قيمة الثابت ك؟

أ) ١ ب) −١ ج) ٢ د) −٢

١٠) إذا كان ن(س) = س^{٢} − ٣٢ لـو$_{٢}$ س ، فما عدد القيم الحرجة للاقتران ن(س) على مجاله ؟

أ) صفر　　ب) ١　　ج) ٢　　د) ٣

** معتمدا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ن′(س) ، أجب عن الفقرتين (١١ ، ١٢) الآتيتين:



١١) ما المجال الذي يقع فيه منحنى الاقتران ن(س) تحت جميع مماساته

أ)]١،٣[　　ب)]٢،∞−[　　ج)]١،∞−[∪]٣،∞[　　د)]٢،∞−[

١٢) ما قيمة / قيم س التي يكون عندها للاقتران ن(س) قيمة صغرى محلية؟

أ) ١　　ب) ٢　　ج) ٣　　د) ١ ، ٣

١٣) اذا كان ن(س) = $\sqrt[٣]{٦ - ٢س}$ + ٢ فما قياس زاوية الانعطاف لمنحنى الاقتران ن′(س) إن وجدت؟

أ) ٠　　ب) $\frac{\pi}{٢}$　　ج) π　　د) لا توجد زاوية انعطاف

١٤) إذا كان لمنحنى الاقتران ن(س) = جاس + ا س^{٢} نقطة انعطاف عند س = $\frac{\pi}{٦}$ ، فما قيمة ا ؟

أ) ٤　　ب) −٤　　ج) $-\frac{١}{٤}$　　د) $\frac{١}{٤}$

١٥) اذا كان ن(س) = $\frac{س}{س + ١}$ ، س ≠ −١ ، فما العبارة الصحيحة مما يأتي؟

أ) ن(س) متزايد على ح　　ب) ن(س) متزايد على]−∞ ، −١[وعلى]−١ ، ∞[

ج) ن(س) متناقص على ح　　د) ن(س) متناقص على]−∞ ، −١[وعلى]−١ ، ∞[

١٦) اذا كان متوسط التغير للاقتران ن(س) = س + لـو$_{هـ}$ س^{٥} حيث س > ٠ ، عندما تتغير س من ١ إلى هـ يساوي $\frac{٢ - هـ}{١ - هـ}$ ، فما قيمة ن؟

أ) −١　　ب) ١　　ج) −٣　　د) ٢هـ −٣

١٧) اذا كان ص = جتا٢ن ، س = جاٰن أوجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

أ) −٤جاس　　ب) ٤جاس　　ج) −٤ن　　د) −٤س

١٨) اذا كان ن^{٢}($\sqrt{س}$ + ١) = ٥س^{٢} − ١ فما قيمة ن′(٢) علما ان ن(س) > ٠؟

أ) ٥　　ب) $٢\sqrt{١٠}$　　ج) $\frac{٥}{٢}$　　د) ١٠

١٩) اذا كان ن(س) = [٢س + ١,٦](٥س − ١)^{٢} ، فما قيمة ن′(٠,٢)؟

أ) صفر　　ب) ٢　　ج) ١٠　　د) غير موجودة

٢٠) اذا كان ن′(س) = ١٨ − ٦س − جا٢س ، فأي من الخصائص التالية تتحقق في منحنى ن(س)، ∀ س ∈ ح ؟

أ) متزايد　　ب) متناقص　　ج) مقعر للأسفل　　د) مقعر للأعلى

السؤال الثاني:(٢٠ علامة)

أ) اذا كان ق(س) معرف على الفترة [٠، ٢]، حيث ق(س) = $\begin{cases} \frac{٣-س}{٢} & ،س > ١ \\ \frac{١}{س} & ،س \leq ١ \end{cases}$ ، ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة للاقتران ق(س) على الفترة [٠، ٢]، ثم أوجد قيمة/ قيم جـ التي تحددها النظرية إن وجدت.

ب) اذا كان ق ` (س) كثير حدود متزايد على ح ، هـ(س) = ٢س − س^{٢} ، أثبت أن الاقتران:

ل(س) = ق ` (س) + هـ(س) × هـ ` (س) متزايد ∀س ∈ [٣، ٥] .

ج) إذا كان (س + ص)^{٥} = س^{٢}ص^{٣} ، أثبت أن ص ` = $\frac{ص}{س}$

السؤال الثالث:(٢٠ علامة)

أ) أوجد معادلة المماس لمنحنى ص = لـو$_{هـ}$ (٢ − $\sqrt{٢}$ جتاس) ،عند النقطة الواقعة عليه وإحداثيها السيني يساوي $\frac{\pi}{٤}$ ؟

ب) اذا كان ص = ٤ظا^{٢} ن ، ن × س = جـ، ن ≠ ٠، حيث جـ ثابت ، وكان $\frac{د ص}{د س} = \frac{-\pi^{٢}}{٦}$ عندما ن = $\frac{\pi}{٤}$ ، أوجد قيمة الثابت جـ

ج) اذا كان ق(س) = $\frac{-١}{٢}$ جا^{٢}س + $\frac{١}{٤}$ جتا٢س + $\frac{٥}{٤}$ ، س ∈]٠، π[، أوجد:

١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ٢) نقطة / نقاط الانعطاف ٣) زاوية/ زوايا الانعطاف

السؤال الرابع:(٢٠ علامة)

أ) اذا كان ق(س) = ٦ $\sqrt{س}$ − ٣س ، أوجد :

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) ٢) القيم القصوى المحلية، وحدد المطلقة منها إن وجدت

ب) أوجد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه في الربع الأول، بحيث يقع رأساه من رؤوسه على محور السينات، أما الرأسان الآخران: فإحدهما يقع على المستقيم ص = ٠ ٢س والآخر على المستقيم ص = ٢ ٤ − س ؟

ج) اذا رسم للاقتران ق(س) = ا س^{٢} + ب س + ٦ مماسا عند النقطة (٢، ق(٢)) الواقعة عليه، فقطع المماس من محور الصادات ٤ وحدات موجبة وكان قياس زاوية ميل المماس تساوي $\frac{٣\pi}{٤}$ فما قيمة ا، ب ؟

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس :(١٠ علامة)

أ) إذا كان ل(س) = ١ + لـو$_{هـ}$ $\sqrt{س}$ ، س > ٠، أوجد $\lim_{س \to ١} \left(\frac{ل(س)}{س} - ١ \right) \left(\frac{١}{س - ١} \right)$

ب) قذف جسم رأسيا للاعلى من قمة برج ارتفاعه ٦٠ متر بحيث أن إزاحته من قمة البرج تعطى بالعلاقة : ف = ٥٠ن - ٥ن^{٢} ، حيث ف بالأمتار بعد ن ثانية. فإذا كان ارتفاعه ١٥ متر عن سطح الأرض بعد مرور ٩ ثوان، فما أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض؟

السؤال السادس:(١٠ علامة)

أ) اذا كان ق(س) كثير حدود، وكان المستقيم ص = ٤س - ٣ يمس منحنى ق(س) عند (١، ق(١)) والمستقيم ٣ص - ٢ ا س = ١٨ يمس منحنى ق(س) عند (٣، ق(٣)) . باستخدام نظرية رول، أثبت أنه يوجد جـ ∈]١، ٣[، بحيث ق$'$(جـ) = ٠

ب) إذا كان ق(س) × هـ(س) = ١، وكان كل من الاقترانين ق(س)، هـ(س) > ٠، ∀ س > ٠ وكان ق(٥) = ٣٢ ، ق(أ + ب) = ق(أ) × ق(ب) ، أوجد متوسط التغير للاقتران هـ(س) على الفترة [١، ٤] علما أن متوسط التغير للاقتران ق(س) على الفترة [١، ٤] يساوي $\frac{١٤}{٣}$

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	أ	ب	أ	ج	د	أ	أ	ج	ج	ب
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	د	ج	ب	د	ب	أ	د	أ	أ	ج

السؤال الثاني:

أ) $ن(س) = \begin{cases} \frac{٣ - س}{٢} ، ٠ \leq س < ١ \\ \frac{١}{س} ، ١ \leq س \leq ٢ \end{cases}$ نبحث في الاتصال وقابلية الاشتقاق

$ن(س)$ متصل على الفترة $[٠، ١[$ لأنه كثير حدود، $ن(س)$ متصل على الفترة $]١، ٢]$ لأنه اقتران نسبي

$ن(س)$ متصل عند $س = ١$ لأن $\lim_{س \to ١^-} ن(س) = \lim_{س \to ١^+} ن(س) = ن(١) = ١$

إذن $ن(س)$ متصل $\forall س \in [٠، ٢]$

$ن'(س) = \begin{cases} \frac{-١}{٢} ، ٠ < س < ١ \\ \frac{-١}{س^٢} ، ١ < س < ٢ \end{cases}$

$ن'(١)$ غير موجودة لأن $ن'(١)^+ \neq ن'(١)^-$

إذن $ن(س)$ غير قابل للاشتقاق على الفترة $]٠، ٢[$

لم تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[٠، ٢]$

للبحث عن قيمة/ قيم جـ إن وُجدت

$ن'(جـ) = \frac{ن(٢) - ن(٠)}{٢} = \frac{\frac{٣}{٢} - \frac{١}{٢}}{٢} = \frac{١}{٢} -$

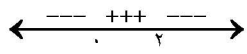
عندما $٠ < س < ١$ بما أن $ن'(جـ) = -\frac{١}{٢} \Leftarrow \exists جـ \in]٠، ١[$

عندما $١ < س < ٢ \Leftarrow ن'(جـ) = -\frac{١}{٢} \Leftarrow -\frac{١}{جـ^٢} = -\frac{١}{٢} \leftarrow جـ = \sqrt{٢}$ ، $-\sqrt{٢}$

ومنها $جـ = \sqrt{٢} \in]١، ٢[$ ، قيم جـ التي تحددها النظرية $\{\sqrt{٢}\} \cup]٠، ١[$

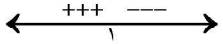
ب | من المعطيات: بما أن ن ´(س) كثير حدود متزايد على ح ⇐ ن ˝(س) > ٠ ∀س∈ح

هـ(س) = ٢س − س^{٢} = ٠ ⇐ س(٢ − س) = ٠ ⇐ س = ٠ ، س = ٢



⇐ هـ(س) < ٠ ∀س∈]٣ ، ٥[

هـ ´(س) = ٢ − ٢س = ٠ ⇐ س = ١



⇐ هـ ´(س) < ٠ ∀س∈]٣ ، ٥[

هـ ˝(س) = −٢ < ٠ ∀س∈]٣ ، ٥[

ل(س) = ن ´(س) + هـ(س) × هـ ´(س)

ل ´(س) = ن ˝(س) + هـ(س) × هـ ˝(س) + هـ ´(س) × هـ ´(س)

= عدد موجب + سالب× سالب + سالب × سالب

= موجب + موجب + موجب = موجب

⇐ ل ´(س) > ٠ ∀ س∈] ٣ ، ٥[

∴ ل(س) متزايد على الفترة [٣ ، ٥]

جـ | لـو(س +ص) ^{٥} =لـوس^{٢}ص ^{٣} ⇐ لـو(س +ص)^{٥} = ٢لـوس + ٣لـوص

⇐ ٥لـو(س +ص) = ٢لـوس + ٣لـوص نشتق الطرفين

$\Leftarrow \frac{٥}{س+ص}(١+ص') = \frac{٢}{س} + \frac{٣}{ص}ص' \Leftarrow \frac{٥ص'}{س+ص} - \frac{٣}{ص}ص' = \frac{٢}{س} - \frac{٥}{س+ص}$

$\Leftarrow \left(\frac{٥ص - ٣(س+ص)}{(س+ص)ص}\right)ص' = \frac{٢س + ٢ص - ٥س}{س(س+ص)} \Leftarrow \frac{(٢ص - ٣س)ص'}{ص} = \frac{٢ص - ٣س}{س}$

$\frac{ص'}{ص} = \frac{١}{س} \Leftarrow ص' = \frac{ص}{س}$

(يمكن حل السؤال دون استخدام اللوغاريتم)

السؤال الثالث:

أ | $\Leftarrow ص|_{س=\frac{\pi}{٤}}$ =لـو$_{هـ}$(٢ − ٢جتاس^{٢}) =لـو$_{هـ}$(٢ − ٢ × $\frac{١}{٢}$) =لـو$_{هـ}$١ = ٠ ص =لـو$_{هـ}$(٢ − ٢جتاس)

النقطة ($\frac{\pi}{٤}$ ، ٠) تقع على المنحنى ص

$ص' = \frac{٢جاس}{٢ - ٢جتاس}$

ميل المماس عند (س = $\frac{\pi}{٤}$) = $ص'|_{س=\frac{\pi}{٤}} = \frac{٢جا\frac{\pi}{٤}}{٢ - ٢جتا\frac{\pi}{٤}} = ١$

معادلة المماس لمنحنى ص عند س = $\frac{\pi}{٤}$

ص − ص$_{١}$ = م(س − س$_{١}$) ⇐ ص − ٠ = ١(س − $\frac{\pi}{٤}$) ⇐ ص = س − $\frac{\pi}{٤}$ ⇐ ص − س + $\frac{\pi}{٤}$ = ٠

ب $ص = ٤ظا^{٢}ن \Leftarrow \frac{د ص}{د ن} = ٨ظاقا^{٢}ن$

$\Leftarrow \left.\frac{د ص}{د ن}\right|_{ن=\frac{\pi}{٤}} = ٨ظا\frac{\pi}{٤}قا^{٢}\frac{\pi}{٤} = ٨ \times ١ \times ٢ = ١٦$

$س = \frac{جـ}{ن} \Leftarrow \frac{د س}{د ن} = \frac{-جـ}{ن^{٢}}$

$\Leftarrow \left.\frac{د س}{د ن}\right|_{ن=\frac{\pi}{٤}} = \frac{-جـ}{\frac{\pi^{٢}}{١٦}} = \frac{-١٦جـ}{\pi^{٢}}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ن} \times \frac{د ن}{د س} \Leftarrow \frac{د ن}{د س} = \frac{-\pi^{٢}}{٦} = ١٦ \times \frac{\pi^{٢}}{-١٦جـ} \Leftarrow جـ = ٦$

جـ

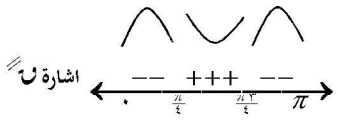
١) $ن(س) = \frac{-١}{٢}جا^{٢}س + \frac{١}{٤}جتا٢س + \frac{٥}{٤}$ متصل وقابل الاشتقاق ضمن المجال

$ن'(س) = \frac{-١}{٢} \times ٢جاسجتاس + \frac{-١}{٤} \times ٢جا٢س \Leftarrow ١ = \frac{-١}{٢}جا٢س + \frac{-١}{٢}جا٢س = -جا٢س$

$\Leftarrow ن''(س) = -٢جتا٢س = ٠ \Leftarrow ن''(س) = -٢جتا٢س$

$\Leftarrow ٢س = \frac{\pi}{٢} \Leftarrow س = \frac{\pi}{٤} \in]٠، \pi[$

أو $٢س = \frac{\pi ٣}{٢} \Leftarrow س = \frac{\pi ٣}{٤} \in]٠، \pi[$



$ن(س)$ مقعر للأسفل في $]٠، \frac{\pi}{٤}[$ وكذلك $]\frac{\pi ٣}{٤}، \pi[$ ،

$ن(س)$ مقعر للأعلى في $]\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi ٣}{٤}[$

٢) لإيجاد نقط الانعطاف :

$ن(\frac{\pi}{٤}) = \frac{١}{٢} \times (\frac{١}{\sqrt{٢}})^{٢} + \frac{١}{٤} \times ٠ + \frac{٥}{٤} = ١$ أيضا $ن(\frac{\pi ٣}{٤}) = ١$

بما أن $ن(س)$ متصل عند $س = \frac{\pi}{٤}، س = \frac{\pi ٣}{٤}$ وغير من اتجاه تقعره عندهما

فإن $(\frac{\pi}{٤}، ١)، (\frac{\pi ٣}{٤}، ١)$ نقاط انعطاف

٣) نفرض $هـ_{١}$ زاوية انعطاف عند $(\frac{\pi}{٤}، ١)$ $\Leftarrow ظاهـ_{١} = ن'(\frac{\pi}{٤}) = -١ \Leftarrow هـ_{١} = \frac{\pi ٣}{٤}$

نفرض $هـ_{٢}$ زاوية انعطاف عند $(\frac{\pi ٣}{٤}، ١)$ $\Leftarrow ظاهـ_{٢} = ن'(\frac{\pi ٣}{٤}) = ١ \Leftarrow هـ_{٢} = \frac{\pi}{٤}$

السؤال الرابع:

أ $ن(س) = ٦\sqrt{س} - ٣س$

الاقتران معرف $\forall س \geq ٠$ مجال $ن(س) = [٠، \infty[$

$$ن'(س) = \frac{٦}{٢\sqrt{س}} - ٣$$

عندما $\frac{٦}{٢\sqrt{س}} = ٣ \Leftarrow \sqrt{س} = ١ \Leftarrow س = ١$ $ن'(س) = ٠$

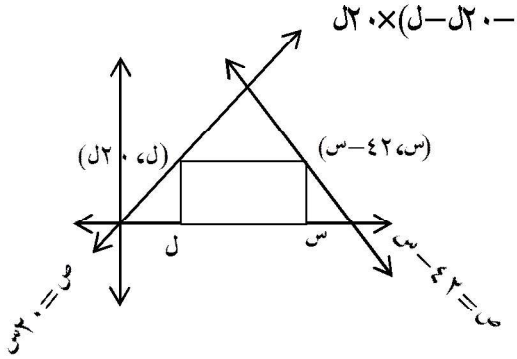
اشارة $ن'(س)$: $\overset{+++}{\nearrow}$ عند ٠، $\overset{---}{\searrow}$ عند ١، $\nearrow$ عند ∞

$\therefore ن(س)$ متزايد على الفترة $[٠، ١]$، $ن(س)$ متناقص على الفترة $[١، \infty[$

$ن(٠) = ٠$ قيمة صغرى محلية، $ن(١) = ٣$ قيمة عظمى محلية ومطلقة

ب عرض المستطيل $= ٤٢ - س = ٢٠ل$ ومنها $س = ٤٢ - ٢٠ل$

مساحة المستطيل $= ٨٤٠ل - ٢٠ل^٢ = م = (س - ل) \times ٢٠ل = (٤٢ - ٢٠ل - ل) \times ٢٠ل$



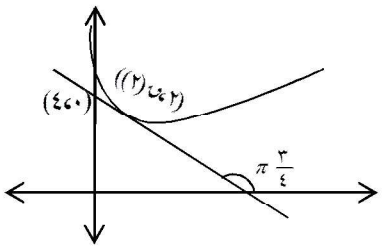
$م' = ٨٤٠ - ٤٠ل = ٠ \Leftarrow ل = ١$

$م'' = -٤٠ \Leftarrow م''|_{ل=١} = -٤٠ < ٠$

(عند $ل = ١$ مساحة المستطيل أكبر ما يمكن)

مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه $م|_{ل=١} = ٤٢٠ م^٢$

جـ $ن(س) = أس^٢ + بس + ٦$



$ن'(س) = ٢أس + ب \Leftarrow ن'(٢) = ٤أ + ب = ظا\frac{٣\pi}{٤}$

$\Leftarrow ٤أ + ب = -١ \leftarrow (١)$

أيضا ميل المماس $= -١ = ن'(٢) = \frac{٤أ + ٢ب + ٦ - ٤}{٢} = \frac{ن(٢) - ٤}{٢ - ٠}$

$\Leftarrow ٢أ + ب = -٢ \leftarrow (٢)$

بحل المعادلتين $٤أ + ب = -١$

$-١ \times (٢أ + ب = -٢)$

$\Leftarrow ٢أ = ١ \Leftarrow أ = \frac{١}{٢}، ب = -٣$

السؤال الخامس:

أ) $ل(س) = ١ + لـو_{هـ} \sqrt{س}$

$$\text{نهـا}_{س \to ١} \left(\frac{ل(س)}{س} - ١ \right) \left(\frac{١}{س - ١} \right) = \text{نهـا}_{س \to ١} \left(\frac{ل(س) - س}{س} \right) \left(\frac{١}{س - ١} \right) = \frac{ل(١)}{١} - ١ \times \frac{١}{١ - ١} = \frac{٠}{٠}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ١} \left(\frac{١ + لـو \sqrt{س} - س}{س^{٢} - س} \right)$$ وبما أن التعويض المباشر $= (\frac{٠}{٠})$ نستخدم قاعدة لوبيتال

$$\text{نهـا}_{س \to ١} \left(\frac{\frac{١}{\sqrt{س}} \times \frac{١}{٢\sqrt{س}} - ١}{٢س - ١} \right) = \frac{١ - \frac{١}{٢}}{٢ - ١} = \frac{١}{٢}$$

ب) ف $= -٤٥$ عند $ن = ٩$

$\therefore$ ف$(٩) = ٩ك - ٥ \times ٩^{٢} = -٤٥ \Leftarrow ك = ٤٠$

ف $= ٤٠ن - ٥ن^{٢} \Leftarrow ع = ٤٠ - ١٠ن$

عند أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم $\Leftarrow ن = ٤$ ع $= ٤٠ - ١٠ن = ٠$ ث

أقصى ارتفاع عن قمة البرج $= ٤٠ \times ٤ - ٥ \times ١٦ = ٨٠$ م

أقصى ارتفاع عن سطح الأرض $= ٨٠ + ٦٠ = ١٤٠$ م

السؤال السادس:

أ) المستقيم ص يمس ن$(س)$ عند $(١، ن(١)) \Leftarrow ن'(١) = ٤$

ص $= ٤س + ٦$ يمس منحنى ن$(س)$ عند $ن'(٣) = ٤ \Leftarrow (٣، ن(٣))$

نبحث في شروط رول على ن$'(س)$، $س \in [١، ٣]$

ن$'(س)$ متصل على $[١، ٣]$، ن$'(س)$ قابل للاشتقاق على $]١، ٣[$

$ن'(١) = ن'(٣) = ٤$

$\therefore$ تنطبق شروط رول على ن$'(س)$ في $[١، ٣]$

$\therefore$ E على الاقل $جـ \in]١، ٣[$: $ن''(جـ) = ٠$

ب) متوسط التغير للاقتران ن$(س)$ على $[١، ٤] = \frac{ن(٤) - ن(١)}{٤ - ١} = \frac{١٤}{٣}$

ومنها $ن(٤) - ن(١) = ١٤$

من المعطيات $ن(أ + ب) = ن(أ) \times ن(ب)$

$ن(٥) = ن(٤) \times ن(١) = ٣٢$

متوسط التغير للاقتران هـ$(س)$ على $[١، ٤] = \frac{\frac{١}{ن(٤)} - \frac{١}{ن(١)}}{٤ - ١} = \frac{ن(١) - ن(٤)}{٣ن(٤)ن(١)} = \frac{-١٤}{٩٦}$

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الورقة الثانية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة "الانجاز"
لعام ٢٠٢٠م

الزمن : ساعتان ونصف
اليوم والتاريخ: / /٢٠٢٠م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول :(٣٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(٢٠) فقرة من نوع اختيار من متعدد،من أربعة بدائل،اختر رمز الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) اذا كانت $ق(\sigma_ن ، ن) = ٦ + \frac{٢ن^٢ + ٢ن}{ن^٢}$ ، $\sigma_ن$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[١ ، ٤]$، فما قيمة $\int_١^٤ ن(س) ى س$ ؟

أ) ٦ ب) ٨ ج) ١٠ د) ١٢

٢) لتكن $\sigma_٥$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[١ ، ٣]$، فما قيمة $\sum_{ر=١}^{٥٠} (س_ر - س_{ر-١})$ ؟

أ) ٣٠ ب) ٥٠ ج) ٣٢ د) $\frac{٣}{٥}$

٣) ما ناتج $\int س^٦ \left(\frac{١ - س}{س}\right)^٦ ى س$ ؟

أ) $\left(\frac{-س+١}{-٧}\right)^٧ + جـ$ ب) $٦(-س+١)^٥ + جـ$ ج) $\frac{١}{٧} س^٧ \left(-لـو_هـ س + \frac{١}{س}\right) + جـ$ د) $\frac{-١}{٧}(١-س)^٧ + جـ$

٤) اذا كان $\int \left(\frac{١}{س} \times ل(س)\right) ى س = س + جـ ، س \neq ٠$ ، فما قاعدة الاقتران ل(س)؟

أ) س ب) $س^٢$ ج) ١ د) صفر

٥) ما ناتج $\int \frac{هـ^س}{هـ^{س-١}} ى س$ ، حيث هـ العدد النيبيري ؟

أ) $هـ^س + جـ$ ب) $لـو_هـ هـ^{س-١} + جـ$ ج) $\frac{هـ^٢}{٢} + جـ$ د) $هـس + جـ$

٦) اذا كان $\int ٢س لـو_هـ س ى س = س^٢ لـو_هـ س - \int ع ى ن$ ، فما قيمة $ع ى ن$؟

أ) $لـو_هـ س ى س$ ب) $س^٢ ى س$ ج) $س ى س$ د) $س لـو_هـ س ى س$

٧) ما ناتج $\int ق^٩ س ظا س ى س$؟

أ) $\frac{١}{٩} ق^٩ س + جـ$ ب) $\frac{١}{١٠} ق^{١٠} س + جـ$ ج) $\frac{١}{٨} ق^٨ س + جـ$ د) $\frac{١}{٩} ق^٩ س ظا س + جـ$

٨) إذا كان $ن(س) = \frac{ى}{ى س}(١ - جـا \sqrt{س})$ ، فأي من الآتية تمثل $\int ن(س) ى س$

أ) $-\frac{١}{٢} جـا \sqrt{س} + جـ$ ب) $س - جـا \sqrt{س} + جـ$ ج) $- جـا \sqrt{س} + جـ$ د) $س - \frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} + جـ$

٩) إذا كان $ن(س) ن'(س) = ٣س^٢ ، ن(س) > ٠$، فما قيمة $ن(\sqrt{٧})$ علما بأن $ن(١) = ٢$؟

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٥ د) ٦

أ. جهاد عدوان
أ. فاطمة الأسطل

١٠) رُسِمَ مماس لمنحنى الاقتران ص = ن(س) عند النقطة (س، ص) فكان ميل العمودي على المماس عند نقطة التماس يساوي $\sqrt{١-س}$ فما قيمة ن(−٣) علما أن ن(٠) = ١ ؟

أ) ٣ ب) ٧ ج) ٥ د) −١

١١) أي المقادير الاتية تساوي $\int ٤ ظتا٢س \, ق س$ ؟

أ) ٢لـو$_{هـ}$|قتا٢س| + جـ ب) لـو$_{هـ}$|جتا٢س| + جـ ج) ٢لـو$_{هـ}$|قا٢س| + جـ د) ٢لـو$_{هـ}$|جا٢س| + جـ

١٢) ما قيمة س التي تجعل من المصفوفة $\begin{bmatrix} جاس & ١ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}$ مصفوفة منفردة ، علما أن س $\in \left[٠ ، \frac{\pi ٣}{٢}\right]$ ؟

أ) $\frac{\pi ٧}{٦}$ ب) $\frac{\pi ٧}{٣}$ ج) $\frac{\pi}{٦}$ د) $\frac{\pi ٥}{٦}$

١٣) اذا كانت $\sigma_{٣} = \{-٣، -١، ١، ٠\}$ تجزئة للفترة $[-٣ ، ١]$ وكان ن(س) = ٢س حيث $س_{ر}^{*} = س_{ر-١}$ ، فما قيمة $ك(\sigma_{٣} ، ن)$ ؟

أ) −١٤ ب) −١٦ ج) −٧ د) ٨

١٤) إذا كان $ن'(س) = ٤ن(س)$ حيث ن(س) > ٠ فما قيمة $ن(\frac{١}{٢})$ علما أن $ن'(١) = ٤$ ؟

أ) هـ^{٢} ب) هـ$^{-٢}$ ج) −٤ د) ١

١٥) اذا كانت $ص = \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ١ & جـ \end{bmatrix}$ ، $ص^{-١} = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -١ & ١ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة الثابت جـ ؟

أ) −٢ ب) −١ ج) ٢ د) ١

١٦) اذا كانت س مصفوفة غير منفردة من الرتبة الثانية، وكانت تحقق المعادلة: $س^{٢} - س = و_{٢}$ ، فأي من التالية تمثل س ؟

أ) $و_{٢}$ أو $ك_{٢}$ ب) $ك_{٢}$ ج) $و_{٢}$ د) $س^{-١}$

١٧) اذا كانت أ مصفوفة من الرتبة ٣×٣، وكان |أ| = −٢ فما قيمة $|(\frac{١}{٢}أ)^{-١}|$ ؟

أ) −١ ب) −٤ ج) −٨ د) $\frac{-١}{٨}$

١٨) اذا كان $\begin{vmatrix} أ & ب \\ ٢ & ٥ \end{vmatrix} = ٢٠$ ، فما قيمة $\begin{vmatrix} ب & أ + ٢ب \\ ٥ & ١٢ \end{vmatrix}$ ؟

أ) −٤٠ ب) −٢٠ ج) ٢٠ د) ٤٠

١٩) اذا كانت أ ، ب ، جـ ثلاث مصفوفات مربعة غير منفردة، وكان أ × ب = جـ ، فأي المصفوفات التالية تمثل $ب^{-١}$ ؟

أ) $جـ^{-١} \times أ$ ب) $أ \times جـ^{-١}$ ج) $جـ \times أ^{-١}$ د) $أ^{-١} \times جـ^{-١}$

٢٠) ليكن ك(س) اقترانا أصليا للاقتران ن(س) المتصل على ح ، فإذا كان $\int س^{٢} ن(س) \, د س = ٣ك(س) + ٢س^{٢} + جـ$ فما قيمة ن(١) ؟

أ) −٢ ب) ٥ ج) ٧ د) $\frac{٧}{٢}$

السؤال الثاني:(٢٠علامة)

أ) اذا كان $أ = \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٨ \\ ٩ \end{bmatrix}$ ، أوجد المصفوفة جـ بحيث أن $أ.جـ = ب - جـ$.

ب) لتكن $\sigma_{٥}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[١، ١٤]$ وكان العنصر الخامس والسابع : ٦، ١٠ على الترتيب .

أوجد : ١) طول الفترة الكلية . ٢) قيمة $ن$.

ج) إذا كان $ن(س) = ٥س - ٢$ معرفا على الفترة $[١، ب]$ ،وكانت $\sigma_{٥}$ تجزئة خماسية منتظمة لهذه الفترة بحيث $ك(\sigma_{٥}، ن) = ٣٦$ أوجد قيمة ب حيث $س_{٣}^{*} = س_{٣}$

السؤال الثالث:(٢٠علامة)

أ) تحرك جسم في خط مستقيم من النقطة (و) مبتعدا عنها، بسرعة ابتدائية مقدارها ٣م/ث، فإذا كان تسارعه في أي لحظة يساوي (ن م/ث^{٢})، فما سرعته بعد ٥ ثوان من بدء الحركة، وما المسافة التي قطعها خلال هذه الثواني؟

ب) جد قيم س التي تجعل $\begin{vmatrix} ١ & س & ٢ \\ س & ٣ & س \\ ٤ & س & ٥ \end{vmatrix} = -٩$

ج) اذا كان $هـ^{س} ن(س) + هـ^{س} ن'(س) = جاس$ ، فما قاعدة الاقتران $ن(س)$ المار بنقطة الأصل؟

السؤال الرابع: (٢٠علامة)

أ) حل المعادلة المصفوفية التالية: $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} \times ٢س - \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix} \times س = \begin{bmatrix} ٢ \\ ١ \end{bmatrix}$

ب) أوجد التكاملين الآتيين:

١) $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س} + هـ^{س} - ٢} ؘس$ ٢) $\int \frac{١}{ظاس قاس} لـو_{هـ}(١ + جاس) ؘس$

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس :(١٠ علامة)

أ) إذا علمت أن $\int (ن'(س) + ظتاس) ؘس = لـو_{هـ}(ظاس قاس)$ ،حيث $س \in [٠، \frac{\pi}{٢}[$ أثبت أن $ن'(س) = ٢ظاس$

ب) إذا كانت $س + ٢ص = ١٢$ إحدى المعادلتين الخطيتين بمتغيرين، وعند استخدام كريمر للحل، وُجِدَ أن $|أ_{س}| = |٨ - ٨|$ ، فما قيمة $|أ|$ ، حيث $|أ| \neq ٠$

السؤال السادس :(١٠ علامة)

أ) باستخدام خواص المحددات، اثبت أن: $\begin{vmatrix} ١ & أ^{٢} & ب \\ ١ & ب^{٢} & أ \\ ١ & أ^{٢} & -أ \end{vmatrix} = (أ-ب)(أ+ب)^{٢}$

ب) أوجد $\int \frac{١}{س^{٥} \sqrt[٣]{(س^{٥}+١)}} \, د س$

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	ب	أ	د	أ	د	ج	أ	ج	ب	أ
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	د	أ	أ	ب	ج	أ+ ب	ب	ب	أ	أ

السؤال الثاني:

أ $\overrightarrow{أجـ} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{جـ}$، $\overrightarrow{جـ} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ \\ ٩ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \Leftarrow \begin{bmatrix} ٤س + ص \\ ٢ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ - س \\ ٩ - ص \end{bmatrix}$$

$\Leftarrow ٢ص = ٩ - ص \Leftarrow ص = ٣ ، ٤س + ص = ٨ - س \Leftarrow س = ١$

$\therefore \overrightarrow{جـ} = \begin{bmatrix} ١ \\ ٣ \end{bmatrix}$

ب ١) العنصر الخامس $= س_٤ = أ + ٤ \Delta س_ر = ٦ \leftarrow (١)$

العنصر السابع $= س_٦ = أ + ٦ \Delta س_ر = ١٠ \leftarrow (٢)$

بطرح المعادلتين $٢ \Delta س_ر = ٤ \Leftarrow \Delta س_ر = ٢$

لإيجاد قيمة أ : $أ + ٦ \times ٢ = ١٠ \Leftarrow أ = -٢$

طول الفترة الكلية $= ب - أ = ١٤ + ٢ = ١٦$

٢) $\Delta س_ر = \frac{ب - أ}{ن} \Leftarrow ٢ = \frac{١٦}{ن} \Leftarrow ن = ٨$

حل آخر: $س_٦ - س_٤ = ١٠ - ٦ = ٢ل \Leftarrow ل = ٢$

$ل = \frac{ب - أ}{ن} \Leftarrow ٢ = \frac{١٤ - أ}{ن} \Leftarrow ١٤ - أ = ٢ن$

$س_٤ = أ + ٢ \times ٤ = ٦ \Leftarrow أ = -٢$

$\therefore ٢ن = ١٤ - -٢ = ١٦ \Leftarrow ن = ٨$

جـ $\quad \text{ر}(\sigma_{\text{ن}}، \text{ن}) = \frac{\text{ب}-1}{\text{ن}} \sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}} \text{ن}(\text{س}_{\text{ر}}^{*})$

$\text{س}_{\text{ر}}^{*} = \text{س}_{\text{ر}} = 1 + \frac{\text{ب}-1}{5}\text{ر}$

$\text{ر}(\sigma_{5}، \text{ن}) = \frac{\text{ب}-1}{5} \sum_{\text{ر}=1}^{5} \text{ن}(1 + \frac{\text{ب}-1}{5}\text{ر}) = \frac{\text{ب}-1}{5} \sum_{\text{ر}=1}^{5} (3 + (\text{ب}-1)\text{ر})$

$= \frac{\text{ب}-1}{5}(3 \times 5 + (\text{ب}-1)\frac{5 \times 6}{2})$

$\Leftarrow 36 = (\text{ب}-1)(3+3\text{ب}-3) \Leftarrow \text{ب}^{2} - \text{ب} - 12 = 0$

$\Leftarrow (\text{ب}-4)(\text{ب}+3) = 0 \Leftarrow \text{ب} = 4، \text{ب} = -3$ (مرفوضة)

السؤال الثالث:

أ $\quad \text{ت}(\text{ن}) = \text{ن} \Leftarrow \left] \text{ت}(\text{ن})\text{د}\text{ن} = \frac{\text{ن}^{2}}{2} + \text{جـ}_{1} \Leftarrow \text{ع}(\text{ن}) = \frac{\text{ن}^{2}}{2} + \text{جـ}_{1}$

$\text{ع}_{0} = 3 \Leftarrow \text{ع}(0) = \frac{(0)^{2}}{2} + \text{جـ}_{1} = 3 \Leftarrow \text{جـ}_{1} = 3$

$\text{ع}(\text{ن}) = \frac{\text{ن}^{2}}{2} + 3 \Leftarrow \text{ع}(5) = \frac{5^{2}}{2} + 3 = 15\frac{1}{2}$ م/ث

$\left] \text{ع}(\text{ن})\text{د}\text{ن} = \frac{\text{ن}^{3}}{6} + 3\text{ن} + \text{جـ}_{2}$

ف$|_{\text{ن}=0}$ $= \text{جـ}_{2} = 0$

$\therefore \text{ف}(\text{ن}) = \frac{\text{ن}^{3}}{6} + 3\text{ن} \Leftarrow \text{ف}(5) = \frac{125}{6} + 15 = \frac{215}{6}$

ب $\quad \begin{vmatrix} 1 & \text{س} & 2 \\ \text{س} & 3 & \text{س} \\ 4 & \text{س} & 5 \end{vmatrix} = -9$

$1\begin{vmatrix} 3 & \text{س} \\ \text{س} & 5 \end{vmatrix} - \text{س}\begin{vmatrix} \text{س} & \text{س} \\ 4 & 5 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} \text{س} & 3 \\ 4 & \text{س} \end{vmatrix} = -9$

$15 - \text{س}^{2} - \text{س}(5\text{س} - 4\text{س}) + 2(\text{س}^{2} - 12) = -9$

$15 - \text{س}^{2} - 5\text{س}^{2} + 4\text{س}^{2} + 2\text{س}^{2} - 24 = -9$

$-9 = -9$

$\Leftarrow \text{س} \in \text{ع}$

جـ $\quad \text{هـ}_{\text{س}}\text{ن}(\text{س}) + \text{هـ}_{\text{س}}\text{ن}'(\text{س}) = \text{جاس} \Leftarrow (\text{هـ}_{\text{س}}\text{ن}(\text{س}))' = \text{جاس}$

$\left] (\text{هـ}_{\text{س}}\text{ن}(\text{س}))'\text{د}\text{س} = \right] \text{جاس}\text{د}\text{س} \Leftarrow \text{هـ}_{\text{س}}\text{ن}(\text{س}) = -\text{جتاس} + \text{جـ}$

ن(س) يمر بنقطة الاصل $\Leftarrow 0 = -\text{جتا}0 + \text{جـ} \Leftarrow \text{جـ} = 1 \quad \therefore \text{ن}(\text{س}) = \frac{1 - \text{جتاس}}{\text{هـ}_{\text{س}}}$

السؤال الرابع:

أ $\begin{bmatrix}٣ & ٢\\ ٤ & ٣\end{bmatrix}\times ٢س-\begin{bmatrix}١ & ١\\ ٢ & ٢\end{bmatrix}\times س=\begin{bmatrix}٢\\ ١\end{bmatrix}$

$$\left(\begin{bmatrix}٦ & ٤\\ ٨ & ٦\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}١ & ١\\ ٢ & ٢\end{bmatrix}\right)\times س=\begin{bmatrix}٢\\ ١\end{bmatrix}\Leftarrow \begin{bmatrix}٥ & ٣\\ ٦ & ٤\end{bmatrix}\times س=\begin{bmatrix}٢\\ ١\end{bmatrix}$$

بضرب الطرفين بالنظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix}٥ & ٣\\ ٦ & ٤\end{bmatrix}$ ، $|أ|=٢$ ، $أ^{-١}=\frac{١}{٢}\begin{bmatrix}٤ & -٣\\ -٦ & ٥\end{bmatrix}$

$$م\times س=\frac{١}{٢}\begin{bmatrix}٤ & -٣\\ -٦ & ٥\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٢\\ ١\end{bmatrix}$$

$$س=\begin{bmatrix}٢ & -\frac{٣}{٢}\\ -٣ & \frac{٥}{٢}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٢\\ ١\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{٥}{٢}\\ -\frac{٧}{٢}\end{bmatrix}$$

ب ١) $\int\frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س}+هـ^{س}-٢}ىس$

نفرض ص $=هـ^{س}\Leftarrow ىص=هـ^{س}ىس$

$$\int\frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س}+هـ^{س}-٢}ىس=\int\frac{١}{ص^{٢}+ص-٢}ىص$$

$$\frac{١}{ص^{٢}+ص-٢}=\frac{١}{(ص+٢)(ص-١)}=\frac{أ}{ص-١}+\frac{ب}{ص+٢}=\frac{ب\,(ص-١)+أ(ص+٢)}{(ص+٢)(ص-١)}$$

$$\Leftarrow أ=\frac{١}{٣}\ ،\ ب=-\frac{١}{٣}$$

$$\int\frac{١}{ص^{٢}+ص-٢}ىص=\frac{١}{٣}لـو_{هـ}|ص-١|-\frac{١}{٣}لـو_{هـ}|ص+٢|+جـ$$

$$\int\frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س}+هـ^{س}-٢}ىس=\frac{١}{٣}لـو_{هـ}|هـ^{س}-١|-\frac{١}{٣}لـو_{هـ}|هـ^{س}+٢|+جـ$$

٢) $\int\frac{١}{قتاس}لـو_{هـ}(١+جاس)ىس=\int جاس\,لـو_{هـ}(١+جاس)ىس$

نفرض

ن $=لـو_{هـ}(١+جاس)$ $\quad$ ىع $=جاس$

ىن $=\frac{جتاس}{١+جاس}$ $\quad$ ع $=-جتاس$

$$\int جاس\,لـو_{هـ}(١+جاس)ىس=-جتاس\,لـو_{هـ}(١+جاس)+\int\frac{جتا^{٢}س}{١+جاس}ىس$$

$$=-جتاس\,لـو_{هـ}(١+جاس)+\int\frac{١-جا^{٢}س}{١+جاس}ىس=-جتاس\,لـو_{هـ}(١+جاس)+\int(١-جاس)ىس$$

$$=-جتاس\,لـو_{هـ}(١+جاس)+س+جتاس+جـ$$

السؤال الخامس:

أ) $\int$ (ن´(س)+ظتاس)ءس = لـو$_{هـ}$ (ظاس قاس) باشتقاق الطرفين

$$\text{ن´(س)}+\text{ظتاس} = \frac{\text{ظا}^2\text{س قاس}+\text{قا}^3\text{س}}{\text{ظاس قاس}} \Leftarrow \text{ن´(س)}+\text{ظتاس} = \frac{\text{ظا}^2\text{س}+\text{قا}^2\text{س}}{\text{ظاس}}$$

$$\Leftarrow \text{ن´(س)}+\text{ظتاس} = \frac{\text{ظا}^2\text{س}+1+\text{ظا}^2\text{س}}{\text{ظاس}} \Leftarrow \text{ن´(س)}+\text{ظتاس} = \frac{2\text{ظا}^2\text{س}}{\text{ظاس}} + \frac{1}{\text{ظاس}}$$

$$\Leftarrow \text{ن´(س)}+\text{ظتاس} = \frac{2\text{ظا}^2\text{س}}{\text{ظاس}} + \text{ظتاس} \Leftarrow \text{ن´(س)} = 2\text{ظاس}$$

ب) $4|\text{أ}_س| + 8|\text{أ}_ص| = 8 \Leftarrow 4\frac{|\text{أ}_س|}{|\text{أ}|} + 8\frac{|\text{أ}_ص|}{|\text{أ}|} = \frac{8}{|\text{أ}|}$

$4\text{س} + 8\text{ص} = \frac{8}{|\text{أ}|} \Leftarrow \text{س} + 2\text{ص} = \frac{2}{|\text{أ}|}$ ، ومن المعطيات $\text{س} + 2\text{ص} = 12$

$$\Leftarrow \frac{2}{|\text{أ}|} = 12 \Leftarrow |\text{أ}| = \frac{1}{6}$$

السؤال السادس:

أ)
$$\begin{vmatrix} 1 & \text{أ}^2 & \text{ب} \\ 1 & \text{ب}^2 & \text{أ} \\ 1 & \text{أ}^2 & -\text{أ} \end{vmatrix} \xrightarrow{-ص_1+ص_3} \begin{vmatrix} 1 & \text{أ}^2 & \text{ب} \\ 1 & \text{ب}^2 & \text{أ} \\ 0 & 0 & -\text{ب}-\text{أ} \end{vmatrix} \xrightarrow{-ص_1+ص_2} \begin{vmatrix} 1 & \text{أ}^2 & \text{ب} \\ 0 & -\text{أ}^2+\text{ب}^2 & -\text{ب}+\text{أ} \\ 0 & 0 & -\text{ب}-\text{أ} \end{vmatrix}$$

$$= (\text{ب}^2-\text{أ}^2)(-\text{ب}-\text{أ}) = -1(\text{ب}-\text{أ})(\text{ب}+\text{أ})(\text{ب}+\text{أ}) = (\text{أ}-\text{ب})(\text{أ}+\text{ب})^2$$

ب) $\int \frac{1}{\text{س}^5 \sqrt[3]{(\text{س}^5+1)}}\text{ءس} = \int \frac{1}{\text{س}^5 \sqrt[3]{\text{س}^5(1+\frac{1}{\text{س}^5})}}\text{ءس} = \int \frac{1}{\text{س}^6 \sqrt[3]{(1+\frac{1}{\text{س}^5})}}\text{ءس}$

نفرض أن $\text{ص} = 1+\frac{1}{\text{س}^5} \Leftarrow \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = -5\text{س}^{-6}$

$$\therefore \int \frac{1}{\text{س}^5 \sqrt[3]{(\text{س}^5+1)}}\text{ءس} = \int \frac{1}{\text{س}^6 \sqrt[3]{\text{ص}}} \cdot \frac{\text{ءص}}{-5\text{س}^{-6}} = \frac{-1}{5}\int \text{ص}^{-\frac{1}{3}}\text{ءص}$$

$$= \frac{-2}{5}\text{ص}^{\frac{2}{3}}+\text{جـ} = \frac{-2}{5}\sqrt[3]{1+\frac{1}{\text{س}^5}}+\text{جـ}$$

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الورقة الأولى

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة "الانجاز"
لعام ٢٠٢٠

الزمن : ساعتان ونصف
اليوم والتاريخ: / ٨ /٢٠٢٠م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول :(٣٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(٢٠) فقرة من نوع اختيار من متعدد،من أربعة بدائل،اختر رمز الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) اذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) = ٣س^{٢} − ٢س في الفترة [أ، ٢أ] يساوي ١٦، أ > ٠، فما قيمة أ ؟

أ) ٢ ب) $\frac{١٤}{٩}$ ج) ١ د) $\frac{٢٢}{٩}$

٢) اذا كان ص = $\frac{\text{جتاس}}{١-\text{جاس}}$، فإن $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ =

أ) $\frac{١}{١-\text{جاس}}$ ب) $\frac{\text{جاس}-١}{(١-\text{جاس})^{٢}}$ ج) $\frac{١+\text{جاس}}{١-\text{جاس}}$ د) $\frac{-(١+\text{جاس})}{(١-\text{جاس})^{٢}}$

٣) اذا كان ق(س) اقترانا يمر بالنقطة (−١، ٣) ،وكان ق ′(−١) = −٦ ، فما قيمة $\lim_{س \to -٢} \frac{ق(س^{٢}+٢س-١)-ق(-١)}{س^{٢}-٤}$ ؟

أ) ٣ ب) −٣ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) غير موجودة

٤) اذا كان ق(س) اقتران متصل على ح، وكان ق ′(س) = (٢س − ١)$^{\frac{١}{٢}}$ − ١ ، فما قياس زاوية الانعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) ؟

أ) صفر ب) $\frac{\pi}{٤}$ ج) $\frac{\pi ٣}{٤}$ د) π

٥) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢}+١ ، -١ \leq س < ٣ \\ ٨ ، س = ٣ \end{cases}$ ، فما القيمة العظمى المطلقة للاقتران ق(س) إن وجدت ؟

أ) ٢ ب) ٨ ج) ١٠ د) لايوجد للاقتران قيمة عظمى مطلقة

٦) إذا كان ق(س) = هـ$^{\text{جا}٢س}$ + لـو$_{هـ}$ (٢ + ظاس) + جاπ ، فما قيمة ق ′(٠) ؟

أ) $\frac{٥}{٢}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) $-\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{١}{٢}$

٧) إذا كان ق(س) = س^{٣} − س ، فما قيمة (ق ∘ ق ′)′(١) ؟

أ) ١١ ب) ٦٦ ج) ٦ د) ١٢

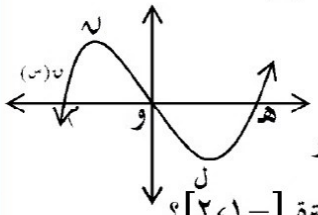
٨) إذا كان س^{٢} ص^{٣} = ٤س^{٢} + ٤، فما قيمة $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}\Big|_{س=١}$ ؟

أ) $-\frac{٢}{٣}$ ب) $\frac{١}{٣}$ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) صفر

٩) ليكن ق(س)، هـ(س) اقترانين سالبين وقابلين للاشتقاق ومتناقصين على ح، وكان ل(س) = (ق ∘ هـ(س))^{٢} ، فأي العبارات الآتية صحيحة على الاقتران ل(س)؟

أ) ل(س) متناقص على ح ب) ل(س) متزايد على ح ج) ل`(س) ≤ ٠ د) ل(س) اقتران ثابت

١٠) بالاعتماد على الشكل المجاور، الذي يمثل منحنى ق(س)



فما النقطة/ النقاط التي يكون عندها ق`(س) = ٠ ، ق``(س) سالب ؟

أ) هـ ، م ب) ن ج) ل د) و

١١) ما قيمة جـ التي تحددها نظرية القيمة المتوسطة على الاقتران ق(س) = س^{٢} + س − ٦ في الفترة [−١، ٢]؟

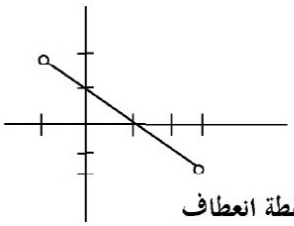
أ) $\frac{٢}{٥}$ ب) $\frac{-٣}{٢}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{-١}{٢}$

١٢) اذا كان ق`(س) = ٦(س + ١)(س − ٢)^{٢} ، فإن لمنحنى الاقتران ق(س) قيمة:

أ) عظمى محلية عند س = −١ ب) صغرى محلية عند س = −١

ج) عظمى محلية عند س = ٢ د) صغرى محلية عند س = ٢

١٣) يمثل الشكل المجاور منحنى ق``(س)، إذا كان ق`(٢) = ٠، فماذا تمثل النقطة (٢، ق(٢))؟



أ) عظمى محلية أ) صغرى محلية ج) ليست حرجة لمنحنى ق(س) د) نقطة انعطاف

١٤) إذا كان ق(س) = $\frac{ل(س)}{س^{٢} - ٢}$ حيث س^{٢} ≠ ٢ وكان لمنحنى ل(س) مماسا أفقيا عند النقطة (١، ٢)، فما قيمة ق`(٢)؟

أ) −٢ ب) ١ ج) −٤ د) −١

١٥) اذا كان المستقيم ص + ٣س = ١ عموديا على منحنى ق(س) عند س = ١ فما قيمة (ق^{٣})`(١)؟

أ) −٣٦ ب) ٣٦ ج) ٤ د) −٤

١٦) اذا كان ق(س) = جا٤س × ظا٢س فما قيمة ق`(س)؟

أ) ٤جتا٤س ب) ٨جتا٤س قا^{٢} ٢س ج) −٤جا٤س د) ٤جا٤س

١٧) اذا كان ص = ٣ $\sqrt{ع}$ ، ع = ٢س − ١ ، فما قيمة $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٥}$ ؟

أ) ١ ب) ٢ ج) $\frac{٣}{\sqrt{٥}}$ د) $\frac{١}{٣}$

١٨) اذا كان هـ$^{جا ٣ص}$ = ٢ص + س + ١ فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة (٠، ٠)؟

أ) −١ ب) ١ ج) صفر د) ٢

١٩) ما قيمة الثابت جـ الذي يجعل لمنحنى ق(س) = س^{٣} + جـس^{٢} − ٩س نقطة انعطاف عند س = −١؟

أ) −٤ ب) −٣ ج) ٣ د) ٦

٢٠) اذا كان ق(س) = س × هـ^{س} ، فما قيمة / قيم س الحرجة لمنحنى ق`(س) ؟

أ) −٢ ب) −١ ج) ٠، −١ د) ٠، −٢

السؤال الثاني:(٢٠علامة)

أ) اذا كان جا^{٢}(ق(٢س)) $= \frac{٣}{س} + \frac{١}{٢}$ حيث س $\neq ٠$، وكان ق(٦) $= \frac{\pi}{٣}$، أوجد ق$'$(٦).

ب) اذا كان ق(س) $= \begin{cases} أس^{٢} + ٢س & ، ٠ \geq س \geq ٢ \\ س^{٣} - بس + ١٢ & ، ٢ < س \geq ٣ \end{cases}$، يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة [٠ ، ٣]، أوجد قيمة الثابتين أ،ب.

ج) قذف جسم رأسيا للأعلى من قمة برج ارتفاعه ١٢٠ متر بحيث تتحدد إزاحته عن قمة البرج بالعلاقة : ف $= ٢٠$ن $- ٥$ن^{٢}، حيث ف :إزاحة الجسم بالأمتار، ن :الزمن بالثواني، أوجد

١) أقصى ارتفاع يصله الجسم عن قمة البرج.

٢) سرعة الجسم وهو على ارتفاع ١٥م من سطح الأرض

السؤال الثالث:(٢٠علامة)

أ) إذا كان ق(س) $= \sqrt[٣]{س} + ٢$، أوجد:

١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران.

٢) نقطة / نقاط الانعطاف (إن وُجِدت).

٣) قياس زاوية/ زوايا الانعطاف (إن وُجِدت)

ب) اذا كان ق(س) $= \frac{١}{٣}$س^{٣} $-$ س^{٢} $-$ ٣س $+ ٤$، حيث س عدد حقيقي أوجد:

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران.

٢) القيم القصوى المحلية إن وجدت.

ج) اذا كان ص $= \frac{\text{جا}س}{س}$، س $\neq ٠$ أثبت أن ص$''$ $+ \frac{٢}{س}$ ص$'$ $+$ ص $= ٠$

السؤال الرابع:(٢٠علامة)

أ) اوجد معادلة العمودي لمنحنى الاقتران الذي معادلته ص $= \frac{٢\sqrt{٩ - س^{٢}}}{٣}$ والموازي للمستقيم الذي معادلته

٣س $-$ ٢ص $-$ ١٢ $= ٠$

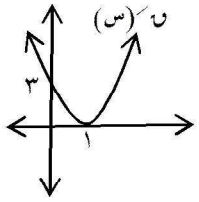
ب) اذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) $=$ أس^{٣} $+$ بس في الفترة [١، ٣] يساوي ٢٢، وكان لمنحنى الاقتران ق(س) قيمة حرجة عند س $= ٢$، أوجد قيمة كل من: أ،ب

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس:(١٠ علامة)

أ) أوجد مساحة أكبر شبه منحرف متساوي الساقين يمكن رسمه داخل الاقتران ق(س) = $\sqrt{١٦ - س^{٢}}$ ، بحيث أن رأسين من رؤوسه أصفار الاقتران، والرأسين الآخرين يقعان على منحنى الاقتران ق(س) فوق محور السينات

ب) يمثل الشكل المجاور منحنى ق ′(س) لكثير حدود ق(س) من الدرجة الثالثة،



أوجد قاعدة الاقتران ق(س) إذا علمت أن منحناه يمر بنقطة الأصل

السؤال السادس:(١٠ علامة)

أ) اذا كان المستقيم الذي معادلته ٤ص = ٢س − ١ يمس منحنى هـ(س) = $\frac{ب س}{س + جـ}$ عند النقطة (١، $\frac{-١}{٢}$) ،

فما قيم الثوابت ٢، ب، جـ؟

ب) ليكن ق، هـ اقترانين يحققان المعادلتين: ق ′(س) + هـ(س) = ٠ ، هـ ′(س) − ق(س) = ٠ ، وكان كل ق(س)، هـ(س) > ٠

أثبت أن ل ′(س) = ١ + ل^{٢}(س)، علما أن ل(س) = $\frac{هـ(س)}{ق(س)}$

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	أ	أ	ب	ج	د	أ	ب	أ	أ	ب
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	ج	ب	أ	د	ج	د	أ	ب	ج	أ

السؤال الثاني:

أ $\text{جا}^{٢}(\text{ن}(٢\text{س})) = \frac{٣}{\text{س}} + \frac{١}{٢}$

$٢\,\text{جا}(\text{ن}(٢\text{س}))\,\text{جتا}(\text{ن}(٢\text{س}))(\text{ن}'(٢\text{س})) \times ٢ = \frac{-٣}{\text{س}^{٢}}$ حيث $٢\text{س} = ٦ \Leftarrow \text{س} = ٣$

$٢\,\text{جا}\frac{\pi}{٣} \times \text{جتا}\frac{\pi}{٣} \times (\text{ن}'(٦)) \times ٢ = \frac{-٣}{٩} \Leftarrow \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times ٢ \times \frac{١}{٢} \times \text{ن}'(٦) \times ٢ = \frac{-١}{٣}$

$\Leftarrow \frac{٤ \sqrt{٣}\,\text{ن}'(٦)}{٤} = \frac{-١}{٣} \Leftarrow \text{ن}'(٦) = \frac{-١}{٣\sqrt{٣}}$

ب بما أن $\text{ن}(\text{س})$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة فهو متصل على $[٠، ٣]$ ، إذن $\text{ن}(\text{س})$ متصل عند $\text{س} = ٢$

$\text{نهـــا}_{\text{س} \to ٢^{-}} \text{ن}(\text{س}) = \text{نهـــا}_{\text{س} \to ٢^{+}} \text{ن}(\text{س}) \Leftarrow ٤ا + ٤ = ٨ - ٢ب + ١٢ \Leftarrow ٤ا + ٢ب = ١٦ \leftarrow (١)$

كذلك $\text{ن}(\text{س})$ قابل للاشتقاق على $]٠، ٣[$ فهو قابل للاشتقاق عند $\text{س} = ٢$

$\text{ن}'(٢)^{-} = \text{ن}'(٢)^{+} \Leftarrow ٤ا + ٢ = ١٢ - ب \Leftarrow ٤ا + ب = ١٠ \leftarrow (٢)$

بطرح (٢) من (١) : $ب = ٦$ وبالتعويض في (٢) $ا = ١$

جـ ١) $ف(ن) = ٢٠ن - ٥ن^{٢}$ ، $ع(ن) = ٢٠ - ١٠ن$ عند أقصى ارتفاع السرعة = صفر

$\Leftarrow ٢٠ - ١٠ن = ٠ \Leftarrow ن = ٢$ ثانية

$ف(٢) = ٤٠ - ٢٠ = ٢٠م$

أقصى ارتفاع عن قمة البرج = ٢٠م

٢) $ف(ن) = ٢٠ن - ٥ن^{٢} = -١٢٠ \Leftarrow ٥ن^{٢} - ٢٠ن - ١٠٥ = ٠$

$\Leftarrow ن^{٢} - ٤ن - ٢١ = ٠ \Leftarrow (ن - ٧)(ن + ٣) = ٠ \Leftarrow ن = ٧، -٣$ (محذوف)

$ع(٧) = ٢٠ - ١٠ \times ٧ = -٥٠$م/ث

السؤال الثالث:

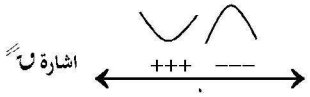
أ

١) $ن(س) = \sqrt[3]{س} + ٢$ ن متصل على ح

$ن'(س) = \frac{١}{٣} س^{-\frac{٢}{٣}}$ ، $ن''(س) = \frac{-٢}{٩} س^{-\frac{٥}{٣}}$

$ن''(س) = \frac{-٢}{٩} س^{-\frac{٥}{٣}} \neq ٠$

$ن''(س) = \frac{-٢}{٩ \sqrt[3]{س^{٥}}}$



$ن''(س)$ غير موجودة عند $س = ٠$

منحنى $ن(س)$ مقعر للأعلى في الفترة $]-\infty، ٠[$ ، منحنى $ن(س)$ مقعر للأسفل في الفترة $]٠، \infty[$

٢) (٠، ٢) نقطة انعطاف لأن $ن(س)$ متصل وغير من اتجاه تقعره عندها

٣) نفرض هـ زاوية انعطاف عند النقطة (٠، ٢)

ظا هـ $= ن'(٠) = \frac{١}{٠}$ قيمة غير معرفة ومنها هـ $= \frac{\pi}{٢}$

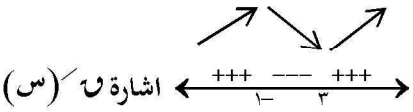
ب $ن(س) = \frac{١}{٣} س^{٣} - س^{٢} - ٣س + ٤$، $س \in ع$

ن متصل لانه كثير حدود

$ن'(س) = س^{٢} - ٢س - ٣$

$ن'(س) = ٠ \Leftarrow س^{٢} - ٢س - ٣ = ٠$

$\Leftarrow (س - ٣)(س + ١) = ٠ \Leftarrow س = ٣، س = -١$



ن(س) متزايد $]-\infty، -١] \cup [٣، \infty[$

ن(س) متناقص $[-١، ٣]$

٢) $ن(-١) = \frac{١}{٣}(-١)^{٣} - (-١)^{٢} - ٣(-١) + ٤ = ٥\frac{٢}{٣}$ قيمة عظمى محلية

$ن(٣) = \frac{١}{٣}(٣)^{٣} - (٣)^{٢} - ٣(٣) + ٤ = -٥$ قيمة صغرى محلية

جـ $ص = \frac{جاس}{س}$، $س \neq ٠$

$\Leftarrow س ص = جاس$

$س ص' + ص = جتاس$ الاشتقاق مرة اخرى $\Leftarrow$ $س ص'' + ص' + ص' = -جاس$

$س ص'' + ٢ ص' = -جاس$ نقسم على س $\Leftarrow$ $ص'' + ٢ \frac{ص'}{س} = -\frac{جاس}{س}$

$ص'' + ٢ \frac{ص'}{س} = -ص \Leftarrow ص'' + ٢ \frac{ص'}{س} + ص = ٠$

السؤال الرابع:

أ) بما أن المستقيم العمودي على المماس لمنحنى ص $= \frac{2\sqrt{9-س^2}}{3}$ ويوازي المستقيم ٣س − ٢ص − ١٢ = ٠

اذن ميله= $م_ع = \frac{3}{2}$ ، ومعادلته ٣س − ٢ص+جـ = ٠

لاحظ $م_ع = \frac{1}{\text{ميل المماس}} = \frac{1}{\frac{ص}{س}} = \frac{1}{\frac{-2س}{2\times 2\sqrt{9-س^2}}} \times \frac{3}{2} = \frac{2\sqrt{9-س^2}}{س}$

$\therefore \frac{3}{2} = \frac{2\sqrt{9-س^2}}{س} \frac{3}{2} \Leftarrow س = \sqrt{9-س^2} \Leftarrow س^2 = 9-س^2 \Leftarrow س = \frac{3}{\sqrt{2}}$ ، $\frac{-3}{\sqrt{2}}$ (ترفض)

لإيجاد ص عندما س $= \frac{3}{\sqrt{2}}$ نعوض في معادلة المنحنى ص $= \frac{2\sqrt{9-\frac{9}{2}}}{3} = \sqrt{2}$

نعوض س $= \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ، ص $= \sqrt{2}$ في المعادلة ٣س − ٢ص+جـ = ٠ من أجل ايجاد جـ

$\frac{3(3\sqrt{2})}{2} - 2\sqrt{2} + جـ = ٠ \Leftarrow جـ = \frac{5}{2}\sqrt{2}$

∴ معادلة العمودي على منحنى ص $= \frac{2\sqrt{9-س^2}}{3}$ هي : ٣س − ٢ص + $\frac{5}{2}\sqrt{2} = ٠$

(نقطة التماس هي $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}\right) \Leftarrow$ ص − $\sqrt{2} = \frac{3}{2}(س - \frac{3\sqrt{2}}{2})$)

ب) متوسط التغير للاقتران ن(س) $= \frac{ن(3)-ن(1)}{3-1} = ٢٢$

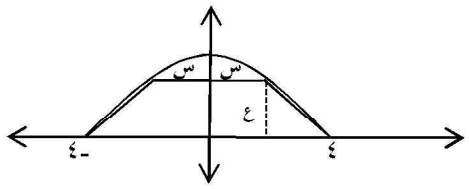
$\Leftarrow ٢٧أ + ٣ب - (أ+ب) = ٤٤ \Leftarrow ٢٦أ + ٢ب = ٤٤ \Leftarrow ١٣أ + ب = ٢٢ \leftarrow (1)$

وبما أن ن(س) كثير حدود له قيمة حرجة عن س=٢ فإن ن´(٢) = ٠

ن´(س) = ٣أ $س^2$ + ب $\Leftarrow$ ن´(٢) = ١٢أ + ب = ٠ $\leftarrow$ (٢)

حل المعادلتين (١) ، (٢) $\Leftarrow$ أ = ٢٢ ، ب = −٢٦٤

السؤال الخامس:

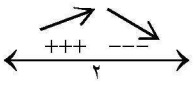


أ مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ مجموع القاعدتين × الارتفاع

$م = \frac{1}{2}(٢س + ٨) \times ع = (س + ٤)\sqrt{١٦ - س^{٢}}$

$م' = (س + ٤)\frac{-٢س}{٢\sqrt{١٦ - س^{٢}}} + \sqrt{١٦ - س^{٢}} = \frac{-س^{٢} - ٤س + ١٦ - س^{٢}}{\sqrt{١٦ - س^{٢}}} = \frac{-٢س^{٢} - ٤س + ١٦}{\sqrt{١٦ - س^{٢}}}$

$م' = ٠ \Leftarrow -٢س^{٢} - ٤س + ١٦ = ٠ \Leftarrow س^{٢} + ٢س - ٨ = ٠$



$\Leftarrow (س + ٤)(س - ٢) = ٠ \Leftarrow س = ٢ ، س = -٤$ (ترفض)

عندما س = ٢ قيمة عظمى مطلقة لانها وحيدة

$م = (٢ + ٤)\sqrt{١٦ - ٤} = ٦\sqrt{١٢}$ وحدة مربعة

ب $ن(س) = ا س^{٣} + ب س^{٢} + جـس + ء$ يمر بنقطة الاصل $\Leftarrow ء = ٠$

$ن'(س) = ٣ا س^{٢} + ٢ب س + جـ$ ، $ن''(س) = ٦ا س + ٢ب$

بما أن $ن'(س)$ يمر بالنقطة $(١ ، ٠) \Leftarrow ن'(١) = ٣ا + ٢ب + جـ = ٠$

$ن'(س)$ يمر بالنقطة $(٠ ، ٣) \Leftarrow ن'(٠) = جـ = ٣$ ومنها $٣ا + ٢ب = -٣ \leftarrow (١)$

$ن''(١) = ٠$ لأن $ن'(س)$ غير من سلوكه من تناقص إلى تزايد عند س=١

$ن''(١) = ٦ا + ٢ب = ٠ \leftarrow (٢)$

بحل المعادلتين $ا = ١ ، ب = -٣$

$\therefore ن(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + ٣س$

السؤال السادس:

أ بما أن النقطة $(١ ، -\frac{1}{2})$ تقع على المستقيم ٤ص = ٣س - ١ فإن $-٢ = ٣ا - ١ \Leftarrow ا = -١$

وبما أن النقطة $(١ ، -\frac{1}{2})$ تقع على المنحنى $هـ(س) = \frac{ب س}{س + جـ}$

$هـ(١) = \frac{ب}{١ + جـ} = \frac{-١}{٢} \Leftarrow -٢ب = ١ + جـ$

وبما أن المستقيم يمس المنحنى هـ(س) عند س = ١

فإن $ص'|_{س=١} = هـ'(١) \Leftarrow \frac{(١ + جـ) \times ب - ب}{(١ + جـ)^{٢}} = \frac{-١}{٤}$

$\Leftarrow \frac{-٢ب^{٢} - ب}{(-٢ب)^{٢}} = \frac{-١}{٤} \Leftarrow ب^{٢} = ٢ب^{٢} + ب$ ومنها ب = -١، صـــفر

ولإيجاد جـ: $-٢ب = ١ + جـ$ ومنها $جـ = ١$

ب $\boxed{\text{}}$ $ل(س) = \frac{هـ(س)}{ن(س)}$

$$ل'(س) = \frac{ن(س) \times هـ'(س) - هـ(س) \times ن'(س)}{ن^{٢}(س)} = \frac{ن(س)}{ن^{٢}(س)} \times هـ'(س) - \frac{هـ(س)}{ن^{٢}(س)} \times ن'(س)$$

حيث $ن'(س) = -هـ(س)$ ، $هـ'(س) = ن(س)$

$$= \frac{ن^{٢}(س)}{ن^{٢}(س)} + \frac{هـ(س) \times هـ(س)}{ن^{٢}(س)} = ١ + \frac{هـ^{٢}(س)}{ن^{٢}(س)} = ١ + ل^{٢}(س)$$

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الورقة الثانية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة/الانجاز
لعام ٢٠٢٠

الزمن : ساعتان ونصف
التاريخ: / ٨/ ٢٠٢٠م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط.

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول:(٣٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(٢٠) فقرة من نوع اختيار من متعدد،من أربعة بدائل،اختر رمز الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) اذا كان $ق(س)$ اقترانا أصليا للاقتران $ن(س)$ ، فما العبارة الصحيحة مما يلي؟

أ) $ن(س)=ق(س)$ ب) $ن`(س)=ق(س)$ ج) $ن`(س)=ق`(س)$ د) $ن(س)=ق`(س)$

٢) ما ناتج $\int \frac{س - \sqrt{س}}{\sqrt{س}-١}$ ء س ؟

أ) $-\frac{٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}}+ج$ ب) $\frac{٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}}+ج$ ج) $-\frac{٣}{٢}س^{\frac{٢}{٣}}+ج$ د) $\frac{٣}{٢}س^{\frac{٢}{٣}}+ج$

٣) أي من الآتية تساوي $\int \frac{(س^{٢}+س^{٣})^{٥}}{س^{١٠}}$ ء س؟

أ) $\frac{(١+س)^{٦}}{٦}+ج$ ب) $\frac{(س^{٢}+س^{٣})^{٦}}{٦}+ج$ ج) $٥\times\frac{(س^{٢}+س^{٣})^{٤}}{س^{٢}}+ج$ د) $لـو_{هـ}|س^{١٠}|+ج$

٤) اذا كان $ن`(س)=٢ن(س)$، $ن(س)>٠$ ، فما الاقتران الذي يمثل $ن(س)$ ؟

أ) $ج هـ^{٢س}$ ب) $هـ^{٢س}+ج$ ج) $لـو_{هـ}ن(س)+ج$ د) $لـو_{هـ}ن(س)-٢س$

٥) تحرك جسم في خط مستقيم بتسارع يعطي بالعلاقة $ت = ٢ن - ٣$ م/ث^{٢} ، فاذا كانت سرعته الابتدائية ٣م/ث، فما سرعة الجسم بعد مرور ٤ ثوان؟

أ) ٢م/ث ب) ٤م/ث ج) ٧م/ث د) ٥ م/ث

٦) ماذا يساوي $\int \frac{هـ^{ظاس}}{٢جتا^{٢}س}$ ء س؟

أ) $٢قا^{٢}س هـ^{ظاس}+ج$ ب) $\frac{١}{٢}هـ^{ظاس}+ج$ ج) $\frac{١}{٢}قاس هـ^{ظاس}+ج$ د) $٢هـ^{ظاس}+ج$

٧) اذا كان $σ_{٣}=\{-٢، ٠، ١، ٣\}$ تجزئة للفترة $[-٢، ٣]$ وكان $ن(س)=أس^{٢}-٢$، $ق(σ_{٣}، ن)=٣٠$ حيث $س^{*}_{ر}=س_{ر-١}$ ، فما قيمة أ؟

أ) ٤ ب) $\frac{٨}{٣}$ ج) $\frac{٢١}{٥}$ د) ٢

٨) إذا كان $σ_{...}$ تجزئة منتظمة للفترة $[أ، ١٦]$، وكانت الفترة الجزئية الإحدى والعشرون هي $[٨، ٨ء]$، فما قيمة الثابت أ

أ) ٦ ب) -٦ ج) ١٢ د) -١٢

٩) إذا كان $\int_{١}^{٣} ن(س)\,ع س = -٢٤$، وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[١، ٣]$ ، $م(\sigma_{ن}، ن) = \frac{٤ن - ٢١ن^{٢}}{ن^{٢}}$ للاقتران $ن(س)$ على الفترة $[١، ٣]$، فما قيمة الثابت $أ$ ؟

أ) -١٢ ب) ١٠ ج) ١٢ د) ١٤

١٠) إذا كانت $أ، ب، جـ$ ثلاث مصفوفات من الرتب: ٢×٣ ، ٣×٢، ٢×٢ على الترتيب، فأي العمليات الآتية صحيحة؟

أ) $أ\times جـ + ب$ ب) $ب\times أ - ٢جـ$ ج) $٣أ\times ب + ٢جـ$ د) $ب\times جـ + ٥أ$

١١) إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} س & ١ \\ س+٤ & ٤ \end{bmatrix}$، $أ^{-١} = \begin{bmatrix} ٢ & -\frac{١}{٢} \\ س-٥ & ١ \end{bmatrix}$، فما هي قيمة $س$؟

أ) -٢ ب) ٢ ج) ١ د) -٤

١٢) اذا كانت $س، ص$ مصفوفتان غير منفردتان من الرتبة $ن\times ن$ حيث $|ص| = ١٢$ ، $|٢س ص^{-١}| = ٨، |س| = ٣$، فما قيمة $ن$؟

أ) ٣ ب) ١٦ ج) ٥ د) ٣٢

١٣) ما مجموعة حل المعادلة التالية: $\begin{bmatrix} س^{٢} & ٦ \\ س^{٢} & ٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س+٢ & ٦ \\ -٢س+٨ & ٧ \end{bmatrix}$ ؟

أ) $\{-٢\}$ ب) $\{٢\}$ ج) $\{٢، -١، -٤\}$ د) $\{٢، -١\}$

١٤) إذا كان $س = [-٤ \quad ٥]$، $ص = \begin{bmatrix} ١ \\ -١ \end{bmatrix}$، فما قيمة $|س.ص|$ ؟

أ) ٩ ب) -٩ ج) ١ د) -١

١٥) أي من الآتية تساوي $\begin{vmatrix} ١ & جا س \\ جتا س & ٠ \end{vmatrix}$ ؟

أ) $جا٢س$ ب) $-جا٢س$ ج) $\frac{١}{٢}جا٢س$ د) $-\frac{١}{٢}جا٢س$

١٦) ما ناتج $\int (قا^{٤}س - ظا^{٤}س)\,ع س$؟

أ) $-٢ظاس + س + جـ$ ب) $٢ظاس + قاس + جـ$ ج) $ظا^{٢}س - قاس + جـ$ د) $٢ظاس - س + جـ$

١٧) ما ناتج $\int \left(\frac{٤}{س} - هـ^{-س}\right) ع س$ ؟

أ) $٤لـو_{هـ}|س| - هـ^{-س} + جـ$ ب) $٤لـو_{هـ}|س| + هـ^{-س} + جـ$ ج) $٤لـو_{هـ}|س| - هـ^{س} + جـ$ د) $٤لـو_{هـ}|س| + هـ^{س} + جـ$

١٨) اذا كان $\int ن'(س)\,ع س = جا^{٢}س - أ جتاس + ١$ ، وكان $ن'\left(\frac{\pi}{٤}\right) = ٠$، فما قيمة الثابت $أ$ ؟

أ) $\sqrt{٢}$ ب) $-\sqrt{٢}$ ج) $\frac{-١}{\sqrt{٢}}$ د) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

١٩) ليكن عدد عناصر التجزئة المنتظمة $\sigma_{ن}$ للفترة $[أ، ب]$ يساوي ٩ عناصر، وكانت الفترة الجزئية الرابعة منها $\left[٥ ، \frac{٢١}{٤}\right]$ فما قيمة $ب - أ$؟

أ) ٢ ب) ٤ ج) $\frac{٩}{٤}$ د) $\frac{٩}{٢}$

٢٠) اذا علمت أن $\int \frac{هـ(س)}{هـ(س) + ن(س)}\,ع س = ٢س + جـ$، فما ناتج $\int \frac{هـ(س)}{هـ(س) + ن(س)}\,ع س$ ؟

أ) $٣س + جـ$ ب) $٢س + جـ$ ج) $-س + جـ$ د) $س^{٢} + جـ$

السؤال الثاني:(٢٠علامة)

أ) إذا كان ن(س) = (٢ − ٣س)، حيث س∈[١،٣]، معتبرا س$_ر^*$ = س$_ر$ ، احسب $\int_{١}^{٣}$ ن(س)ds س باستخدام تعريف التكامل المحدود.

ب) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ن(س) يعطى بالعلاقة ن′(س) = ٢ظا^٢ س + ٨جتا^٢ س ، أوجد قاعدة الاقتران ن(س)، علما أن منحناه يمر بالنقطة $\left(\frac{\pi}{٤}\ ،\ ٥ + \frac{\pi}{٢}\right)$

ج) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$، ب$^{-١}$ = $\begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ ٤ & -٨ \end{bmatrix}$، أوجد (أ.ب)$^{-١}$ + ٢أ

السؤال الثالث:(٢٠علامة)

أ) إذا كان ن(س)، هـ(س) اقترانين معرفين في الفترة [٢ ،١٠] ، وكان هـ(س) = ٣ن(س) + س ، بحيث ∑(σ$_٤$ ، ن) = ٦ .

أوجد ∑(σ$_٤$ ، هـ) معتبرا س$_ر^*$ = س$_ر$ ، علماً أن σ$_٤$ تجزئة منتظمة للفترة [٢ ،١٠] .

ب) تحرك جسم في خط مستقيم ابتداءا من نقطة الأصل(و) وبسرعة ابتدائية مقدارها ٢٤سم/ث، فإذا كان تسارعه في أي لحظة يساوي (−٦ن سم/ث^٢)، أوجد إزاحته عن نقطة الأصل (و) بعد مرور ٤ ثواني؟

ج) استخدم طريقة جاوس لحل نظام المعادلات الخطية التالية:

$$\begin{aligned} -٢س + ٣ص - ع &= ١ \\ س + ٢ص - ع &= ٤ \\ -٢س - ص + ع &= -٣ \end{aligned}$$

السؤال الرابع: (٢٠علامة)

أ) عند حل نظام يتكون من معادلتين خطيتين بالمتغيرين س،ص بطريقة كريمر وُجد أن أ$_س$ = $\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$، أ$_ص$ = $\begin{bmatrix} ١ & ٥ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$، أوجد قيمتي س،ص

ب) أوجد التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{\text{جا}^٣ س}{٢ + \text{جتا}س} ds$ س ٢) $\int (لـ_هـ س)^٢ ds$ س

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس: (١٠ علامة)

أ) إذا كان $م(س)$ اقترانا أصلياً موجباً للاقتران $ن(س)$، فإذا كان $م(س)$ يمر بالنقطة $(٣، هـ)$، وكان $ن(س) = ٢س م(س)$.

أثبت أن $م(\sqrt{٨}) = ١$

ب) أوجد $\int هـ^{س} \left(لـو_{هـ} س + \frac{١}{س}\right) دس$

السؤال السادس: (١٠ علامة)

أ) أثبت أن $\int \frac{(أس + ب)^{ن}}{س^{ن+٢}} دس = \frac{-(أس + ب)^{ن+١}}{ب(ن + ١)س^{ن+١}} + جـ$، حيث ب عدد ثابت.

ب) إذا كان $\begin{vmatrix} س & -٣ & ١ \\ ٢س & -٥ & ٢ \\ ١ & ٦ & ٧ \end{vmatrix} = ١٣$، أوجد قيمة س.

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	د	ب	أ	أ	ج	ب	أ	أ	ج	ج
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	ب	ج	ب	ب	د	د	ب	ب	أ	ج

السؤال الثاني:

أ $\int_{1}^{3}(2-3س)ds$ ، $ن(س)=(2-3س)$ ، $س\in[1،3]$ ، $س_ر^*=س_ر$

$$ل=\frac{3-1}{ن}=\frac{2}{ن}\ ،\ س_ر^*=س_ر=1+\frac{2}{ن}ر$$

$$\Leftarrow ن(س_ر^*)=ن(1+\frac{2}{ن}ر)=2-3(1+\frac{2}{ن}ر)=2-3-\frac{6}{ن}ر=-1-\frac{6}{ن}ر$$

$$م(ص_ن،ص)=\frac{ب-أ}{ن}\sum_{ر=1}^{ن}ن(س_ر^*)=\frac{2}{ن}\sum_{ر=1}^{ن}(-1-\frac{6}{ن}ر)=\frac{2}{ن}\left(\sum_{ر=1}^{ن}-1-\frac{6}{ن}\sum_{ر=1}^{ن}ر\right)$$

$$=\frac{2}{ن}\left(-ن-\frac{6}{ن}\times\frac{ن(ن+1)}{2}\right)=\frac{2}{ن}(-ن-3ن-3)=\frac{2}{ن}(-4ن-3)=-8-\frac{6}{ن}$$

$$\therefore\int_{1}^{3}ن(س)ds=\lim_{ن\to\infty}م(ص_ن،ص)=\lim_{ن\to\infty}(-8-\frac{6}{ن})=-8-0=-8$$

ب $ن(س)=\int ن'(س)ds=\int(2ظا^2س+8جتا^2س)ds=\int2(قا^2س-1)+8(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}جتا2س)ds$

$$=\int(2قا^2س-2+4+4جتا2س)ds=2س+2ظاس+2جا2س+جـ$$

$$ن(\frac{\pi}{4})=2\times\frac{\pi}{4}+2ظا\frac{\pi}{4}+2جا\frac{\pi}{2}+جـ\Leftarrow\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}+5\Leftarrow جـ=1$$

$$\therefore ن(س)=2س+2ظاس+2جا2س+1$$

جـ $(أ.ب)^{-1} + أ^2 = ب^{-1} \times أ^{-1} + أ^2$

نجد $أ^{-1}$: $|أ| = ٦ - ٤ = ٢ \Leftarrow أ^{-1} = \frac{١}{٢}\begin{bmatrix} ٣ & ٤- \\ ١- & ٢ \end{bmatrix}$

$$\text{المطلوب} = \begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ ٤ & ٨- \end{bmatrix} \times \frac{١}{٢}\begin{bmatrix} ٣ & ٤- \\ ١- & ٢ \end{bmatrix} + ٢\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٤- & ٢ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٣ & ٤- \\ ١- & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٨ & ٤ \\ ٢ & ٦ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٨ & ١٠- \\ ١٠ & ١٦- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٨ & ٤ \\ ٢ & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٢ & ٢- \\ ١٢ & ١٠- \end{bmatrix}$$

السؤال الثالث:

أ $هـ(س) = ٣ن(س) + س ، س \in [٢ ، ١٠]$ ، $ك(ن ، ع) = ٦ ، ك(هـ ، ع) = ؟؟$

$$ك(هـ ، ع) = ٣ك(ن ، ع) + ك(س ، ع) = ٣ \times ٦ + \frac{١٠ - ٢}{٤}(\sum_{ر=١}^{٤} ن(س_ر^*))$$

$$= ١٨ + ٢(ن(س_١) + ن(س_٢) + ن(س_٣) + ن(س_٤)) = ١٨ + ٢(٤ + ٦ + ٨ + ١٠)$$

$$= ١٨ + ٢(٢٨) = ١٨ + ٥٦ = ٧٤$$

ب $ع(٠) = ٢٤ ، ت = -٦ن ، ف(٠) = ٠$

$$ع = \int -٦ن د ن = -٣ن^٢ + جـ$$

$$ع(٠) = ٢٤ \Leftarrow جـ = ٢٤ \Leftarrow ع = -٣ن^٢ + ٢٤$$

$$ف = \int ع(ن) د ن = -ن^٣ + ٢٤ن + د$$

$$ف(٠) = ٠ \Leftarrow د = ٠$$

$$\therefore ف(ن) = -ن^٣ + ٢٤ن \Leftarrow ف(٤) = -٦٤ + ٩٦ = ٣٢ م$$

جـ $\bar{أ} =$

$$\begin{bmatrix} ٢- & ٣ & ١- & ١ \\ ١ & ٢ & ١- & ٤ \\ ٢- & ١- & ١ & ٣- \end{bmatrix} \xrightarrow[ص_٣ = ص_٣ - ص_١]{ص_٢ = ٢ص_٣ + ص_١} \begin{bmatrix} ٢- & ٣ & ١- & ١ \\ ٠ & ٧ & ٣- & ٩ \\ ٠ & ٤- & ٢ & ٤- \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{ص_٣ \times ٤ \atop ص_٣ \times ٧} \begin{bmatrix} ٢- & ٣ & ١- & ١ \\ ٠ & ٢٨ & ١٢- & ٣٦ \\ ٠ & ٢٨- & ١٤ & ٢٨- \end{bmatrix} \xrightarrow{ص_٣ = ص_٣ + ص_٢} \begin{bmatrix} ٢- & ٣ & ١- & ١ \\ ٠ & ٢٨ & ١٢- & ٣٦ \\ ٠ & ٠ & ٢ & ٨ \end{bmatrix}$$

$$٢ع = ٨ \Leftarrow ع = ٤ ، ٢٨ص - ١٢ع = ١ \Leftarrow ٢٨ص = ٣٦ + ٤٨ \Leftarrow ص = \frac{٨٤}{٢٨} = ٣$$

$$-٢س + ٣ص - ع = ١ \Leftarrow -٢س + ٩ - ٤ = ١ \Leftarrow س = ٢$$

$$م.ح = (٢ ، ٣ ، ٤)$$

السؤال الرابع:

أ) $أ^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 0 & 2\end{bmatrix}$، $أ^{-1}=\begin{bmatrix}5 & 3\\ 3 & 2\end{bmatrix}\Leftarrow أ=\begin{bmatrix}5 & 3\\ 3 & 2\end{bmatrix}$

$|أ|=9-10=-1$، $|أ^{-1}|=3-0=3$، $|أ^{-1}|=0-2=-2$

$س=\frac{3}{-1}=-3$، $ص=\frac{-2}{-1}=2$

ب) ١) $\int \frac{جا^3 س}{2+جتاس} د س$

نفرض ص $=جتاس \Leftarrow \frac{-د ص}{جاس}=د س$

$=\int \frac{جا^3 س}{2+ص}\times\frac{-د ص}{جاس}=\int \frac{-جا^2 س}{2+ص} د ص=\int \frac{-1+ص^2}{2+ص} د ص$ نطرح ونضيف ٣ للبسط

$=\int \frac{ص^2-4}{ص+2} د ص+\int \frac{3}{ص+2} د ص=\int (ص-2) د ص+3لـو_هـ|ص+2|$

$=\frac{ص^2}{2}-2ص+3لـو_هـ|ص+2|+جـ=\frac{جتا^2 س}{2}-2جتاس+3لـو_هـ|جتاس+2|+جـ$

٢) $\int (لـو_هـ س)^2 د س$

نفرض

$ن=(لـو_هـ س)^2$ $\quad د ع=د س$

$د ن=2لـو_هـ س\times\frac{1}{س}$ $\quad ع=س$

$=س(لـو_هـ س)^2-2\int لـو_هـ س د س=س(لـو_هـ س)^2-2(-س+س لـو_هـ س)+جـ$

$=س(لـو_هـ س)^2+2س-2س لـو_هـ س+جـ$

$\left(\begin{array}{l} ن=لـو_هـ س \quad د ع=د س \\ د ن=\frac{1}{س} \quad ع=س \end{array}\right) \Leftarrow \int لـو_هـ س=س لـو_هـ س-س$

السؤال الخامس:

أ) $م>0$، $م(3)=هـ$، $ن(س)=2س م(س)$

$ن(س)=2س م(س)\Leftarrow م'(س)=2س م(س)\Leftarrow \frac{م'(س)}{م(س)}=2س$ بالتكامل

$لـو_هـ م(س)=\frac{2س^2}{2}+جـ\Leftarrow م(س)=هـ^{س^2+جـ}\Leftarrow م(3)=هـ^9\times أ=هـ\Leftarrow أ=هـ^{-8}$

$م(س)=هـ^{س^2-8}\Leftarrow م(\sqrt{8})=هـ^{8-8}=هـ^0=1$

ب $\int هـ^{س}\left(لـو_{هـ} س+\frac{١}{س}\right)دس=\int هـ^{س} لـو_{هـ} س+\frac{هـ^{س}}{س}دس$

$ن=لـو_{هـ} س \quad دع=هـ^{س}$

$دن=\frac{١}{س} \quad ع=هـ^{س}$

$\therefore \int هـ^{س}\left(لـو_{هـ} س+\frac{١}{س}\right)دس=هـ^{س} لـو_{هـ} س-\int \frac{هـ^{س}}{س}دس+\int \frac{هـ^{س}}{س}دس=هـ^{س} لـو_{هـ} س$

السؤال السادس:

أ $\int \frac{(أ س+ب)^{ن}}{س^{ن+٢}}دس=\frac{-(أ س+ب)^{ن+١}}{ب(ن+١)س^{ن+١}}+جـ$

$\int \frac{(أ س+ب)^{ن}}{س^{ن}}\times\frac{١}{س^{٢}}دس=\int \left(\frac{أ س+ب}{س}\right)^{ن}\times\frac{١}{س^{٢}}دس=\int \left(أ+\frac{ب}{س}\right)^{ن}\times\frac{١}{س^{٢}}دس$

نفرض $ص=أ+\frac{ب}{س} \Leftarrow دص=\frac{-ب}{س^{٢}}دس \Leftarrow دس=\frac{-س^{٢}دص}{ب}$

$\therefore \int \frac{(أ س+ب)^{ن}}{س^{ن+٢}}دس=\int ص^{ن}\times\frac{١}{س^{٢}}\times\frac{-س^{٢}دص}{ب}=\frac{-١}{ب}\frac{ص^{ن+١}}{ن+١}+جـ=\frac{-١}{ب(ن+١)}\left(\frac{أ س+ب}{س}\right)^{ن+١}+جـ$

$=\frac{-(أ س+ب)^{ن+١}}{ب(ن+١)س^{ن+١}}+جـ$

ب $\begin{vmatrix} س & -٣ & ١ \\ ٢س & -٥ & ٢ \\ ١ & ٦ & ٧ \end{vmatrix}=١٣$

$س\begin{vmatrix} -٥ & ٢ \\ ٦ & ٧ \end{vmatrix}+٣\begin{vmatrix} ٢ & ٢س \\ ٧ & ١ \end{vmatrix}+١\begin{vmatrix} ٢س & -٥ \\ ١ & ٦ \end{vmatrix}=١٣$

$س(-٣٥-١٢)+٣(١٤س-٢)+١(١٢س+٥)=١٣$

$-٤٧س+٤٢س-٦+١٢س+٥=١٣$

$-٧س-١=١٣ \Leftarrow ٧س=١٤ \Leftarrow س=٢$

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الدورة: الاستكمالية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة "الإنجاز"
لعام ٢٠٢٠ م

مدة الامتحان : ثلاث ساعات
اليوم والتاريخ: / ١٢ /٢٠٢٠م
مجموع العلامات (٢٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول : (٦٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(٢٠) فقرة من نوع اختيار من متعدد،من أربعة بدائل،اختر رمز الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) اذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) في الفترة $[١٦،١]$ يساوي ٩ ، فما متوسط التغير للاقتران ق(س^{٢}) في الفترة $[٤،١]$ ؟

أ) ٩ ب) ٣ ج) ٤٥ د) ١٥

٢) إذا كانت ص = ق(لـو$_{هـ}$ س)، فما ناتج $\frac{ص}{س}$ ؟

أ) $\frac{١}{س}$ ق$'$(س) ب) $\frac{١}{س}$ ق$'$(لـو$_{هـ}$ س) ج) ق$'$($\frac{١}{س}$) د) $\frac{١}{س}$ ق(لـو$_{هـ}$ س)

٣) اذا كان ق(س) = $[٢س + ٠,٥]$ فما قيمة ق$'$(٤)؟

أ) صفر ب) ٢ ج) ٨ د) غير موجودة

٤) اذا كانت ص =لـو$_{هـ}$ (قاس+ظاس) ، فما ناتج $\frac{ص}{س}$ ؟

أ) ظاس ب) قاس ج) ظا^{٢}س د) قتاس

٥) اذا كان المماس المرسوم لمنحنى ق(س) عند النقطة (٢،−١) يصنع زاوية قياسها ١٣٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فما قيمة نهـا$_{س\to٢}$ $\frac{ق(س)-ق(٢)}{٢س-٤}$ ؟

أ) −١ ب) $\frac{-١}{٢}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) ١

٦) اذا كانت معادلة العمودي على منحنى ق(س) عند النقطة (٣،٠) هي ٢س − ٣ص = ٦ ، فما قيمة ق$'$(٣)؟

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{٢}{٣}$ ج) $-\frac{٣}{٢}$ د) $-\frac{٢}{٣}$

٧) تحرك جسيم وفق العلاقة ع = ٦ $\sqrt{ف}$ ، حيث ف،ع هما الإزاحة والسرعة على الترتيب، فما تسارع هذا الجسيم؟

أ) ٦ ب) ١٢ ج) ١٨ د) ٣٦

٨) ما قيمة /قيم جـ التي تحددها نظرية رول للاقتران ق(س) =لـو$_{هـ}$ (س + $\frac{١}{س}$) على الفترة $\left[\frac{١}{٢}،٢\right]$؟

أ) ±١ ب) ١ ج) −١ د) هـ

٩) ليكن ق(س) = $\begin{cases} س^{٢}+٢س+١ ، س \geq ١ \\ [س]+٣س ، س < ١ \end{cases}$ فما قيمة ق$'$(١)$^{+}$؟

أ) صفر ب) ٣ ج) ٤ د) غير معرّف

١٠) إذا كان لمنحنى ن(س) = ٢س^{٣} − ا س^{٢} قيمة قصوى محلية عندما س = ١، فما قيمة ا ؟

أ) −٣ ب) −٢ ج) ٣ د) ٢

١١) ليكن ن(س) =جاس − $\sqrt{٣}$ جتاس ، س∈[٠ ، π] ، فما الاحداث السيني لنقطة الانعطاف للاقتران ن(س)

أ) $\frac{\pi}{٦}$ ب) $\frac{\pi}{٤}$ ج) $\frac{\pi}{٣}$ د) $\frac{\pi}{٢}$

١٢) إذا كان ا ، ب مصفوفتين مربعتين من الرتبة الثانية، وكان |ا| = ٤ ، |ب| = −٢ ١فما قيمة |٢ب|؟

أ) −٨ ب) −٢ ج)٦ د) ٨

١٣) اذا كانت م$_{٣}$ المصفوفة المحايد في عملية ضرب المصفوفات من الرتبة الثالثة، فما قيمة |٥م$_{٣}$|؟

أ) ٥ ب) ١٥ ج) ٢٥ د) ١٢٥

١٤) إذا كانت ا = $\begin{bmatrix} ٤ & −١ & ٥ \\ ٦ & −٣ & ٩ \\ ٢ & ٧ & −١ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة ا$_{١٢}$ − ا$_{٣١}$؟

أ) −٥ ب) −٣ ج) ١ د) ٢

١٥)اذا كانت ا = $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٣ & ٥ \end{bmatrix}$ ، فما المصفوفة التي تساوي ا$^{-١}$ + ا ، حيث ا$^{-١}$ هي النظير الضربي للمصفوفة ا ؟

أ) و ب) $\begin{bmatrix} ٤ & ٦ \\ ٦ & ١٠ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ ٠ & ١٠ \end{bmatrix}$ د) ٧م$_{٢}$

١٦) ما ناتج $\int$ (جتا^{٤}س − جا^{٤}س) دس ؟

أ) جتا٢س+جـ ب) $\frac{١}{٢}$جا٢س+جـ ج) − $\frac{١}{٢}$جا٢س+جـ د) $\frac{١}{٢}$جتا٢س+جـ

١٧) ما ناتج قا^{٢} $\frac{\pi}{٤}$ دس ؟

أ) $\frac{١}{٤}$ظا $\frac{\pi}{٤}$ +جـ ب) ٢س+جـ ج) $\frac{٤}{\pi}$ظا $\frac{\pi}{٤}$ س+جـ د) ٢

١٨) اذا كان $\int$ (٢س − ١) ن(س) دس = س^{٣} + س^{٢} − ٣س+جـ وكان الاقتران ن(س) متصلا، فما قيمة ن (٣) ؟

أ) ١,٦ ب) ٠,٨ ج) ٥ د) ٦

١٩) اذا كانت σ $_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [٢ ، ٥٠] ، وكان العنصر الرابع فيها يساوي (٦)، فما عدد الفترات الجزئية الناتجة من تلك التجزئة ؟

أ) ٢٠ ب) ١١ ج) ١٠ د) ٩

٢٠) اذا كان $\int$ ٢س لـو$_{هـ}$ س دس = س^{٢} لـو$_{هـ}$ س − $\int$ ع دهـ ، فما المقدار ع دهـ؟

أ) لـو$_{هـ}$ س دس ب) س^{٢} دس ج) س دس د) س لـو$_{هـ}$ س دس

السؤال الثاني: (٤٠ علامة)

أ) اذا كان ن(س) = $\begin{cases} ٦ − س ، س > ٢ \\ س^{٢} + اس ، س \leq ٢ \end{cases}$ ،وكان متوسط التغير للاقتران ن(س) عندما تتغير س من ١ إلى ا

حيث ا > ٢ يساوي ٩، فما قيمة ا؟

ب) اوجد $\frac{ص}{س}$ لكل مما يلي ازاء النقطة المحددة لكل منها:

١) $ص = ع^{٢} - ٢ع$ ، $ع = ٤ + ظ٢س$ عندما $س = ٠$

٢) $\sqrt{س} + \sqrt{ص} = ٣$ عند $(١،٤)$

ج) أوجد معادلة المماس المرسوم لمنحنى الاقتران $ن(س) = هـ^{جا٢س} + لـو_{هـ}(١ + جاس)$ عند $س = ٠$

السؤال الثالث: (٤٠ علامة)

أ) اذا كان للاقتران $ن(س) = س^{٣} + أس^{٢} + بس + جـ$ نقطة انعطاف عند $(-١،٨)$ وكان قياس زاوية الانعطاف عند نقطة الانعطاف تلك يساوي $\frac{\pi ٣}{٤}$ ، اوجد قيم الثوابت $أ،ب،جـ$؟

ب) اذا كان $ن(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + ٤$ أوجد:

١) مجالات التزايد والتناقص. ٢) القيم القصوى. ٣) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل.

ج) اذا كان $ن(س) = س^{٢} - ٢س$ ، وكانت $\sigma_{٤}$ تجزئة رباعية منتظمة للفترة $[-٣، ٥]$ ، فاحسب $ر(\sigma_{٤}، ن)$ حيث $س_{ر}^{*} = س_{ر-١}$

السؤال الرابع:(٤٠ علامة)

أ) حل المعادلتين $٣س = ٢ص - ١$ ، $\frac{س + ص}{٢} = ٤$ بطريقة كريمر

ب) إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} س & ٣ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix}$ ، $أ^{-١} = \begin{bmatrix} ٤ & ص \\ -٥ & ٤ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة / قيم كل من : $س،ص$؟

ج) اوجد التكاملين الآتيين:

١) $\int قا^{٢} \sqrt{س}\, دس$ ٢. $\int \frac{٢س}{س^{٢} + ٢س - ٨}\, دس$

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس:(٢٠ علامة)

أ) إذا كان المستقيم $ص = س + ٤$ يمس منحنى الاقتران $ن(س)$ عندما $س = ١$ وكان $ن'(س) = ٦س + ٢$ ، فأوجد قاعدة الاقتران $ن(س)$.

ب) قذف جسم رأسيا للأعلى من سطح الأرض وكانت إزاحته عن سطح الأرض تعطى بالعلاقة $ف(ن) = ٣٠ن - ٥ن^{٢}$ ، حيث $ف(ن)$ الازاحة بالأمتار ، $ن$ الزمن بالثواني، أوجد سرعة الجسم عندما يقطع مسافة ٦٥ م.

السؤال السادس: (٢٠ علامة)

أ) يريد رجل عمل حديقة مستطيلة الشكل في أرضه، وذلك بإحاطتها بسياج، فإذا كان لديه ٨٠ مترا من الأسلاك، فما مساحة أكبر حديقة يمكن للرجل إحاطتها بهذا السياج؟

ب) إذا كان $س = \begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٢} \\ ١ & ٢- \\ ٤ & \end{bmatrix}$ ، $ص = \begin{bmatrix} ٤ & ٥ \\ ٦ & ٨ \end{bmatrix}$ ، أوجد $(س \times ص)^{-١}$؟

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	ج	ب	أ	ب	ب	ج	ج	ب	ب	ج
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	ج	أ	د	ج	د	ج	ب	أ	ج	ج

السؤال الثاني:

أ متوسط تغير $ن(س) = \frac{ن(أ)-ن(١)}{أ-١} = ٩ \Leftarrow \frac{أ^٢+أ^٢-٥}{أ-١} \Leftarrow ٩أ^٢-٩ = ١٢أ^٢-٥ \Leftarrow ٩أ^٢-١٢أ^٢+٤ = ٠$

$\Leftarrow (٢أ-١)(أ-٤) = ٠ \Leftarrow أ = \frac{١}{٢}$ محذوفة لأن $أ > ٠$، $أ = ٤$

ب

١) $ص = ع^{-٢ع} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = ٢ع - ٢$ ، $ع = ٤ + ظا٢س \Leftarrow \frac{د ع}{د س} = ٢قا^٢٢س$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س} = (٢ع - ٢) \times (٢قا^٢٢س)$:س $= ٠$، $ع = ٤$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٠} = ٦ \times ٢ = ١٢$

٢) $\sqrt{أس} + \sqrt{أص} = ٣ \Leftarrow \frac{١}{٢\sqrt{أس}} + \frac{١}{٢\sqrt{أص}} \frac{د ص}{د س} = ٠ \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = -\frac{\sqrt{أص}}{\sqrt{أس}}$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٤، ص=١} = -\frac{\sqrt{١}}{\sqrt{٤}} = -\frac{١}{٢}$

ج $ن(س) = هـ^{جا٢س} + لـو_هـ(١+جاس) \Leftarrow ن'(س) = ٢جتاس هـ^{جا٢س} + \frac{جتاس}{١+جاس}$

ميل المماس عند (س $= ٠$) $= ن'(٠) = ٢ + ١ = ٣$ ، عندما س $= ٠ \Leftarrow ن(٠) = ١$

معادلة المماس للاقتران $ن(س)$ عند س $= ٠$

$ص - ١ = ٣(س - ٠) \Leftarrow ص = ٣س + ١$

السؤال الثالث:

أ $ن(س) = س^3 + أس^2 + بس + جـ \Leftarrow ن'(س) = 3س^2 + 2أس + ب \Leftarrow ن''(س) = 6س + 2أ$

$ن(-1) = 8 \Leftarrow -1 + أ - ب + جـ = 8 \leftarrow (1)$

وبما أن قياس زاوية الانعطاف عند نقطة الانعطاف تساوي $\frac{3\pi}{4}$

فإن $ن'(-1) = ظا\frac{3\pi}{4} \Leftarrow 3 - 2أ + ب = -1 \leftarrow (2)$

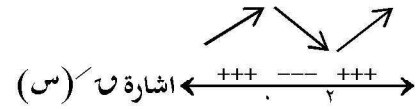
$ن''(-1) = 0 \Leftarrow -6 + 2أ = 0 \Leftarrow \boxed{أ = 3}$ وبحل معادلة (2) فإن $-3 + ب = -1 \Leftarrow \boxed{ب = 2}$

وبالتعويض في معادلة (1) فإن $-1 + 3 - 2 + جـ = 8 \Leftarrow \boxed{جـ = 8}$

ب $ن(س) = س^3 - 3س^2 + 4$

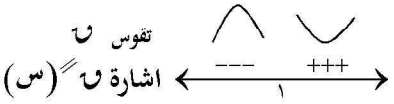
1) $ن'(س) = 3س^2 - 6س$

$\Leftarrow ن'(س) = 3س(س - 2) = 0 \Leftarrow س = 0 ، س = 2$



$ن(س)$ متناقص في $[0، 2]$، ومتزايد في $]-\infty، 0[،]2، \infty[$

2) $ن(0) = 4$ قيمة عظمى محلية ، $ن(2) = 0$ قيمة صغرى محلية



3) $ن''(س) = 6س - 6 \Leftarrow 6(س - 1) = 0 \Leftarrow س = 1$

$ن(س)$ مقعر للاسفل في $]-\infty، 1[$ ومقعر للأعلى في $]1، \infty[$

جـ بما أن التجزئة منتظمة فإن طول الفترة الجزئية $= \frac{8}{4} = 2$

وتصبح $\sigma_4 = \{-3، -1، 1، 3، 5\}$

الفترات الجزئية الناتجة عن σ_4 هي $[-3، -1]، [-1، 1]، [1، 3]، [3، 5]$

$س_ر^*$ المناظرة $= -3، -1، 1، 3$

$م(\sigma_ن، ن) = \sum_{ر=1}^{ن} ن(س_ر^*)(س_ر - س_{ر-1}) = \frac{ب - أ}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} ن(س_ر^*)$

$م(\sigma_4، ن) = 2 \sum_{ر=1}^{3} ن(س_ر^*) = 2(ن(-3) + ن(-1) + ن(1) + ن(3)) = 2(15 + 3 + 1 - + 3) = 40$

السؤال الرابع:

أ $3س - 2ص = -1 ، س + ص = 8$

نكون المصفوفات : $أ = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، $أ_س = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 8 & 1 \end{bmatrix}$ ، $أ_ص = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$

$|أ| = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 5$ ، $|أ_س| = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 8 & 1 \end{vmatrix} = 15$ ، $|أ_ص| = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} = 25$

$س = \frac{|أ_س|}{|أ|} = \frac{15}{5} = 3$ ، $ص = \frac{|أ_ص|}{|أ|} = \frac{25}{5} = 5$

ب $\begin{bmatrix} س & ٣ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ص & ٤ \\ ٤ & -٥ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ ⟸ $م^{-١}.م = ١$

قيمة المدخلة ⟸ $م_{١١} = ١$ ⟸ $س = ٤$ ⟸ $٤س - ٥ = ١$

قيمة المدخلة ⟸ $م_{٢٢} = ١$ ⟸ $ص = -٣$ ⟸ $٥ص + ١٦ = ١$

جـ

١) $\int$ قا^{٢} $\overline{أس}$ $د$س

تكامل بالتعويض بفرض ص = $\overline{أس}$ ⟸ $د$ص = $\frac{١}{٢\overline{أس}}$ $د$س ⟸ $د$س = $٢\overline{أس}$ $د$ص

$\int$ قا^{٢} $\overline{أس}$ $د$س = ٢ $\int$ قا^{٢} ص ص $د$ص نكمل التكامل بالاجزاء

نفرض ن = ص ، ع = قا^{٢} ص $د$ص

$د$ن = $د$ص ، ع = ظاص

٢ $\int$ ص قا^{٢} ص $د$ص = ص ظاص − $\int$ ظاص $د$ص = ص ظاص + لـو$_{هـ}$ |جتاص| + جـ

$\int$ قا^{٢} $\overline{أس}$ $د$س = $\overline{أس}$ ظا $\overline{أس}$ + لـو$_{هـ}$ |جتا $\overline{أس}$| + جـ

٢) $\int \frac{٢س}{س^{٢} + ٢س - ٨}$ $د$س

$$\frac{٢س}{(س+٤)(س-٢)} = \frac{أ}{س+٤} + \frac{ب}{س-٢} = \frac{أ(س-٢) + ب(س+٤)}{(س-٢)(س+٤)}$$

⟸ ب = $\frac{٢}{٣}$ ، أ = $\frac{٤}{٣}$

وبالتالي $\int \frac{٢س}{س^{٢} + ٢س - ٨}$ $د$س = $\frac{٤}{٣}\int \frac{١}{س+٤}$ $د$س + $\frac{٢}{٣}\int \frac{١}{س-٢}$ $د$س = $\frac{٤}{٣}$ لـو$_{هـ}$ |س + ٤| + $\frac{٢}{٣}$ لـو$_{هـ}$ |س − ٢| + جـ

السؤال الخامس:

أ بما أن المستقيم ص يمس منحنى الاقتران ن(س) عند س = ١ فإن ن´(١) = ١ ، أيضا ن(١) = ص$_{|س=١}$ = ٥

ن´(س) = ٦س + ٢ ⟸ $\int$ ن´´(س) $د$س = $\int$ ٦س + ٢ $د$س ⟸ ن´(س) = ٣س^{٢} + ٢س + جـ

ن´(١) = ٣ + ٢ + جـ ⟸ ١ = ٥ + جـ ⟸ جـ = −٤

ن´(س) = ٣س^{٢} + ٢س − ٤ ⟸ $\int$ ن´(س) $د$س = $\int$ ٣س^{٢} + ٢س − ٤ $د$س

⟸ ن(س) = س^{٣} + س^{٢} − ٤س + جـ$_{١}$

ن(١) = −٢ + جـ$_{١}$ ⟸ ٥ = −٢ + جـ$_{١}$ ⟸ جـ$_{١}$ = ٧ ∴ قاعدة الاقتران ن(س) = س^{٣} + س^{٢} − ٤س + ٧

ب ف(ن) = ٣٠ن − ٥ن^{٢} ، ع(ن) = ٣٠ − ١٠ن

السرعة عند أقصى ارتفاع للجسم ع(ن) = ٠

$\Leftarrow ٣٠ - ١٠ن = ٠ \Leftarrow$ ن $= ٣$ ثواني

أقصى ارتفاع للجسم عن سطح الأرض ف$(٣) = ٩٠ - ٤٥ = ٤٥$م

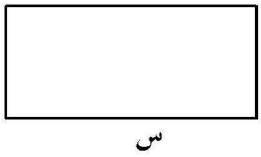
حينما يقطع الجسم ٦٥ م يصبح على بعد ٢٥م عن سطح الأرض ولايجاد الزمن آن ذاك

ف$(ن) = ٣٠ن - ٥ن^{٢} \Leftarrow ٢٥ = ٣٠ن - ٥ن^{٢} \Leftarrow ن^{٢} - ٦ن + ٥ = ٠$

$\Leftarrow (ن - ٥)(ن - ١) = ٠ \Leftarrow ن = ٥$ ثواني ، $ن = ١$ ثانية محذوفة (صاعد)

سرعة الجسم عندما يقطع مسافة ٦٥ م ع$(٥) = ٣٠ - ١٠ \times ٥ = -٢٠$ م/ث

السؤال السادس:



أ نفرض عرض الحديقة ص ، طول الحديقة س ، مساحة الحديقة م

$٢س + ٢ص = ٨٠ \Leftarrow س = ٤٠ - ص$

$م = س ص = (٤٠ - ص)ص = ٤٠ص - ص^{٢}$

$م' = ٤٠ - ٢ص$ بوضع $م' = ٠ \Leftarrow ص = ٢٠$ ، $م'' = -٢ \Leftarrow م''|_{ص=٢٠} < ٠$ (عظمى محلية ومطلقة)

مساحة أكبر حديقة يمكن للرجل احاطتها بهذا السياج $م = س \times ص = ٢٠ \times ٢٠ = ٤٠٠$ م^{٢}

ب $س = \begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٢} \\ ٤ & -٢ \end{bmatrix}$ ، $|س| = \frac{١}{٢} \times ٤ + ٢ = ٤$

$س^{-١} = \frac{١}{٤}\begin{bmatrix} ٤ & -١ \\ ٢ & \frac{١}{٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & -\frac{١}{٤} \\ \frac{١}{٨} & \frac{١}{٢} \end{bmatrix}$

$ص = \begin{bmatrix} ٤ & ٥ \\ ٦ & ٨ \end{bmatrix}$ ، $|ص| = ٣٢ - ٣٠ = ٢$

$ص^{-١} = \frac{١}{٢}\begin{bmatrix} ٨ & -٥ \\ ٦ & -٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & -\frac{٥}{٢} \\ ٣ & -٢ \end{bmatrix}$

$(س \times ص)^{-١} = ص^{-١} \times س^{-١} = \begin{bmatrix} ٤ & -\frac{٥}{٢} \\ ٣ & -٢ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ١ & -\frac{١}{٤} \\ \frac{١}{٨} & \frac{١}{٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{١١}{٤} & -\frac{٢١}{١٦} \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
المبحث: الرياضيات
الورقة الأولى

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة
لعام ٢٠٢١-الدورة الأولى

مدة الامتحان : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة
اليوم : الاثنين
التاريخ:٢٨ / ٦/ ٢٠٢١م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ثمانية) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (ستة) أسئلة،وعلى المشترك أن يجيب(أربعة)منها، على أن يكون السؤال الأول (الموضوعي)منها إجبارياً

السؤال الأول:(٢٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(١٠) فقرات من نوع اختيار من متعدد ، من أربعة بدائل، اختر رمز الإجابة الصحيحة، ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) إذا كانت $\lim_{س \to 0} \frac{\text{ظا } ٢س}{(١ - ب) س} = ٤$، فما قيمة الثابت ب؟

أ) $-\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٤}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{٣}{٤}$

٢) إذا كان $ن(س) = \frac{[\frac{١}{٢}س + ١]}{|س - ٢|}$، فما قيمة $ن'(٣)$؟

أ) ٣ ب) ٢ ج) -٢ د) -٣

٣) إذا كان $ن^{٢}(٢س - ١) = ٢س^{٢} - ٢$، وكان $ن(٥) = ٤$، فما قيمة $ن'(٥)$؟

أ) $\frac{٤}{٣}$ ب) $\frac{٣}{٤}$ ج) ٥ د) $\frac{٢}{٣}$

٤) إذا كان $ن(س) = \frac{ل(س)}{س^{٢} + ٢}$، وكان المماس لمنحنى ل(س) عند النقطة (١- ، ٢) أفقياً، فما قيمة $ن'(-١)$؟

أ) $-\frac{٤}{٩}$ ب) $-\frac{١}{٩}$ ج) $\frac{٤}{٩}$ د) $\frac{٧}{٩}$

٥) إذا كان $لـو_{هـ} ص = ٢ + لـو_{هـ} س$، حيث س، ص > ٠، فما قيمة $\frac{ء ص}{ء س}$؟

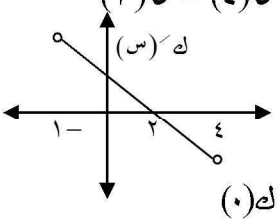
أ) $هـ^{٢}$ ب) $٢هـ$ ج) هـ د) صفر

٦) إذا كان ن(س) اقترانا متصلا على الفترة $[١، ٦]$ وكانت $ن'(س) > ٠$ لجميع قيم $س \in]١، ٦[$ ، وكان للاقتران ن(س) ثلاث نقط حرجة في $[١، ٦]$ فإذا علمت أن $ن'(٤) = ٠$، فما العبارة الصحيحة فيما يلي؟

أ) $ن(٤) < ٠$ ب) $ن(٤) > ن(٣)$ ج) $ن(٤) < ن(٣)$ د) $ن(٤) = ن(٣)$

٧) إذا كان ك(س) معرفاً وموجباً في الفترة $[-١، ٤]$، حيث $ك(٢) = ٢ك(٤) = ٣ك(-١)$

والشكل المجاور يبين منحنى $ك'(س)$، فما القيمة الصغرى المطلقة للاقتران ك(س)؟



أ) ك(-١) ب) ك(٢) ج) ك(٤) د) ك(٠)

٨) إذا كان $ن(س) = هـ^{س} - هـ^{-س}$ ، ما العبارة الصحيحة بالنسبة للاقتران ن(س)؟

أ) متزايد في ح ب) متناقص في ح

ج) متزايد في $[٠، \infty[$ ومتناقص في $]-\infty، ٠]$ د) متناقص في $[٠، \infty[$ ومتزايد في $]-\infty، ٠]$

أ. جهاد عدوان
أ. فاطمة الأسطل

٩) إذا كان ن(س) = س^{٣} − أس^{٢} وكانت النقطة (−١، ب) نقطة انعطاف لمنحنى ن(س)، فما قيمة الثابت ب؟

أ) −٣ ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

١٠) إذا كان ن(٤) = هـ ن(١) حيث هـ العدد النيبيري، فما متوسط التغير في الاقتران ع(س) = لـو$_{هـ}$ ن(س) في الفترة [١، ٤]؟

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{هـ}{٣}$ ج) $\frac{-١}{٣}$ د) $\frac{-هـ}{٣}$

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) ١. إذا كان ن(س) = س^{٢} قا$\frac{\pi}{س}$، س ≠ ٠، فاحسب ن$'$(١).

٢. إذا كان ن(س) = هـ^{س} − هـ س، فما أصغر قيمة للاقتران ن(س) في الفترة [٠، ٣].

ب) قذف جسم رأسيا إلى اعلى من نقطة على سطح الأرض، بحيث يتحدد بعده عن سطح الأرض بالعلاقة ف(ن) = ٠ ٢ن − ٥ن^{٢}، حيث ف: ارتفاع الجسم بالأمتار، ن الزمن بالثواني، جد:

١. أقصى ارتفاع يصله الجسم. ٢. سرعة الجسم عندما يكون قد قطع مسافة ٢٥ متراً

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) ١. اذا كانت ن$'$(س) = س ن(س) + ن(٣) وكان ن$'$(٣) = −٤ فما قيمة ن$''$(٣).

٢. إذا كان ص = ($\sqrt{ع}$ + هـ)^{٣}، ع = هـ$^{-٢س}$ حيث هـ العدد النيبيري، جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = −١

ب) إذا كان ن(س) = س^{٣} − ٦س^{٢} − ١٥س، س ∈ [−٢، ٦]. جد:

١. فترات التزايد والتناقص للاقتران ن(س). ٢. القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ن(س) (إن وجدت).

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى العلاقة س^{٢} − ٤س + ص^{٢} = ١، ص > ٠ عند نقط تقاطعها مع منحنى ص = س^{٢} − ٤س + ٥.

ب) إذا كان ن(س) = ١ ٢ + س^{٢} + ٢لـو$_{هـ}$ (س − ١)، س > ١، فأوجد:

١. مجالات التقعر للأعلى وللأسفل ن(س). ٢. نقط الانعطاف(إن وجدت) للاقتران ن(س).

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ن(س) = −٢أس^{٣} + ٦س^{٢} + ك، حيث أ، ك ∈ ح، وكان لمنحنى ن(س) قيمة صغرى محلية واخرى عظمى محلية أحداهما تكون عند (س = −٢)، فأوجد:

١. قيم الثابت أ. ٢. قيمة الثابت ك علما بأن مجموع القيمتين العظمى والصغرى يساوي −١٢.

ب) ١. احسب نهـا$_{س \to ٠}$ $\frac{١ - جتاس}{س جاس}$ باستخدام قاعدة لوبيتال.

٢. إذا كان ن(س) = (س + ٢)$^{ن+٢}$، ن$''$(س) = ٢ ٤(س + ٢)^{ن}، ن ∈ ط، ن > ٠، فجد ن$'$(−١).

السؤال السادس :(٢٠ علامة)

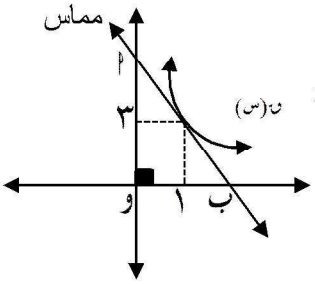
أ) إذا علمت أن $ن(س) = \begin{cases} أس^{٢} + بس + ٢ & ، س \leq ٢ \\ س^{٢} + ٢أس - ١٠ & ، س > ٢ \end{cases}$ ، وكانت $ن'(٢)$ موجودة، فما قيم أ، ب؟

ب) ١. إذا كان $ن(س) = س^{٢} + \frac{ب}{س}$، $س \neq ٠$، $ب \in ح$ باستخدام اختبار المشتقة الثانية بيّن أن منحنى الاقتران $ن(س)$ لا يأخذ أي قيمة عظمى محلية في مجاله.

٢. إذا كان $ن(س)$ كثير حدود معرف في الفترة $[١، ٣]$ بحيث يقع منحناه في الربع الرابع ومتزايد على مجاله، وكان $هـ(س) = ١٠ - س^{٢}$، بين أن $(ن \times هـ)(س)$ اقتران متزايد في الفترة $[١، ٣]$.

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال السابع: (٢٠ علامة)



أ) الشكل المجاور يمثل منحنى $ن(س)$ والمماس له عند $(س = ١)$، فإذا كان المثلث أ و ب قائم الزاوية في (و) ومتساوي الساقين، وكان $ل(س) = ن^{٢}(س) - ن(س^{٢})$ فجد $ل'(١)$

ب) إذا كان $ن(س) = ٢س^{٣} + بس^{٢} + ٢أس$، وكان له نقطة حرجة واحدة فقط عند $(س = ١)$ فما قيم الثابتين أ، ب؟

ج) إذا كان $هـ(س) = (ن(س) + س)^{٢}$ وكان متوسط تغير $ن(س)$ في الفترة $[٢، ٥]$ يساوي ٣، ومتوسط تغير $هـ(س)$ في نفس الفترة يساوي ٤٠، فما قيمة المقدار $ن(٥) + ن(٢)$؟

السؤال الثامن: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $ص^{٢} = \frac{٥}{س^{٢} + ١}$، اثبت ان $س ص^{٣} + ٥ص' = ٠$

ب) إذا كان $ن(س)$ كثير حدود بحيث $ن(٢س) = ٩س + س^{٢} - ن(س)$، فما قيمة $\lim_{س \to ٠} \frac{٣س - ن(س)}{س^{٢}}$؟

ج) جد مساحة أكبر مستطيل يمكن وضعه داخل مثلث متساوي الساقين طول قاعدته ١٢ سم وارتفاعه ١٠ سم بحيث ينطبق أحد أضلاعه على قاعدة المثلث ويقع الرأسان الآخران على ساقي المثلث.

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	ج	ج	ب	ج	د	ج	أ	أ	ب	أ

الحل التفصيلي:

١) $\lim_{س\to 0} \frac{ظا٢س}{س(١-ب)} = \frac{0}{0}$ لوبيتال

$$\lim_{س\to 0} \frac{ظا٢س}{س(١-ب)} = \lim_{س\to 0} \frac{٢قا^{٢}٢س}{(١-ب)} = ٤$$

$$\Leftarrow \frac{٢}{(١-ب)} = ٤ \Leftarrow ١-ب = \frac{١}{٢} \Leftarrow ب = \frac{١}{٢}$$

رمز الاجابة : ج

٢) $ن(س) = \frac{[\frac{١}{٢}س+١]}{|س-٢|}$

عندما س = ٣ فإن $[\frac{١}{٢}س+١] = [\frac{١}{٢}\times ١+١] = ٢$

عندما س = ٣ فإن $|س-٢| = س-٢$ ← (س−٢) − ، س−٢ ↓ ٣ ٢

$$\therefore ن(س) = \frac{٢}{س-٢} \Leftarrow ن'(س) = \frac{-٢}{(س-٢)^{٢}}$$

$$\therefore ن'(٣) = \frac{-٢}{١} = -٢$$

رمز الاجابة : ج

٣) $ن^{٢}(٢س-١) = ٢س^{٢}-٢ \Leftarrow ٢ن(٢س-١)\times ن'(٢س-١)\times ٢ = ٤س$

$$٢س-١ = ٥ \Leftarrow س = ٣$$

$$\Leftarrow ٤ن(٥)\times ن'(٥) = ٣\times ٤ \Leftarrow ٤\times ٤\times ن'(٥) = ١٢$$

$$\therefore ن'(٥) = \frac{٣}{٤}$$

رمز الاجابة : ب

٤) $ن(س) = \frac{ل(س)}{س^{٢}+٢}$

المماس لمنحنى ل(س) عند النقطة (−١ ، ٢) أفقياً ← ل'(−١) = ٠ ، ل(−١) = ٢

$$ن'(س) = \frac{(س^{٢}+٢)\times ل'(س) - ل(س)\times ٢س}{(س^{٢}+٢)^{٢}}$$

$$ن'(-١) = \frac{(٣)\times ل'(-١) - ل(-١)\times ٢\times (-١)}{(٣)^{٢}} = \frac{٠\times ٢-٢\times (٣)}{(٣)^{٢}} = \frac{٤}{٩}$$

رمز الاجابة : ج

٥) $\text{لـو}_{هـ} ص = ٢ + \text{لـو}_{هـ} س \Leftarrow \frac{١}{ص} \times ص' = \frac{١}{س}$

$\Leftarrow ص' = \frac{ص}{س} \Leftarrow ص'' = \frac{س ص' - ص}{س^{٢}} = \frac{س \times \frac{ص}{س} - ص}{س^{٢}} = ٠$

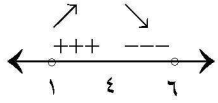
(يوجد حلول أخرى) رمـز الاجابـة : د

٦) $\because$ ن$'(٤) = ٠$ $\therefore$ يوجد نقطة حرجة عند $س = ٤$

$\because$ ن$''(س) < ٠$ لجميع قيم $س \in]١، ٦[$

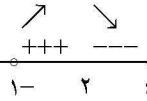
$\therefore$ ن$''(٤) < ٠$

من اختبار المشتقة الثانية $\therefore$ يوجد عند $س = ٤$ قيمة عظمى محلية



$\therefore$ ن$(٤) >$ ن(٣) رمـز الاجابـة : ج

٧) من الرسمة اشارة ك$'(س)$



عند $س = -١$ بداية تزايد $\therefore$ يوجد قيمة صغرى محلية

عند $س = ٤$ نهاية تناقص $\therefore$ يوجد قيمة صغرى محلية

ك$(٢) = ٣$ ك$(-١) \Leftarrow$ ك$(-١) = \frac{١}{٣}$ ك(٢)

ك$(٢) = ٢$ ك$(٤) \Leftarrow$ ك$(٤) = \frac{١}{٢}$ ك(٢)

$\therefore$ ك(-١) قيمة صغرى محلية و مطلقة رمـز الاجابـة : أ

٨) ن$(س) = هـ^{س} - هـ^{-س}$

ن$'(س) = هـ^{س} + هـ^{-س} \Leftarrow هـ^{س} + هـ^{-س} = ٠ \Leftarrow هـ^{س} + \frac{١}{هـ^{س}} = ٠$

$\Leftarrow \frac{هـ^{٢س} + ١}{هـ^{س}} = ٠ \Leftarrow هـ^{٢س} + ١ = ٠ \Leftarrow هـ^{٢س} = -١$ مستحيل اشارة ن$'(س)$ $\longleftarrow$ +++++++ $\longrightarrow$

$\therefore$ ن$(س)$ متزايد على ح رمـز الاجابـة : أ

٩) ن$(س) = س^{٣} - ١٢ س^{٢} \Leftarrow$ ن$'(س) = ٣ س^{٢} - ٢٤ س \Leftarrow$ ن$''(س) = ٦ س - ٢٤$

$\Leftarrow$ ن$''(-١) = ٦ \times -١ - ٢٤ = ٠ \Leftarrow ٢٤ = -٣$

ن$(س) = س^{٣} + ٣ س^{٢}$

ن$(-١) = ب \Leftarrow (-١)^{٣} + ٣ \times (-١)^{٢} = ب \Leftarrow ب = ٢$ رمـز الاجابـة : ب

١٠) متوسط التغير $= \frac{ع(٤) - ع(١)}{٤ - ١} = \frac{\text{لـو}_{هـ} ن(٤) - \text{لـو}_{هـ} ن(١)}{٣} = \frac{\text{لـو}_{هـ} هـ ن(١) - \text{لـو}_{هـ} ن(١)}{٣}$

$= \frac{\text{لـو}_{هـ} هـ + \text{لـو}_{هـ} ن(١) - \text{لـو}_{هـ} ن(١)}{٣} = \frac{\text{لـو}_{هـ} هـ}{٣} = \frac{١}{٣}$

(يوجد حلول أخرى) رمـز الاجابـة : أ

السؤال الثاني:

أ | ١. ن(س) = س^{٢} قا$\frac{\pi}{س}$ ، س ≠ ٠

ن$'$(س) = ٢س قا$\frac{\pi}{س}$ + س^{٢} × قا$\frac{\pi}{س}$ ظا$\frac{\pi}{س}$ × $\frac{-\pi}{س^{٢}}$

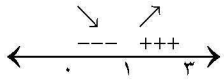
ن$'$(١) = ٢ قا π + ١^{٢} × قا π ظا π × − π

= −٢ + ١ × ٠ × − π = −٢

٢. ن(س) = هـ^{س} − هـ س متصل على [٠، ٣] لانه فرق اقترانين متصلين

ن$'$(س) = هـ^{س} − هـ ⇐ هـ^{س} − هـ = ٠ ⇐ هـ^{س} = هـ^{١}

⇐ س = ١ ∈]٠، ٣[



ن$'$(س) غير موجودة عند س= ٠، ٣

ن(١) قيمة صغرى مطلقة ⇐ اصغر قيمة هي ن(١) = هـ − هـ = ٠

ب | ف(ن) = ٢٠ ن − ٥ن^{٢}

ع(ن) = ٢٠ − ١٠ ن ⇐ عندما ع = ٠

١. ٢٠ − ١٠ ن = ٠ ⇐ ن = ٢ ثانية

⇐ اقصى ارتفاع = ف(٢) = ٤٠ − ٢٠ = ٢٠ م

٢. عندما يقطع الجسم ٢٥م يكون على ارتفاع ١٥م من سطح الارض

⇐ ف = ١٥ ⇐ ٢٠ ن − ن^{٢} = ١٥

⇐ ٥ن^{٢} − ٢٠ ن + ١٥ = ٠ ⇐ ن^{٢} − ٤ن + ٣ = ٠

⇐ (ن − ٣)(ن − ١) = ٠ ⇐ ن = ٣ أو ن = ١ (مرفوض)

⇐ ن = ٣ ← تكون ع(٣) = ٢٠ − ٣٠ = − ١٠ م/ث

حل آخر/ المسافة المقطوعة = ٢ × أقصى ارتفاع − ف(ن)

٢٥ = ٢ × ٢٠ − ف(ن)

⇐ ف(ن) = ١٥ ⇐ ٢٠ ن − ن^{٢} = ١٥

⇐ ٥ن^{٢} − ٢٠ ن + ١٥ = ٠ ⇐ ن^{٢} − ٤ن + ٣ = ٠

⇐ (ن − ٣)(ن − ١) = ٠ ⇐ ن = ٣ أو ن = ١ مرفوض

⇐ ن = ٣ ← تكون ع(٣) = ٢٠ − ٣٠ = − ١٠ م/ث

السؤال الثالث:

أ | ١. ن$'$(س) = س ن(س) + ن(٣) ، ن$'$(٣) = −٤

نشتق ن$''$(س) = ن(س) + س ن$'$(س)

ن$''$(٣) = ن(٣) + ٣ ن$'$(٣)

لكن ن$'$(٣) = ٣ ن(٣) + ن(٣) = ٤ ن(٣) ⇐ −٤ = ٤ ن(٣) ⇐ ن(٣) = −١

وتصبح ن$''$(٣) = −١ + ٣ × −٤ = −١٣

٢. ص $= (\sqrt{ع} + هـ)^{٣}$ ، ع $= هـ^{-٢س}$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س} = ٣(\sqrt{ع} + هـ)^{٢} \times \left(\frac{١}{٢\sqrt{ع}}\right) \times -٢هـ^{-٢س}$$

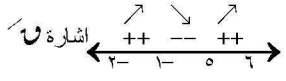
وعندما س $= -١ \Leftarrow$ ع $= هـ^{٢}$

$$\therefore \frac{د ص}{د س} = ٣(\sqrt{هـ^{٢}} + هـ)^{٢} \times \left(\frac{١}{٢\sqrt{هـ^{٢}}}\right) \times -٢هـ^{٢} = ٢ اهـ^{٢} \times -هـ = -٢ اهـ^{٣}$$

ب ن(س) $= س^{٣} - ٦س^{٢} - ١٥س$، $س \in [-٢، ٦]$ متصل لانه كثير حدود

ن´(س) $= ٣س^{٢} - ١٢س - ١٥ = ٠ \Leftarrow س^{٢} - ٤س - ٥ = ٠$

$\Leftarrow (س - ٥)(س + ١) = ٠$ اما س $= ٥$ ، س $= -١$



١) من اشارة ن´ يكون ن(س) متناقصاً في $[-١، ٥]$ ،

ومتزايداً في $[-٢، -١]$، $[٥، ٦]$

٢) عند س $= -٢$ يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها ن$(-٢) = -٢$

عند س $= ٥$ يوجد قيمة صغرى محلية ومطلقة هي ن$(٥) = -١٠٠$

عند س $= -١$ يوجد قيمة عظمى محلية ومطلقة هي ن$(-١) = ٨$

عند س $= ٦$ يوجد قيمة عظمى محلية قيمتها ن$(٦) = -٩٠$

السؤال الرابع:

أ $س^{٢} - ٤س + ص^{٢} = ١$، المنحنى ص $= س^{٢} - ٤س + ٥$، ص > ٠

نجد أولا نقط التقاطع بوضع $س^{٢} - ٤س$ = ص $- ٥$

$\Leftarrow (ص - ٥) + ص^{٢} = ١ \Leftarrow ص^{٢} + ص - ٦ = ٠$

$\Leftarrow (ص - ٢)(ص + ٣) = ٠ \Leftarrow$ ص $= ٢$، ص $= -٣$ مرفوض

عندما ص $= ٢ \Leftarrow س^{٢} - ٤س = ٢ - ٥ = -٣$

$\Leftarrow س^{٢} - ٤س + ٣ = ٠ \Leftarrow (س - ٣)(س - ١) = ٠$

$\Leftarrow$ س $= ١، ٣$

نقط التقاطع هي $(٢، ٣)$، $(٢، ١)$

نشتق العلاقة $س^{٢} - ٤س + ص^{٢} = ١$ ضمنيا

$٢س - ٤ + ٢ص ص´ = ٠$

ميل المماس عند $(٢، ٣) \Leftarrow ٦ - ٤ + ٤ص´ = ٠ \Leftarrow م_{المماس} = \frac{-١}{٢} \Leftarrow م_{العمودي} = ٢$

ميل المماس عند $(٢، ١) \Leftarrow ٢ - ٤ + ٤ص´ = ٠ \Leftarrow م_{المماس} = \frac{١}{٢} \Leftarrow م_{العمودي} = -٢$

معادلة العمودي عند $(٢، ٣)$ هي ص $- ٢ = ٢(س - ٣) \Leftarrow$ ص $= ٢س - ٤$

معادلة العمودي عند $(٢، ١)$ هي ص $- ٢ = -٢(س - ١) \Leftarrow$ ص $= -٢س + ٤$

ب | $ن(س) = ٢ ا + س^{٢} + ٢ لـو_{هـ} (س - ١)، س > ١$

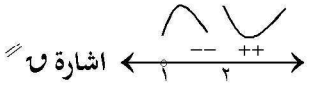
$ن'(س) = ٢س + \frac{٢}{س - ١}$

$ن''(س) = ٢ - \frac{٢}{(س-١)^{٢}}$ ⟸ نضع $ن''(س) = ٠ \Leftarrow ٢ = \frac{٢}{(س-١)^{٢}} \Leftarrow (س - ١)^{٢} = ١$

اما $س - ١ = ١ \Leftarrow س = ٢$ أو $س - ١ = -١ \Leftarrow س = ٠$ مرفوض

من اشارة $ن''$ يكون $ن$

مقعراً للاسفل في $]١، ٢[$ ، ومقعراً للأعلى في $]٢، \infty[$



بما أن $ن$ متصل عند $س = ٢$ ويغير اتجاه تقعره

عند $س = ٢$ يوجد نقطة انعطاف وهي $(٢، ن(٢)) = (٢، ١٦)$

السؤال الخامس:

ا | $ن(س) = -٢ ا س^{٣} + ٦ س^{٢} + ك$ كثير حدود فهو متصل

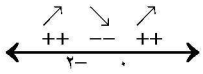
$ن'(س) = -٦ ا س^{٢} + ١٢ ا س$

١. $ن(س)$ له قيمة قصوى عند $س = -٢ \Leftarrow ن'(-٢) = ٠$

$\Leftarrow -٤ ٢ ا - ٢٤ = ٠ \Leftarrow ا = -١$

$\Leftarrow$ يصبح $ن(س) = ٢ س^{٣} + ٦ س^{٢} + ك$

٢. $ن'(س) = ٦ س^{٢} + ١٢ ا س = ٠ \Leftarrow ٦ س(س + ٢) = ٠$



$\Leftarrow س = ٠، س = -٢$

قيمة الصغرى المحلية $= ن(٠)$ ، قيمة العظمى المحلية $= ن(-٢)$

لكن $ن(٠) + ن(-٢) = -١٢ \Leftarrow ك + -١٦ + ٢٤ + ك = -١٢$

$\Leftarrow ٢ ك = -٢٠ \Leftarrow ك = -١٠$

ب | ١. $\lim_{س \to ٠} \frac{١ - جتاس}{س جاس} = \frac{١ - ١}{٠} = \frac{٠}{٠}$

باستخدام لوبيتال $\Leftarrow \lim_{س \to ٠} \frac{١ - جتاس}{س جاس} = \lim_{س \to ٠} \frac{جاس}{جاس + س جتاس} = \frac{٠}{٠}$

مرة آخرى $\lim_{س \to ٠} \frac{١ - جتاس}{س جاس} = \lim_{س \to ٠} \frac{جتاس}{جتاس + جتاس - س جاس} = \frac{١}{٢}$

٢. $ن(س) = (س + ٢)^{ن+٢}$ ، $ن''(س) = ٢ ٤ (س + ٢)^{ن}$ ، $ن > ٠$

$ن(س) = (س + ٢)^{ن+٢} \Leftarrow ن'(س) = (ن + ٢)(س + ٢)^{ن+١}$

$\Leftarrow ن''(س) = (ن + ٢)(ن + ١)(س + ٢)^{ن} = ٢ ٤ (س + ٢)^{ن}$

$\Leftarrow (ن + ٢)(ن + ١) = ٢ ٤ \Leftarrow ن^{٢} + ٣ن + ٢ = ٢ ٤$

$\Leftarrow ن^{٢} + ٣ن - ٤٠ = ٠ \Leftarrow (ن - ٥)(ن + ٨) = ٠ \Leftarrow ن = ٥$

$ن(س) = (س + ٢)^{٧} \Leftarrow ن'(س) = ٧(س + ٢)^{٦} \Leftarrow ن'(-١) = ٧$

السؤال السادس:

أ $ن(س) = \begin{cases} أ س^{٢} + ب س + ٢ & ، س \leq ٢ \\ س^{٢} + ٢ أ س - ١٠ & ، س > ٢ \end{cases}$

بما أن $ن'(٢)$ موجودة فإن

١) $ن$ يكون متصلا عند $س = ٢$

أي $\lim_{س \to ٢^{+}} ن(س) = \lim_{س \to ٢^{-}} ن(س) \Leftarrow ٤أ + ٢ب + ٢ = ٤ + ٢٤ - ١٠$

أي $٤أ + ٢ب = ١٦ \leftarrow (١)$

٢) وتكون $ن'(٢)^{+} = ن'(٢)^{-}$

لكن $ن'(س) = \begin{cases} ٢أ س + ب & ، س < ٢ \\ ٢س + ١٢ & ، س > ٢ \end{cases}$

أي $٤أ + ب = ٤ + ١٢ \Leftarrow ٤أ + ب = ١٦ \leftarrow (٢)$

وبحل المعادلتين (١)، (٢)

$٤أ + ب = ١٦$، $٤أ + ٢ب = ١٦$ بالطرح ينتج أن $ب = ٠$

$\Leftarrow ٤أ = ١٦ \Leftarrow أ = ٤$

ب ١. $ن(س) = س^{٢} + \frac{ب}{س} \Leftarrow ن'(س) = ٢س - \frac{ب}{س^{٢}} = ٠$

ومنها $٢س = \frac{ب}{س^{٢}} \Leftarrow ٢س^{٣} = ب \Leftarrow س = \sqrt[٣]{\frac{ب}{٢}}$ أي للاقتران $ن(س)$ نقطة حرجة وحيدة

نجد $ن''(س) = ٢ + \frac{٢ب}{س^{٣}}$

$ن''(\sqrt[٣]{\frac{ب}{٢}}) = ٢ + ٢ب(\frac{٢}{ب}) = ٢ + ٤ = ٦ > ٠$

بما أن $ن''(\sqrt[٣]{\frac{ب}{٢}}) > ٠ \Leftarrow$ يوجد للاقتران $ن(س)$ قيمة صغرى محلية

$\Leftarrow$ لا يأخذ $ن(س)$ أي قيمة عظمى محلية

٢. $ن(س)$ يقع في الربع الرابع $\Leftarrow ن(س) < ٠$ في $[١، ٣]$

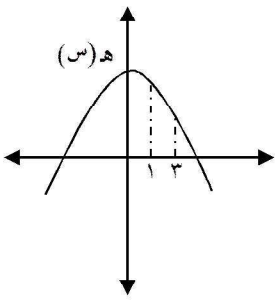
$ن(س)$ متزايد في $[١، ٣] \Leftarrow ن'(س) > ٠$ في $]١، ٣[$

$هـ(س)$ في $[١، ٣]$ يكون متناقصا $\Leftarrow هـ'(س) < ٠$

$هـ(س) > ٠$ لأنه يقع في الربع الأول

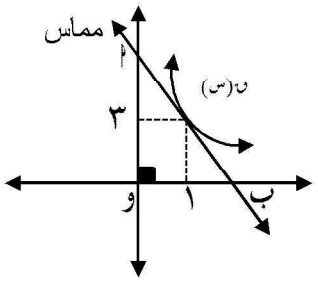
$ك'(س) = ن \times هـ' + ن' \times هـ$ = سالب× سالب + موجب ×موجب= موجب

$\Leftarrow ك(س)$ يكون متزايداً في $[١، ٣]$



السؤال السابع:

أ $ل(س) = ن^{٢}(س) - ن(س^{٢})$



$\Leftarrow ل'(س) = ٢ن(س)ن'(س) - ٢سن'(س^{٢})$

من الشكل عند س = ١ يكون $ن(١) = ٣، ن'(١) = ظا١٣٥ = -١$

لان المثلث أ و ب قائم الزاوية ومتساوي الساقين

$\Leftarrow ل'(١) = ٢ن(١)ن'(١) - ٢ن'(١) = ٢(٣)(-١) - ٢(-١) = -٤$

ب $ن(س) = ٢س^{٣} + ب س^{٢} + ١٢س$

$ن'(س) = ٦س^{٢} + ٢ب س + ١٢$

له نقطة حرجة عند س = ١ $\Leftarrow ٦ + ٢ب + ١٢ = ٠ \Leftarrow ب + أ = -٣ \Leftarrow \boxed{أ = -٣ - ب} \leftarrow (١)$

ن كثير حدود وله نقطة حرجة وحيدة

$ن'(س)$ مربع كامل مميزه صفر

$\Leftarrow$ مميز $ن'(س)$ هو $(٢ب)^{٢} - ٤(٦)(١٢أ) = ٠$

$\Leftarrow ٤ب^{٢} - ٤(١٢أ) = ٠ \Leftarrow ب^{٢} = ١٢أ$ بالتعويض عن قيمة أ من (١)

$\Leftarrow ب^{٢} = ١٢(-٣-ب) \Leftarrow ب^{٢} + ١٢ب + ٣٦ = ٠$

$\Leftarrow (ب + ٦)^{٢} = ٠ \Leftarrow ب = -٦، أ = ٣$

ج $هـ(س) = ن(س) + س^{٢}$

من المعطيات $\frac{ن(٥) - ن(٢)}{٣} = ٣ \Leftarrow ن(٥) - ن(٢) = ٩$

كذلك $\frac{هـ(٥) - هـ(٢)}{٣} = ٤٠ \Leftarrow هـ(٥) - هـ(٢) = ١٢٠$

لكن $هـ(٥) - هـ(٢) = ١٢٠ \Leftarrow ن(٥) + ٥)^{٢} - (ن(٢) + ٢)^{٢} = ١٢٠$

وبتحليل فرق بين مربعين $\Leftarrow$

$(ن(٥) + ٥ + ن(٢) + ٢)(ن(٥) + ٥ - ن(٢) - ٢) = ١٢٠$

$(ن(٥) + ن(٢) + ٧)(١٢) = ١٢٠$

$\Leftarrow ن(٥) + ن(٢) + ٧ = ١٠ \Leftarrow ن(٥) + ن(٢) = ٣$

السؤال الثامن:

أ $ص^{٢} = \frac{٥}{س^{٢} + ١} \Leftarrow (س^{٢} + ١)ص^{٢} = ٥، ص > ٠$

نشتق ضمنيا $٢سص^{٢} + ٢(س^{٢} + ١)صص' = ٠$

بالقسمة على ٢ص $\Leftarrow$ $سص + (س^{٢} + ١)ص' = ٠$

لكن $س^{٢} + ١ = \frac{٥}{ص^{٢}}$

$\Leftarrow سص + \frac{٥}{ص^{٢}} ص' = ٠$

$\Leftarrow سص^{٣} + ٥ص' = ٠$

حل آخر/ بأخذ لوغاريتم الطرفين

$$\text{لـو}_{هـ} ص^{٢} = \text{لـو}_{هـ} ٥ - \text{لـو}_{هـ} (س^{٢}+١)$$

$$\frac{٢ص`}{ص} = \frac{-٢س}{س^{٢}+١} \Leftarrow ص` = \frac{-س ص}{س^{٢}+١}$$

$$\text{لكن } س^{٢}+١ = \frac{٥}{ص^{٢}}$$

$$ص` = -س ص \times \frac{ص^{٢}}{٥} = \frac{-س ص^{٣}}{٥}$$

$$\Leftarrow س ص^{٣} + ٥ ص` = ٠$$

ب $ن(٢س) = ٩س + س^{٢} - ن(س) \Leftarrow ن(٠) = ٠ + ٠ - ن(٠) \Leftarrow ن(٠) = ٠$

$$ن`(٢س) = ٩ + ٢س - ن`(س) \Leftarrow ٢ن`(٠) = ٩ - ن`(٠) \Leftarrow ن`(٠) = ٣$$

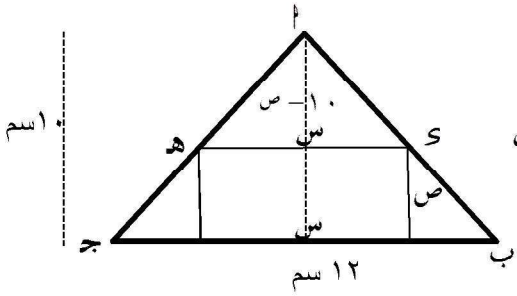
$$٤ن``(٢س) = ٢ - ن``(س) \Leftarrow ٥ن``(٠) = ٢ \Leftarrow ن``(٠) = \frac{٢}{٥}$$

$$\text{لكن } \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{٣س - ن(س)}{س^{٢}} = \frac{٠ - ٠}{٠} = \frac{٠}{٠}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{٣ - ن`(س)}{٢س} = \frac{٣ - ن`(٠)}{٠ \times ٢} = \frac{٣ - ٣}{٠} = \frac{٠}{٠}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{-ن``(س)}{٢} = \frac{-ن``(٠)}{٢} = \frac{-٢}{٥} \div ٢ = \frac{-١}{٥}$$

جـ نفرض أن طول المستطيل س وعرضه ص



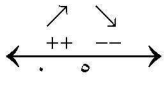
مساحة المستطيل= الطول ×العرض $\Leftarrow م = س ص$

كل ضلعين متقابلين في المستطيل متوازيين $\Leftarrow$ المثلثان أ ب جـ ، أ د هـ متشابهان

$$\frac{١٠ - ص}{١٠} = \frac{س}{١٢} \Leftarrow ١٢٠ - ١٢ ص = ١٠ س \Leftarrow \boxed{س = ١٢ - \frac{٦}{٥} ص}$$

$$م = (١٢ - \frac{٦}{٥} ص) ص = ١٢ ص - \frac{٦}{٥} ص^{٢}$$

$$\frac{د م}{د ص} = ١٢ - \frac{١٢}{٥} ص \Leftarrow \frac{د م}{د ص} = ٠ \Leftarrow ص = ٥$$



∴ المساحة اكبر ما يمكن عندما $ص = ٥$

مساحة اكبر مستطيل $= ١٢ \times ٥ - \frac{٦}{٥} \times ٥^{٢} = ٣٠$ سم^{٢}

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
المبحث: الرياضيات
الورقة الثانية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة
لعام ٢٠٢١-الدورة الأولى

مدة الامتحان : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة
اليوم : الأربعاء
التاريخ: ٣٠ / ٦/ ٢٠٢١م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ثمانية) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (ستة) أسئلة،وعلى المشترك أن يجيب(أربعة)منها، على أن يكون السؤال الأول (الموضوعي)منها إجبارياً

السؤال الأول:(٢٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(١٠) فقرات من نوع اختيار من متعدد ، من أربعة بدائل، اختر رمز الإجابة الصحيحة، ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) إذا كانت أ،ب،جـ ثلاث مصفوفات بحيث ان أ.ب+جـ مصفوفة من الرتبة ٣×٢، وكانت أ مصفوفة عمود، فما رتبة المصفوفة ب؟

أ) ٣×٢ ب) ١×٢ ج) ٣×١ د) ٢×٢

٢) إذا كانت س مصفوفة غير منفردة من الرتبة الثانية، بحيث $س^{٢} - ٢س = و_{٢}$ ، فما المصفوفة س من الآتية؟

أ) $\begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix}$

٣) إذا كانت $ب = \begin{bmatrix} ١ & ٤ \\ ٢ & ٧ \end{bmatrix}$ فما المصفوفة التي تساوي $ب + ب^{-١}$؟

أ) $و_{٢}$ ب) $\begin{bmatrix} ٢ & ٨ \\ ٤ & ١٤ \end{bmatrix}$ ج) $م_{٢}$ د) $٦م_{٢}$

٤) ما العبارة الصحيحة من العبارات الآتية حيث أ،ب،جـ مصفوفات؟

أ) إذا كان $|أ| = |أ^{-١}|$ فإن $|أ| = ١$ فقط ب) $|كأ| = ك^{٢}|أ|$ ، $ك \in ع$

ج) إذا كان أ.ب = أ.جـ فإن ب =جـ د) $(٢م_{٢})^{٢} = ٤م_{٢}$ حيث $م_{٢}$ مصفوفة الوحدة

٥) إذا كانت $\sigma_{١٢}$ تجزئة منتظمة للفترة $[-١، ١٩]$، فما ترتيب الحد الذي قيمته $\frac{٣٢}{٣}$ فيها؟

أ) الثامن ب) السابع ج) السادس د) التاسع

٦) إذا كان $\int_{ب}^{لو} هـ^{٢س} ى س = \frac{٣}{٢}$ ، فما قيمة الثابت ب؟

أ) ٢ ب) -٢، ٢ ج) ١ د) هـ

٧) ما قيمة $\int (٢س - ٤)^{٥} ى س$

أ) $\frac{(٢س - ٤)^{٦}}{٦} + جـ$ ب) $\frac{(٢س - ٤)^{٦}}{١٢} + جـ$ ج) $١٠(٢س - ٤)^{٤} + جـ$ د) $\frac{(٢س - ٤)^{٥}}{١٠} + جـ$

٨) إذا كان م(س) هو اقتران أصلي للاقتران ن(س) المتصل في مجاله بحيث :

$\int (ن(س) + \frac{(ك^{٣} - ١)}{(س - ١)^{٢}}) ى س = م(س) + \frac{٣}{س - ١}$ ، ما قيمة الثابت ك؟

أ) -٨ ب) -٢ ج) ٢ د) ٨

٩) إذا كان $ن(س) = س لـو_{هـ} س$، فما قيمة $\int_{\frac{١}{٢}}^{\frac{هـ}{٢}} ن'(س) ؤس$؟

أ) -١ ب) صفر ج) ١ د) هـ

١٠) إذا كان $ن(س)$ اقترانا قابلا للتكامل على الفترة $[٢، ٣]$، وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[٢، ٣]$، بحيث كانت

$ر(\sigma_{ن}، ن) = \frac{١}{ن}(٧ن + ٢)$ فما قيمة $\int_{٢}^{٣} (\frac{س ن(س) + ٢ن(س)}{س + ٢} - ٣) ؤس$؟

أ) ٤ ب) ٧ ج) ٩ د) ١٠

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) ١. استخدم تعريف التكامل المحدود في ايجاد قيمة $\int_{-١}^{٤} (٢س - ٥) ؤس$.

٢. جد قيمة $\int_{١}^{٥} |٤ - ٢س| ؤس$

ب) حل النظام التالي من المعادلات الخطية بطريقة النظير الضربي:

$٢ص - ٣س + ١٩ = ٠$ ، $٢س - ص = ١٢$

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) ١. جد $\int_{هـ}^{} \frac{٤س}{هـ^{٢س-١}} ؤس$.

٢. اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $ن(س)$ عند أي نقطة عليه يساوي $\sqrt{س} + \frac{١}{\sqrt{س}}$ فجد قاعدة الاقتران $ن(س)$ علماً بأن منحناه يمر بالنقطة $(١، \frac{٢}{٣})$.

ب) إذا كانت $أ$ مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية وكان $أ_{يهـ} = \begin{cases} ٢ & ي \neq هـ \\ ٣ & ي = هـ \end{cases}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٨ & ٣ \\ ٥ & ٣ \end{bmatrix}$.

فجد المصفوفة $س$ بحيث $س = ٢أ(ب - م_{٢})$.

السؤال الرابع: (٢٠علامة)

أ) إذا كان $\begin{vmatrix} ٢ & ٣ & ٠ \\ ٤ & س & ٢- \\ ٠ & ١- & ١ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} س & ٥ \\ ٣ & س \end{vmatrix}$ ، فما قيمة / قيم س؟

ب) ١. إذا كان $م(\sigma_{ن}، ن) = ٦ + \frac{٤ + ٨ + ١٢ + ... + ٤ن}{ن^{٢}}$ حيث $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[١، ٤]$، فما قيمة $\int_{١}^{٤} (٢ن(س)) ؤس$.

٢. جد $\int \frac{١}{(٢جاس + جتاس)^{٢}} ؤس$

السؤال الخامس: (٢٠علامة)

أ) إذا كان $ن(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} - ٢س ، ٠ \leq س \leq ٢ \\ |٥س - ٢| ، ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$ اقتراناً متصلاً في الفترة $[٠، ٤]$، جد ما يأتي:

١. الاقتران المكامل $ن(س)$ في الفترة $[٠، ٤]$

٢. $\int_{١}^{٣} (٢ن(س)) ؤس$

ب) إذا كانت $(م^{-١} . ب)^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ٢ & ١- \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix}$، فجد المصفوفة $م^{٢}$.

السؤال السادس: (٢٠ علامة)

أ) قذف جسم رأسياً الى أعلى من حافة سطح بناية بسرعة ابتدائية قدرها ٣٠ م/ث، فإذا كان تسارعه -١٠ م/ث^{٢}، وكان ارتفاعه عن سطح الأرض بعد ثانيتين من بدء الحركة يساوي ٦٠م،فما أقصى ارتفاع وصله الجسم عن سطح الأرض؟

ب) ١. جد قيمة س بحيث $\begin{bmatrix} ٣ & ٤- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} س & ١- & ٥ \\ ٢ & ٣ & ١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٣ \\ ١ \\ ٠ \end{bmatrix} = [س + ١]$.

٢. ما مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $ن(س) = س^{٢} - ٣س + ١$، والمستقيم المار بالنقطتين $(٣، ٣)، (-١، -٥)$.

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال السابع: (٢٠ علامة)

أ) إذا كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[\ ا\ ،\ ٨\ ]$، وكان العنصر الخامس عشر $= \frac{٣}{٢}$، $س_{٨} - س_{٥} = \frac{٣}{٤}$،

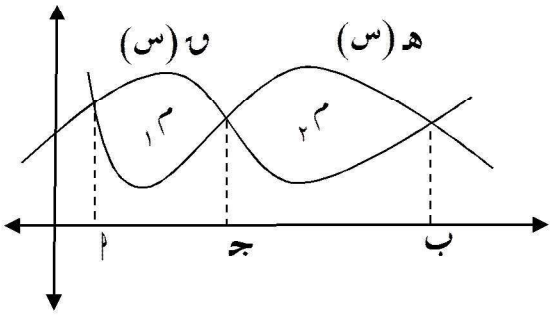
فما قيمة كل من ا، ن؟

ب) إذا كان $\int_{ا}^{جـ} ق(س)\ ص س = ٦ + \int_{جـ}^{ب} ق(س)\ ص س$

وكان $\int_{ا}^{جـ} هـ(س)\ ص س = ٢ + \int_{جـ}^{ب} هـ(س)\ ص س$،

معتمداً على الشكل المجاور جد

المساحة المحصورة بين منحنيي الاقترانين $ق(س)، هـ(س)$



ج) حل المعادلة المصفوفية $٣س - \begin{bmatrix} ١ & -٥ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix} س = \begin{bmatrix} ٣ & -٣ \\ ١ & -١ \end{bmatrix}$

السؤال الثامن: (٢٠ علامة)

أ) جد قيمة $\int_{٠}^{\pi} هـ^{س+جاس}\ ص س - \int_{\pi}^{٠} جتاس\ هـ^{س+جاس}\ ص س$

ب) حل النظام التالي من المعادلات الخطية بطريقة كريمر $٢س - ٣ص = ٠$ ، $م س - ك ص = -٤$

علماً بأن $٣م - ٢ك = ٤$

ج) إذا كان $\int_{١}^{هـ^{٢}} (١ + لـو_{هـ} س)\ ص س = ٢هـ^{٢}$ ، فما قيمة $\int_{١}^{هـ^{٢}} (١ + لـو_{هـ} س)^{٢}\ ص س$؟

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	ب	ج	د	د	أ	أ	ب	ج	ج	أ

الحل التفصيلي:

١) نفرض ان رتبة أ هي ن × ١ ، أ.ب + جـ = ك

$$أ_{ن\times 1} \cdot ب_{2\times م} + جـ_{3\times 2} = ك_{3\times 2}$$

رتبة أ.ب = ٣ × ٢ ⟸ ن × م = ٣ × ٢

∴ رتبة ب = ١ × ٢

رمز الاجابة : ب

٢) ∵ $س^{2} - ٢س = و_{2}$ بالضرب يميناً في $س^{-1}$

∴ $(س^{-1} . س)س - ٢س^{-1} س = س^{-1} و_{2}$

∴ $م_{2} س - ٢م_{2} = و_{2}$

∴ $س = و + ٢م_{2} = \begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix} + ٢\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

$$⟸ س = \begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$$

(هناك حلول أخرى)

رمز الاجابة : جـ

٣) $ب = \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٧ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $|ب| = ٤ \times ٢ - ٧ \times ١ = ١$

$$ب^{-1} = \frac{١}{١}\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -٧ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -٧ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$ب + ب^{-1} = \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٧ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -٧ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦ & ٠ \\ ٦ & ٠ \end{bmatrix} = ٦\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} = ٦م_{2}$$

رمز الاجابة : د

٤) الصحيحة دائما د

$$(٢م_{2})^{2} = ٢\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} \times ٢\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} = ٤\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} = ٤\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} = ٤م_{2}$$

رمز الاجابة : د

٥) $س_{ر} = أ + (\frac{ب - أ}{ن})ر ⟸ = -١ + \frac{٣٢}{٣}ر = \frac{٢٠}{١٢}ر$

$$⟸ \frac{٢٠}{١٢}ر = \frac{٣٥}{٣} ⟸ \boxed{ر = ٧}$$

∴ $س_{٧}$ هو الحد الثامن

رمز الاجابة : أ

٦) $\int_{0}^{\ln ب} هـ^{٢س} ء س = \frac{٣}{٢}$

$\Leftarrow \left[\frac{هـ^{٢س}}{٢}\right]_{0}^{\ln ب} = \frac{٣}{٢} \Leftarrow \frac{١}{٢}(هـ^{٢\ln ب} - هـ^{٠}) = \frac{٣}{٢}$

$\Leftarrow \frac{١}{٢}(هـ^{\ln ب^{٢}} - ١) = \frac{٣}{٢} \Leftarrow \frac{١}{٢}(ب^{٢} - ١) = \frac{٣}{٢}$

$\Leftarrow ب^{٢} - ١ = ٣ \Leftarrow ب^{٢} = ٤$

$\Leftarrow ب = -٢$ (مرفوض) ، $ب = ٢$ رمز الاجابة : أ

٧) $\int (٢س - ٤)^{٥} ء س = \frac{(٢س - ٤)^{٦}}{٢ \times ٦} + جـ = \frac{(٢س - ٤)^{٦}}{١٢} + جـ$ رمز الاجابة : ب

٨) $\int \frac{ن(س)}{(س - ١)^{٢}} ء س = م(س) + \frac{٣}{س - ١}$ باشتقاق الطرفين

$\frac{ن(س)}{(س - ١)^{٢}} = م'(س) - \frac{٣}{(س - ١)^{٢}}$

$\because م(س)$ هو اقتران أصلي للاقتران $ن(س) \Leftarrow م'(س) = ن(س)$

$\therefore \frac{ن(س)}{(س - ١)^{٢}} = ن(س) - \frac{٣}{(س - ١)^{٢}}$

$\Leftarrow ك^{٣} - ١١ = -٣$

$\therefore ك^{٣} = ٨ \Leftarrow ك = ٢$ رمز الاجابة : جـ

٩) $ن(س) = س لـو_{هـ} س \Leftarrow ن'(س) = س \times \frac{١}{س} + لـو_{هـ} س = ١ + لـو_{هـ} س$

$\int_{\frac{١}{٢}}^{\frac{هـ}{٢}} ن'(س) ء س = ن(س) \Big|_{\frac{١}{٢}}^{\frac{هـ}{٢}} = (١ + لـو_{هـ} س) \Big|_{\frac{١}{٢}}^{\frac{هـ}{٢}} = (١ + لـو_{هـ} \frac{هـ}{٢}) - (١ + لـو_{هـ} \frac{١}{٢})$

$= لـو_{هـ} \frac{هـ}{٢} - لـو_{هـ} \frac{١}{٢} = لـو_{هـ} هـ - لـو_{هـ} ٢ - لـو_{هـ} ١ + لـو_{هـ} ٢ = ١$ رمز الاجابة : جـ

١٠) $\int_{٢}^{٣} \left(\frac{س ن(س) + ٢ن(س)}{س + ٢} - ٣\right) ء س = \int_{٢}^{٣} \left(\frac{ن(س)(س + ٢)}{(س + ٢)} - ٣\right) ء س = \int_{٢}^{٣} (ن(س) - ٣) ء س$

لكن $\int_{٢}^{٣} ن(س) ء س = \lim_{ن \to \infty} م(\sigma_{ن}، ن) = \lim_{ن \to \infty} \frac{١}{ن}(٧ن + ٢) = \lim_{ن \to \infty} (٧ + \frac{٢}{ن}) = ٧$

$\int_{٢}^{٣} (ن(س) - ٣) ء س = \int_{٢}^{٣} ن(س) ء س - \int_{٢}^{٣} ٣ ء س = ٧ - ٣(٣ - ٢) = ٤$ رمز الاجابة : أ

السؤال الثاني:

أ ١) $\int_{-١}^{٤} (٢س - ٥)\,د س$

نفرض $ن(س) = ٢س - ٥$، $\sigma_ن$ تجزئة منتظمة للفترة $[-١، ٤]$،

$$س_ر^* = س_ر = ا + (\frac{ب-ا}{ن})ر = -١ + \frac{٥}{ن}ر$$

$$ع(\sigma_ن، ن) = \frac{ب-ا}{ن}\sum_{ر=١}^{ن} ن(س_ر^*) = \frac{٥}{ن}\sum_{ر=١}^{ن}\left(٢(-١ + \frac{٥}{ن}ر) - ٥\right) = \frac{٥}{ن}\sum_{ر=١}^{ن}(-٧ + \frac{١٠}{ن}ر)$$

$$= \frac{٥}{ن}(-٧ن + \frac{١٠}{ن}.\frac{ن(ن+١)}{٢}) = \frac{٥}{ن}(-٧ن + ٥ن + ٥) = -١٠ + \frac{٢٥}{ن}$$

$$\int_{-١}^{٤} ن(س_ر)د س = \lim_{ن\to\infty} ع(\sigma_ن، ن) = \lim_{ن\to\infty}(-١٠ + \frac{٢٥}{ن}) = -١٠ + ٠ = -١٠$$

٢) $\int_{١}^{٥} |٤ - ٢س| د س$

اعادة تعريف $|٤ - ٢س|$

$$٤ - ٢س = ٠ \Leftarrow س = ٢ \quad \longleftrightarrow \overset{+++}{١} \quad \overset{---}{٢} \quad \overset{}{٥}$$

$$|٤ - ٢س| = \begin{cases} ٤ - ٢س \;،\; ١ \le س \ge ٢ \\ ٢س - ٤ \;،\; ٢ < س \le ٥ \end{cases}$$

$$\int_{١}^{٥} |٤ - ٢س| د س = \int_{١}^{٢} (٤ - ٢س) د س + \int_{٢}^{٥} (٢س - ٤) د س$$

$$= \left(٤س - \frac{٢س^٢}{٢}\right)\Big|_{١}^{٢} + \left(\frac{٢س^٢}{٢} - ٤س\right)\Big|_{٢}^{٥} = (٤ - ٣) + (-٥ - -٤) = ١٠$$

ب

$$-٣س + ٢ص = -١٩$$
$$٢س - ص = ١٢$$

$$\Leftarrow \begin{bmatrix} -٣ & ٢ \\ ٢ & -١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١٩ \\ ١٢ \end{bmatrix}$$ وهي على صورة $ا.\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١٩ \\ ١٢ \end{bmatrix}$

$$ا = \begin{bmatrix} -٣ & ٢ \\ ٢ & -١ \end{bmatrix} \Leftarrow |ا| = (-٣ \times -١) - (٢ \times ٢) = -١$$

$$ا^{-١} = \frac{١}{-١}\begin{bmatrix} -١ & -٢ \\ -٢ & -٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$$

$$ا^{-١}.ا.\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = ا^{-١}.\begin{bmatrix} -١٩ \\ ١٢ \end{bmatrix} \Leftarrow \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -١٩ \\ ١٢ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -١٩ \\ ١٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١٩ + ٢٤ \\ -٣٨ + ٣٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ \\ -٢ \end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow س = ٥ \;،\; ص = -٢$$

السؤال الثالث:

أ) ١) $\int \frac{٤س}{هـ^{٢س-١}} دس = \int (٤س هـ^{-(٢س-١)}) دس = \int (٤س هـ^{-٢س+١}) دس$

نفرض

$ن = ٤س$ $\quad$ $دع = هـ^{-٢س+١} دس$

$\downarrow$

$دن = ٤دس$ $\quad \xrightarrow{\int} \quad ع = \frac{-١}{٢} هـ^{-٢س+١}$

$$\int \frac{٤س}{هـ^{٢س-١}} دس = ٤س \times \frac{-١}{٢} هـ^{-٢س+١} - \int -٢ هـ^{-٢س+١} دس = -٢س هـ^{-٢س+١} - هـ^{-٢س+١} + جـ \text{ حيث } جـ \in ع$$

٢) $ن'(س) = \frac{١}{\sqrt{س}} + \sqrt{س} = س^{\frac{١}{٢}} + س^{-\frac{١}{٢}}$

$$ن(س) = \int ن'(س) دس = \int (س^{\frac{١}{٢}} + س^{-\frac{١}{٢}}) دس$$

$$\Leftarrow ن(س) = \frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} + ٢س^{\frac{١}{٢}} + جـ \text{ حيث } جـ \in ع$$

$$\because ن(١) = \frac{٢}{٣}$$

$$\Leftarrow ن(١) = \frac{٢}{٣}(١)^{\frac{٣}{٢}} + ٢(١)^{\frac{١}{٢}} + جـ = \frac{٢}{٣} \Leftarrow جـ = -٢$$

$$\therefore ن(س) = \frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} + ٢س^{\frac{١}{٢}} - ٢ = \frac{٢}{٣} \sqrt{س^{٣}} + ٢\sqrt{س} - ٢$$

ب) $أ = \begin{bmatrix} أ_{١١} & أ_{١٢} \\ أ_{٢١} & أ_{٢٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$

$$س = ٢أ(ب - ك_{٢})$$

$$س = ٢\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix} ٨ & ٣ \\ ٥ & ٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} ٦ & ٤ \\ ٤ & ٦ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٧ & ٣ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٤٢+٢٠ & ١٨+٨ \\ ٢٨+٣٠ & ١٢+١٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦٢ & ٢٦ \\ ٥٨ & ٢٤ \end{bmatrix}$$

السؤال الرابع:

أ) $\begin{vmatrix} ٢ & ٣ & ٠ \\ ٤ & س & -٢ \\ ٠ & -١ & ١ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} س & ٥ \\ ٣ & س \end{vmatrix}$

$$٢\begin{vmatrix} س & -٢ \\ -١ & ١ \end{vmatrix} - ٣\begin{vmatrix} ٤ & -٢ \\ ٠ & ١ \end{vmatrix} + ٠\begin{vmatrix} ٤ & س \\ ٠ & -١ \end{vmatrix} = س^{٢} - ١٥$$

$$٢(س - ٢) - ٣(٤ - ٠) + ٠ = س^{٢} + ١٥$$

$$٢س - ٤ - ١٢ = س^{٢} + ١٥$$

$$\Leftarrow س^{٢} - ٢س + ١ = ٠ \Leftarrow (س - ١)^{٢} = ٠ \Leftarrow س = ١$$

ب ١) $ع(ن_{ن}، \sigma_{ن}) = \frac{٤ + ٨ + ١٢ + ... + ٤ن}{ن^{٢}} + ٦$

$= \frac{٤(١ + ٢ + ٣ + ... + ن)}{ن^{٢}} + ٦$

$= \frac{٤}{ن^{٢}} \sum_{ر=١}^{ن} ر + ٦$

$= \frac{٤}{ن^{٢}} \times \frac{ن(ن+١)}{٢} + ٦ = \frac{٢}{ن}(ن+١) + ٦ = ٨ + \frac{٢}{ن}$

$\int_{١}^{٤} ن(س) ى س = \lim_{ن \to \infty} ع(ن_{ن}، \sigma_{ن}) = \lim_{ن \to \infty} (٨ + \frac{٢}{ن}) = ٨$

$\therefore \int_{١}^{٤} (٢ن(س)) ى س = ٢ \lim_{ن \to \infty} ع(ن_{ن}، \sigma_{ن}) = ٢ \times ٨ = ١٦$

٢) $\int \frac{١}{(٢جاس + جتاس)^{٢}} ى س$ بإخراج عامل مشترك جتاس

($ظاس = \frac{جاس}{جتاس}$ ، $قا^{٢}س = \frac{١}{جتا^{٢}س}$)

$\Leftarrow = \int \frac{١}{جتا^{٢}س (٢ظاس + ١)^{٢}} ى س = \int \frac{قا^{٢}س}{(٢ظاس + ١)^{٢}} ى س$

نفرض ص $= ٢ظاس + ١ \Leftarrow ى ص = ٢قا^{٢}س ى س$

$\Leftarrow \int \frac{قا^{٢}س}{ص^{٢}} . \frac{ى ص}{٢قا^{٢}س} = \frac{١}{٢} \int ص^{-٢} ى ص = \frac{١}{٢} \times \frac{ص^{-١}}{-١} + جـ = \frac{-١}{٢ص} + جـ = \frac{-١}{٢(٢ظاس + ١)} + جـ$

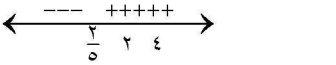
$\therefore \int \frac{١}{(٢جاس + جتاس)^{٢}} ى س = \frac{-١}{٢(٢ظاس + ١)} + جـ$

السؤال الخامس:

أ ١. $ن(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} - ٢س ، ٠ \leq س \leq ٢ \\ |٥س - ٢| ، ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$

اعادة تعريف $|٥س - ٢|$ ، $٢ < س \leq ٤$

$٥س - ٢ = ٠ \Leftarrow س = \frac{٢}{٥}$



$\Leftarrow ن(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} - ٢س ، ٠ \leq س \leq ٢ \\ ٥س - ٢ ، ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$

١) في الفترة $٠ \leq س \leq ٢$

$ت(س) = \int_{أ}^{س} ن(ص) ى ص = \int_{ب}^{س} (٣ص^{٢} - ٢ص) ى ص = ص^{٣} - ص^{٢} \Big|_{٠}^{س} = س^{٣} - س^{٢}$

٢) في الفترة $٢ < س \geq ٤$

$$ت(س) = ت(٢) + \int_{٢}^{س} (٥ص - ٢) ؤص = ٤ + (\frac{٥}{٢} ص^{٢} - ٢ص) \Big|_{٢}^{س}$$

$$= ٤ + (\frac{٥}{٢} س^{٢} - ٢س) - (\frac{٥}{٢} \times ٤ - ٤) = \frac{٥}{٢} س^{٢} - ٢س - ٢$$

$$\Leftarrow ت(س) = \begin{cases} س^{٣} - س^{٢} & ، \ ٠ \leq س \geq ٢ \\ \frac{٥}{٢} س^{٢} - ٢س - ٢ & ، \ ٢ < س \geq ٤ \end{cases}$$

$$٢. \int_{١}^{٣} (٢ت(س)) ؤس = ٢ \int_{١}^{٣} ت`(س) ؤس = ٢ت(س) \Big|_{١}^{٣}$$

$$= ٢(ت(٣) - ت(١)) = ٢((\frac{٥}{٢})(٩) - ٦ - ٢) - (١^{٣} - ١^{٢})) = ٢٩$$

ب $(أ^{-١} ب)^{-١} = ب^{-١} . (أ^{-١})^{-١} = ب^{-١} . أ = \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ١- & ٢ \end{bmatrix}$

ب.ب$^{-١}$. أ = ب. $\begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ١- & ٢ \end{bmatrix}$ بضرب المعادلة في ب من اليمين

$$\Leftarrow م_{٢} \times أ = ب \times \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ١- & ٢ \end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow أ = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ١- & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١+ & ٣- \\ ٥+ & ٤- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦+١- & ٢+٥- \\ ٨+٥- & ٤-+٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ & ٢- \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$$

$$٢أ = ٢ \begin{bmatrix} ٥ & ٢- \\ ٣ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ & ٤- \\ ٦ & ٢ \end{bmatrix}$$

السؤال السادس:

أ ع(٠) = ٣٠م/ث ، ت(ن) = -١٠م/ث^{٢} ، ف(٢) = ٦٠م

$$ع(ن) = \int ت(ن) ؤن = \int -١٠ ؤن = -١٠ن + جـ_{١}$$

$$\Leftarrow ع(ن) = -١٠ن + جـ_{١}$$

$$ع(٠) = ٣٠ \Leftarrow جـ_{١} = ٣٠ \Leftarrow \boxed{ع(ن) = -١٠ن + ٣٠}$$

$$ف(ن) = \int ع(ن) ؤن = \int (-١٠ن + ٣٠) ؤن = -١٠ \frac{ن^{٢}}{٢} + ٣٠ن + جـ_{٢} = -٥ن^{٢} + ٣٠ن + جـ_{٢}$$

$$ف(٢) = ٦٠ \Leftarrow ٦٠ = -٥ \times ٤ + ٣٠ \times ٢ + جـ_{٢} \Leftarrow جـ_{٢} = ٢٠ \quad \therefore \boxed{ف(ن) = -٥ن^{٢} + ٣٠ن + ٢٠}$$

عند اقصى ارتفاع ع(ن) = صفر $\Leftarrow$ ع(ن) = -١٠ن + ٣٠ = ٠ $\Leftarrow$ ن = ٣

اقصى ارتفاع = ف(٣) = $-٥ \times ٣^{٢} + ٣٠ \times ٣ + ٢٠ = ٦٥$م

ب ١. $[\text{س}+١] = \begin{bmatrix}٣\\١\\٠\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\text{س} & -١ & ٥\\ ٢ & ٣ & ١\end{bmatrix}[٣ \quad -٤]$

$[\text{س}+١] = \begin{bmatrix}٣\\١\\٠\end{bmatrix}[٣\text{س}-٨ \quad -٣-١٢ \quad ١٥-٤]$

$[\text{س}+١] = \begin{bmatrix}٣\\١\\٠\end{bmatrix}[٣\text{س}-٨ \quad -١٥ \quad ١١]$

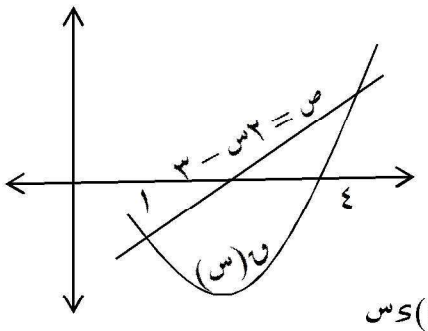
$[\text{س}+١] = [٠+١٥-٢٤+٩\text{س}]$

$\Leftarrow ٩\text{س}-٣٩ = \text{س}+١ \Leftarrow ٨\text{س} = ٤٠ \Leftarrow \text{س} = ٥$

٢. نجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(٣،٣)، (-١، -٥)$

$\frac{\text{ص}-٣}{\text{س}-٣} = \frac{-٥-٣}{-١-٣} \Leftarrow \frac{\text{ص}-٣}{\text{س}-٣} = \frac{٢}{١}$

$\Leftarrow \text{ص}-٣ = ٢(\text{س}-٣) \Leftarrow \text{ص} = ٢\text{س}-٣$



نجد نقاط تقاطع $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^٢ - ٣\text{س} + ١$ والمستقيم $\text{ص} = ٢\text{س} - ٣$

$\text{س}^٢ - ٣\text{س} + ١ = ٢\text{س} - ٣ \Leftarrow \text{س}^٢ - ٥\text{س} + ٤ = ٠$

$\Leftarrow (\text{س}-٤)(\text{س}-١) = ٠ \Leftarrow \text{س} = ٤، \text{س} = ١$

$\text{م} = \int_{١}^{٤} ((٢\text{س}-٣) - (\text{س}^٢ - ٣\text{س} + ١))\,\text{د}\text{س} = \int_{١}^{٤} (٥\text{س} - \text{س}^٢ - ٤)\,\text{د}\text{س}$

$= ٥(\frac{٤^٢ - ١^٢}{٢}) - \frac{٤^٣ - ١^٣}{٣} - ٤(٤-١) = \frac{٩}{٢}$ وحدة مربعة

السؤال السابع:

أ $\sigma_{\text{ن}}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[\text{أ}، ٨]$، فيها العنصر الخامس عشر $= \frac{٣}{٢} \Leftarrow \text{س}_{١٤} = \frac{٣}{٢}$، $\text{س}_٨ - \text{س}_٥ = \frac{٣}{٤}$

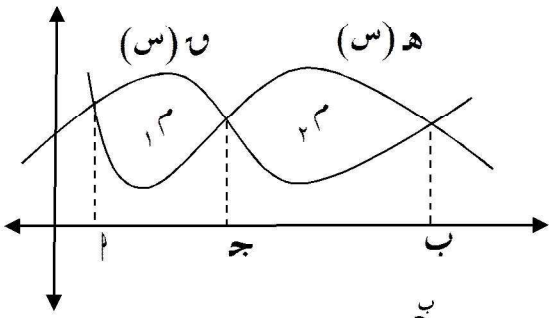
$\text{س}_\text{ر} = \text{أ} + \frac{٨-\text{أ}}{\text{ن}}\text{ر} \Leftarrow \text{س}_{١٤} = \text{أ} + \frac{٨-\text{أ}}{\text{ن}} \times ١٤ \Leftarrow \boxed{\frac{٣}{٢} = \text{أ} + \frac{٨-\text{أ}}{\text{ن}} \times ١٤} \leftarrow (١)$

$\text{س}_٨ - \text{س}_٥ = \frac{٣}{٤} \Leftarrow (\text{أ} + \frac{٨-\text{أ}}{\text{ن}} \times ٨) - (\text{أ} + \frac{٨-\text{أ}}{\text{ن}} \times ٥) = \frac{٣}{٤}$

$\Leftarrow \frac{٨-\text{أ}}{\text{ن}}(٨-٥) = \frac{٣}{٤} \Leftarrow \boxed{\frac{١}{٤} = \frac{٨-\text{أ}}{\text{ن}}} \leftarrow (٢)$

لإيجاد قيمة أ نعوض قيمة $\frac{٨-\text{أ}}{\text{ن}}$ من معادلة (٢) في معادلة (١) $\Leftarrow \frac{٣}{٢} = \text{أ} + \frac{١}{٤} \times ١٤ \Leftarrow \text{أ} = -٢$

لإيجاد قيمة ن نعوض عن أ في (٢) $\Leftarrow \frac{١}{٤} = \frac{٨-(-٢)}{\text{ن}} \Leftarrow \text{ن} = ٤٠$



ب $\int_{أ}^{جـ} ن(س)\,د س = ٦ + \int_{جـ}^{ب} ن(س)\,د س \leftarrow (١)$

$\int_{أ}^{جـ} هـ(س)\,د س = ٢ + \int_{جـ}^{ب} هـ(س)\,د س \leftarrow (٢)$

نطرح معادلة (٢) من معادلة (١)

$$\int_{أ}^{جـ} ن(س)\,د س - \int_{أ}^{جـ} هـ(س)\,د س = (٦-٢) + \int_{جـ}^{ب} ن(س)\,د س - \int_{جـ}^{ب} هـ(س)\,د س$$

$$\int_{أ}^{جـ} (ن(س) - هـ(س))\,د س = ٤ + \int_{جـ}^{ب} (ن(س) - هـ(س))\,د س$$

$$م_١ = ٤ + -م_٢$$

$\Leftarrow م_١ + م_٢ = ٤$ وحدة مربعة

$\therefore$ المساحة المحصورة بين منحنيي ن(س)، هـ(س) = ٤ وحدة مربعة

جـ $٣س - \begin{bmatrix} ١ & ٣- \\ ١- & ١ \end{bmatrix} س = \begin{bmatrix} ٥- & ١ \\ ٠ & ١- \end{bmatrix}$

$$\left(\begin{bmatrix} ٥- & ١ \\ ٠ & ١- \end{bmatrix} - ٣م_٢ \right) س = \begin{bmatrix} ٣- & ٣ \\ ١- & ١ \end{bmatrix}$$

$$\left(\begin{bmatrix} ٥- & ١ \\ ٠ & ١- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} \right) س = \begin{bmatrix} ٣- & ٣ \\ ١- & ١ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix} س = \begin{bmatrix} ٣- & ٣ \\ ١- & ١ \end{bmatrix}$$

نجد النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$

$$\begin{vmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & ١ \end{vmatrix} = ٥ - ٦ = ١$$

النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$ يساوي $\frac{١}{١} \begin{bmatrix} ٥- & ٣ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥- & ٣ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} ٥- & ٣ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix} س = \begin{bmatrix} ٥- & ٣ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٣- & ٣ \\ ١- & ١ \end{bmatrix}$$

$$م_٢ . س = \begin{bmatrix} ٣ \times ٣ + ١ \times ٥- & ٣ \times ٣ + ٣- \times ٥ \\ ٣ \times ١- + ١ \times ٢ & ٣ \times ١- + ٣- \times ٢ \end{bmatrix}$$

$$س = \begin{bmatrix} ٤- & ٤ \\ ١ & ١- \end{bmatrix}$$

السؤال الثامن:

أ $\int_{0}^{\pi} هـ^{س+جاس}\,دس - \int_{\pi}^{0} جتاس\, هـ^{س+جاس}\,دس$

$$\int_{0}^{\pi} هـ^{س+جاس}\,دس + \int_{0}^{\pi} جتاس\, هـ^{س+جاس}\,دس = \int_{0}^{\pi} (1+جتاس) هـ^{س+جاس}\,دس$$

نفرض ص = س+جاس $\Leftarrow$ دص = (1+جتاس)دس

عندما س = 0 $\Leftarrow$ ص = 0 ، عندما س = π $\Leftarrow$ ص = π

$$\Leftarrow \int_{0}^{\pi} (1+جتاس) هـ^{ص} \frac{دص}{1+جتاس} = \int_{0}^{\pi} هـ^{ص}\,دص = هـ^{ص}\Big|_{0}^{\pi} = هـ^{\pi} - هـ^{0} = هـ^{\pi} - 1$$

ب $2س - 3ص = 0$ ، $م س - ك ص = -4$ ، $3م - 2ك = 4$

$$أ = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ م & -ك \end{bmatrix} ، ب = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$|أ| = -2ك + 3م = 4$$

$$أ_{س} = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -4 & -ك \end{bmatrix} \Leftarrow |أ_{س}| = 0 - 12 = -12$$

$$س = \frac{|أ_{س}|}{|أ|} = \frac{-12}{4} = -3 \leftarrow \boxed{س = -3}$$

$$أ_{ص} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ م & -4 \end{bmatrix} \Leftarrow |أ_{ص}| = -8 - 0 = -8$$

$$ص = \frac{|أ_{س}|}{|أ|} = \frac{-8}{4} = -2 \leftarrow \boxed{ص = -2}$$

ج $\int_{1}^{هـ^{2}} (1+لـو_{هـ} س)\,دس = 2هـ^{2}$ نجد $\int_{1}^{هـ^{2}} (1+لـو_{هـ} س)^{2}\,دس$ بالاجزاء

$ن = (1+لـو_{هـ} س)^{2}$ $\qquad$ $دع = دس$

$\swarrow$

$دن = 2(1+لـو_{هـ} س) \times \frac{1}{س} دس$ $\xrightarrow{\text{أ-}}$ $ع = س$

$$\int_{1}^{هـ^{2}} (1+لـو_{هـ} س)^{2}\,دس = س(1+لـو_{هـ} س)^{2}\Big|_{1}^{هـ^{2}} - \int_{1}^{هـ^{2}} س \times 2(1+لـو_{هـ} س) \times \frac{1}{س} دس$$

$$= هـ^{2}(1+لـو_{هـ} هـ^{2})^{2} - 1(1+لـو_{هـ} 1) - 2\int_{1}^{هـ^{2}} (1+لـو_{هـ} س)\,دس$$

$$= هـ^{2}(1+2)^{2} - 1 - 2 \times 2هـ^{2} = 9هـ^{2} - 1 - 4هـ^{2} = 5هـ^{2} - 1$$

مسابقات و اختبارات الرياضيات الالكترونية

للثانوية العامة- فلسطين

المشرف التربوي جهاد محمد عدوان

https://www.facebook.com/groups/jehad.m.adwan

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
المبحث: الرياضيات
الورقة الأولى

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة
لعام ٢٠٢١-الدورة الثانية

مدة الامتحان : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة
اليوم : الثلاثاء
التاريخ:١٧ / ٨/ ٢٠٢١م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ثمانية) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (ستة) أسئلة،وعلى المشترك أن يجيب(أربعة)منها، على أن يكون السؤال الأول (الموضوعي)منها إجبارياً

السؤال الأول:(٢٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(١٠) فقرات من نوع اختيار من متعدد ، من أربعة بدائل، اختر رمز الإجابة الصحيحة، ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) ما قيمة $\lim_{س \to ١} \frac{ن'(٢س) - ن'(٢)}{س - ١}$ ، علماً بأن $ن'(٢) = ٢ن''(٢) = ٦$ ؟

أ) ١٢ ب) ٦ ج) ٣ د) ٢

٢) إذا كان $ن(س) = س ك(س) + ٦$ ، وكان $ن(٣) = -٢ ، ك'(٣) = ٢$ ، فما قيمة $ن'(٣)$؟

أ) -١٢ ب) -٦ ج) صفر د) ٤

٣) إذا علمت أن $ص = ع^{٢}$ ، $ع = جاس - جتاس$ ، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$؟

أ) $-٢جتا٢س$ ب) $٢جا٢س$ ج) $٢جتا٢س$ د) صفر

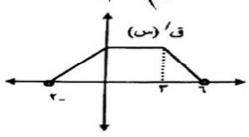
٤) يتحرك جسم على خط مستقيم، بحيث أن بُعده (ف) بالأمتار عن النقطة (و) بعد ن من الثواني يعطي بالعلاقة:
$ف = ن^{٢} + ك ن + ٣$ وكانت السرعة المتوسطة في الفترة $[٢، ٥]$ تساوي (١١) فما قيمة الثابت ك؟

أ) -٤ ب) $\frac{-١٠}{٣}$ ج) ٤ د) ٧

٥) ما عدد النقط الحرجة للاقتران $ن(س) = س \sqrt{س - ١}$ المعرف على مجاله

أ) ٠ ب) ١ ج) ٢ د) ٣

٦) إذا كان $ن(س)$ اقترانا معرفا على الفترة $[-٢، ٦]$ وكانت $ن'(س)$ ممثلة في الشكل المجاور، فما الفترة التي يكون فيها $ن(س)$ مقعراً للأسفل؟



أ) $]-٢، ٦[$ ب) $]-٢، ٠[$ ج) $]-٢، ٣[$ د) $]٣، ٦[$

٧) إذا كان $س^{٢} + ص^{٢} = ١$ ، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$؟

أ) $-س$ ب) $\frac{-س}{ص}$ ج) $\frac{١}{ص}$ د) $\frac{-ص}{س}$

٨) ما العبارة الصحيحة دائماً من العبارات التالية؟

أ) إذا كان $ن(س)$ كثير حدود من الدرجة الثانية فإن له نقطة حرجة واحدة فقط.

ب) إذا كان $ن(س)$ كثير حدود بحيث $ن'(٢) = ٥$ ، فإن $ن''(٢) = ٠$.

ج) الاقتران $ن(س) = (١ - س)^{٤}$ يكون مقعراً للأسفل على ح .

د) إذا كان $ن'(أ) \neq ٠$ حيث $أ \in$ لمجال $ن(س)$ ، فلا يوجد قيم قصوى محلية عند $س = أ$.

٩) إذا كان ق(س) = س هـ^س ، فماذا يكون الاقتران ق(س)؟

أ) قيمة عظمى محلية عند س = ١ ب) قيمة صغرى محلية عند س = ١

ج) قيمة عظمى محلية عند س = −١ د) قيمة صغرى محلية عند س = −١

١٠) إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) في الفترة [أ ، أ + ٢] يساوي جـ ، فما قيمة التغير في الاقتران ق(س)؟

أ) ٢جـ ب) $\frac{جـ}{٢}$ ج) $\frac{جـ}{أ٢}$ د) أ٢ جـ

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) ١. إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٤}$ س^٢ + جتا س ، س ∈ [٠ ، π] ، فما قيم س التي تجعل ق ′(س) = صفر.

٢. إذا كان ق(س) = ٢س + لـو_هـ (س + ١) ، س > −١ ، فبيّن أن منحنى ق(س) يكون متزايداً في مجاله.

ب) قذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض، بحيث يتحدد بعده عن سطح الأرض بالعلاقة ف(ن) = ٠ ٤ ن − ٥ ن^٢ ، حيث ف : ارتفاع الجسم بالأمتار، ن الزمن بالثواني، جد:

١. أقصى ارتفاع يصله الجسم ٢. سرعة الجسم عندما تكون المسافة المقطوعة ١٠٠ م

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) ١. إذا كان ص = هـ^(أ٢س) ، وكان ص ″ − ٤ ص ′ + ٤ ص = ٠ فما قيمة الثابت أ؟

٢. إذا كان ق(س) = س^٣ − ٢س ، هـ(س) = $\frac{٤}{س}$ ، ما قيمة (ق ∘ هـ)′(٢)؟

ب) إذا كان ق(س) = $\sqrt{س^٣ − ٣س^٢}$ ، أوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س).

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) ١. إذا كان متوسط التغير في الاقتران ص = ق(س) = $\frac{١}{س^٢ − س}$ في الفترة [٢ ، ب] يساوي $\frac{−١}{٣}$ ،

فما قيمة/ قيم الثابت ب ؟

٢. ما معادلة العمودي على المماس لمنحنى العلاقة س ص = جتا π ص عندما ص = $\frac{١}{٢}$؟

ب) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٢}$ س^٤ − ٣س^٣ + ٢ أ س ، س ∈ [−٣ ، ٧] . فأوجد:

١. مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق(س). ٢. نقط الانعطاف (إن وجدت) للاقتران ق(س).

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = أ س^٣ + ٣س^٢ + ٢ب ، حيث أ ، ب ∈ ح وكان لمنحنى ق(س) قيمة عظمى محلية قيمتها ٨، وله نقطة انعطاف عند س = ١ ، فأوجد قيم الثابتين أ ، ب.

ب) ١. احسب $\lim_{س \to ٠}$ $\frac{ق أ٢س − ١}{س^٢}$.

٢. يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث ع^٢ = ١ + ٨ أ ف + ن ، حيث ف المسافة بالأمتار، فجد تسارع الجسم عندما تكون سرعته ٥ م/ث.

السؤال السادس :(٢٠ علامة)

أ) إذا علمت أن ن(س) = $\begin{cases} \frac{٣}{٢-س} ، س < ١ \\ ب س^{٢} + أ س - ١ ، س \leq ١ \end{cases}$ ، قابلاً للاشتقاق على ح، فجد:

١. قيم الثابتين أ، ب. ٢. $(ن \circ ن)'(٠)$

ب) إذا كان ن(س) = $\frac{س^{٢}+٣}{س-١}$، س ≠ ١، فأوجد القيم القصوى المحلية للاقتران ن(س).

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال السابع: (٢٠ علامة)

أ) الشكل المجاور يبيّن منحنيي كل من الاقترانين ن(س)، م(س) في الفترة [٢، ٦]،

بحيث ك'(س) = هـ$^{ن(س).م'(س)}$ ، بيّن أن الاقتران ك(س) مقعر للأعلى في الفترة]٢، ٦[

ب) إذا كان ص + س ص = جتاس، بيّن أن ص'' + ص = $\frac{-٢ص'}{س+١}$

ج) إذا كان ن(س) = أجا($\frac{\pi}{٤}$س)، هـ(س) = ٢ $\sqrt{س}$ + ١، وكانت $(ن \circ هـ)'(١) = \sqrt{٢}$، فما قيمة أ؟

السؤال الثامن: (٢٠ علامة)

أ) بيّن أن المماس لمنحنى العلاقة س^{٢} = لـو$_{ص}$ س^{٢}ص، س، ص > ٠ عندما س = ١ يكون أفقياً.

ب) إذا كان هـ(س) = (س - ١)(س + ١)(س^{٢} + س + ١)(س^{٢} - س + ١)، فما قيمة هـ'(٢)؟

ج) أوجد حجم أكبر مخروط دائري قائم طول راسمه $\sqrt{١٢}$ سم

الإجابات النموذجية لامتحانات الثانوية العامة
لعام ٢٠٢١م
الورقة الأولى

دور ثاني

الفرع العلمي

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	ب	ج	أ	ج	ب	د	ب	أ	د	أ

الحل التفصيلي:

١) $\text{نهـا}_{س\to ١} \frac{ن'(٢س)-ن'(٢)}{س-١} \Leftarrow \frac{ن'(٢)-ن'(٢)}{١-١} = \frac{٠}{٠}$ لوبيتال

$ن''(٢) = \frac{٦}{٢} = ٣$

$\Leftarrow \text{نهـا}_{س\to ١} \frac{ن''(٢س)\times ٢}{١} = ٢ن''(٢) = ٢\times ٣ = ٦$ رمز الاجابة : ب

٢) $ن(س) = س\,ك(س) + ٦ \Leftarrow ن'(س) = س\,ك'(س) + ك(س)$

$ن'(٣) = ٣\,ك'(٣) + ك(٣)$

$ن'(٣) = ٦ + ك(٣) \leftarrow (١)$

$ن(٣) = -١٢ = ٣\,ك(٣) + ٦ \Leftarrow ك(٣) = -٦$

بالتعويض في (١) $ن'(٣) = ٦ + -٦ = ٠$ رمز الاجابة : ج

٣) $ص = ع^{٢}$ ، $ع = جاس - جتاس$

$\frac{دص}{دع} = ٢ع$ ، $\frac{دع}{دس} = جتاس + جاس$

$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع}\times\frac{دع}{دس} = (٢ع)\times(جتاس+جاس) = ٢(جاس-جتاس)(جاس+جتاس)$

$= ٢(جا^{٢}س - جتا^{٢}س) = ٢\times -جتا٢س = -٢جتا٢س$ رمز الاجابة : أ

٤) $ع = \frac{\Delta ف}{\Delta ن} = ١١ = \frac{ف(٥)-ف(٢)}{٣}$

$\Leftarrow ٣٣ = ٢٥ + ٥ك + ٣ - (٤ + ٢ك + ٣) \Leftarrow ٣٣ = ٢١ + ٣ك$

$\Leftarrow ك = ٤$ رمز الاجابة : ج

٥) $ن(س) = س\sqrt{س-١}$

المجال $س - ١ \geq ٠ \Leftarrow س \geq ١$

$ن'(س) = \frac{س}{٢\sqrt{س-١}} + \sqrt{س-١} = \frac{س + ٢(س-١)}{٢\sqrt{س-١}} = \frac{٣س-٢}{٢\sqrt{س-١}}$

$ن'(س) = ٠ \Leftarrow ٣س - ٢ = ٠ \Leftarrow س = \frac{٢}{٣} < ١$ مرفوض

$ن'(س)$ غير موجودة $\Leftarrow ٢\sqrt{س-١} = ٠ \Leftarrow س = ١$

∴ عدد النقط الحرجة على المجال = ١ رمز الاجابة : ب

٦)

اشارة ن ً(س)

ن ً متناقص في] ٣، ٦ [⟸ ن ً < ٠ ⟸ ن مقعر لأسفل

رمـز الاجابـة : ج

٧) ٢س + ٢ص $\frac{د ص}{د س}$ = ٠ ⟸ س + ص $\frac{د ص}{د س}$ = ٠ ⟸ $\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{-س}{ص}$

رمـز الاجابـة : ب

٨) أ) صحيحة ، ن(س) من الدرجة الثانية ⟸ ن ً(س) خطي من الدرجة الأولى، أي له صفر واحد فقط ويكون هذا الصفر هو النقطة الحرجة لـ ن(س)

ب) خاطئة، تكون صحيحة إذا كان ن ً(س) = ٥ وليس ن ً(٢) = ٥

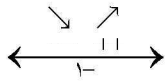
ج) خاطئة، ن(س) = (١ − س)^{٤} ⟸ ن ً(س) = −٤(١ − س)^{٣} ⟸ ن ً ً(س) = ٢ ١(١ − س)^{٢} وهو دائماً موجباً

← ن(س) مقعر لأعلى على ح

د) خاطئة، متى يكون ن ً(أ) غير موجودة وبذلك تكن قيمة قصوى

رمـز الاجابـة : أ

٩) ن ً(س) = س هـ^{س} + هـ^{س} = هـ^{س}(س + ١)



ن ً(س) = ٠ ⟸ هـ^{س} (س + ١) = ٠ ⟸ س + ١ = ٠ ⟸ س = −١ ، هـ^{س} ≠ ٠

عند س = −١ قيمة صغرى محلية

رمـز الاجابـة : ج

١٠) $\frac{ن(أ + ٢) - ن(أ)}{أ + ٢ - أ}$ = جـ ⟸ ٢جـ = Δن(س)

رمـز الاجابـة : أ

السؤال الثاني:

أ ١. ن(س) = $\frac{١}{٤}$ س^{٢} + جتاس ، س ∈ [٠ ، π]

ن ً(س) = $\frac{١}{٢}$ س − جاس

ن ً ً(س) = $\frac{١}{٢}$ − جتاس = ٠

⟸ جتاس = $\frac{١}{٢}$ ⟸ س = $\frac{\pi}{٣}$ ∈] ٠ ، π [

٢. ن(س) = ٢س + لـو$_{هـ}$ (س + ١) ، س > −١

ن ً(س) = ٢ + $\frac{١}{س + ١}$ = ٠

⟸ ٢ = $\frac{-١}{س + ١}$ ⟸ س + ١ = $-\frac{١}{٢}$ ⟸ س = $-\frac{٣}{٢}$ ∉ مجال ن

∴ ن ً(س) ≠ ٠ لكن ن ً(س) > ٠ حيث $\frac{١}{س + ١}$ > ٠ عندما س > −١

∴ ن متزايد على مجاله

ب | ف(ن) = ٤٠ن − ٥ن^{٢}

ع(ن) = −٤٠ + ١٠ن (عند أقصى ارتفاع تكون ع = ٠)

١. −٤٠ + ١٠ن = ٠ ⇐ ن = ٤ ثانية

⇐ اقصى ارتفاع = ف(٤) = ١٦٠ − ٨٠ = ٨٠م

٢. عندما المسافة المقطوعة ١٠٠م نضع ف = ٦٠ م

⇐ ف = ٦٠ ⇐ ٤٠ن − ٥ن^{٢} = ٦٠

⇐ ٥ن^{٢} − ٤٠ن + ٦٠ = ٠ ⇐ ن^{٢} − ٨ن + ١٢ = ٠

⇐ (ن − ٦)(ن − ٢) = ٠

أما ن = ٢ (يكون الجسم صاعداً) ترفض

أو ن = ٦ (يكون الجسم نازلاً)

⇐ ع(٦) = −٢٠ م/ث

السؤال الثالث:

أ | ١. ص = هـ$^{أ س^{٢}}$ ⇐ ص ` = ٢ أ هـ$^{أ س^{٢}}$ ، ص `` = ٤أ^{٢} هـ$^{أ س^{٢}}$

لكن ص `` − ٤ص ` + ٤ص = ٠

⇐ ٤أ^{٢}ص − ٨ أ ص + ٤ص = ٠ ⇐ ص(٤أ^{٢} − ٨أ + ٤) = ٠

⇐ ٤أ^{٢} − ٨أ + ٤ = ٠ ، ص ≠ ٠

⇐ أ^{٢} − ٢أ + ١ = ٠ ⇐ (أ − ١)^{٢} = ٠ ⇐ أ = ١

٢. ن(س) = س^{٣} − ٢س ⇐ ن `(س) = ٣س^{٢} − ٢ ⇐ ن ``(س) = ٦س

هـ(س) = $\frac{٤}{س}$ ⇐ هـ `(س) = $\frac{-٤}{س^{٢}}$ ، هـ(٢) = $\frac{٤}{٢}$ = ٢

المطلوب (ن ○ هـ) `(٢) = ن ``(هـ(٢)) × هـ `(٢) = ن ``(٢) × هـ `(٢) = ١٢ × $\frac{-٤}{٤}$ = −١٢

ب | ن متصل على ع

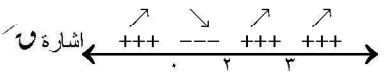
ن(س) = $\sqrt[٣]{س^{٣} - ٣س^{٢}}$ ⇐ ن(س) = (س^{٣} − ٣س^{٢})$^{\frac{١}{٣}}$ مجاله ع

ن `(س) = $\frac{١}{٣}$(س^{٣} − ٣س^{٢})$^{\frac{-٢}{٣}}$ (٣س^{٢} − ٦س)

ن `(س) = $\frac{٣س^{٢} - ٦س}{٣\sqrt[٣]{(س^{٣} - ٣س^{٢})^{٢}}}$ = ٠

⇐ البسط = صفر ⇐ ٣س(س − ٢) = ٠ ⇐ س = ٠ ، س = ٢

عندما المقام = صفر ⇐ س^{٢} (س − ٣) = ٠ ⇐ س = ٠ ، س = ٣



ن متزايد في]−∞ ، ٠] ، ومتزايد في [٢ ، ∞[

ن متناقص في [٠ ، ٢]

السؤال الرابع:

أ ١. $ص = ن(س) = \frac{١}{س^{٢} - س}$ في الفترة $[٢، ب]$

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ن(ب) - ن(٢)}{ب - ٢} = \frac{\frac{١}{ب^{٢} - ب} - \frac{١}{٢}}{ب - ٢} = -\frac{١}{٣}$$

$$\Leftarrow \frac{٢ - ب^{٢} + ب}{٢(ب^{٢} - ب)(ب - ٢)} = -\frac{١}{٣} \Leftarrow \frac{-(ب^{٢} - ب - ٢)}{٢(ب^{٢} - ب)(ب - ٢)} = -\frac{١}{٣}$$

$$\Leftarrow \frac{-(ب - ٢)(ب + ١)}{٢(ب^{٢} - ب)(ب - ٢)} = -\frac{١}{٣} \Leftarrow ٣ب + ٣ = ٢ب^{٢} - ٢ب$$

$$\Leftarrow ٢ب^{٢} - ٥ب - ٣ = ٠ \Leftarrow (٢ب + ١)(ب - ٣) = ٠ \Leftarrow ب = ٣، ب = -\frac{١}{٢} \text{(ترفض)}$$

٢. $س ص = جا \pi ص$، $ص = \frac{١}{٢}$

$$س \times \frac{١}{٢} = جا \frac{\pi}{٢} \Leftarrow س = ٢ \times ١ = ٢ \Leftarrow \text{نقطة التماس } (٢، \frac{١}{٢})$$

$$س \frac{ء ص}{ء س} + ص \times ١ = \pi جتا \pi ص \times \frac{ء ص}{ء س}$$

$$س \frac{ء ص}{ء س} - \pi جتا \pi ص \times \frac{ء ص}{ء س} = -ص$$

$$\frac{ء ص}{ء س} = \frac{ص}{\pi جتا \pi ص - س}$$

$$\text{ميل المماس} = \left. \frac{ء ص}{ء س} \right|_{(٢، \frac{١}{٢})} = \frac{\frac{١}{٢}}{\pi جتا \frac{\pi}{٢} - ٢} = -\frac{١}{٤}$$

$$\text{ميل العمودي} = \frac{-١}{\text{ميل المماس}} = ٤$$

معادلة العمودي على المماس هي $ص - \frac{١}{٢} = ٤(س - ٢) \Leftarrow ص = ٤س - \frac{١٥}{٢}$

ب $ن(س) = \frac{١}{٢} س^{٤} - ٣س^{٣} + ١٢س، س \in [-٣، ٧]$

ن متصل لانه كثير حدود

$$\Leftarrow ن'(س) = ٢س^{٣} - ٩س^{٢} + ١٢$$

$ن''(س) = ٦س^{٢} - ١٨س$ نضع $ن''(س) = ٠ \Leftarrow ٦س^{٢} - ١٨س = ٠ \Leftarrow ٦س(س - ٣) = ٠$

اما $س = ٠$ أو $س = ٣$

ن يكون مقعراً للاسفل في $]٠، ٣[$ ، ومقعراً للأعلى في $]-٣، ٠[$ وكذلك في $]٣، ٧[$

اشارة ن'' ← +++ (-٣) --- (٠) --- (٣) +++ (٧)

بما أن ن متصل ويغير اتجاه تقعره عند س= ٠، ٣

هناك نقطتا انعطاف هما $(٠، ن(٠)) = (٠، ٠)$ ،

$$(٣، ن(٣)) = (٣، \frac{-٩}{٢})$$

السؤال الخامس:

أ) $ن(س) = أ س^{٣} + ٣س^{٢} + ٢ب$

$ن'(س) = ٣أ س^{٢} + ٦س$

$ن''(س) = ٦ أ س + ٦ \Leftarrow$ له نقطة انعطاف عند س=١

$\Leftarrow ن''(١) = ٠ \Leftarrow ٦أ + ٦ = ٠ \Leftarrow أ = -١$

يصبح $ن(س) = -س^{٣} + ٣س^{٢} + ٢ب$، $ن'(س) = -٣ س^{٢} + ٦س$

بوضع $ن'(س) = ٠ \Leftarrow ٣س(٢ - س) = ٠ \Leftarrow$ أما س = ٠ أو س = ٢

↘ -- ٠ ↗ ++ ٢ ↘ -- ←

$ن(٢) = ٨$ (قيمة عظمى محلية) $\Leftarrow -٨ + ١٢ + ٢ب = ٨ \Leftarrow ٢ب = ٤ \Leftarrow ب = ٢$

ب) ١. $\lim_{س \to ٠} \frac{ق٢س - ١}{س^{٢}} = \frac{٠}{٠}$

باستخدام لوبيتال $\Leftarrow \lim_{س \to ٠} \frac{ق٢س - ١}{س^{٢}} = \lim_{س \to ٠} \frac{ق٢س ظا٢س}{س} = \frac{٠}{٠}$

باستخدام لوبيتال مرة آخرى $\lim_{س \to ٠} \frac{ق٢س - ١}{س^{٢}} = \lim_{س \to ٠} \frac{٢ق٢س ظا^{٢}٢س + ٢ق^{٣}٢س}{١} = ٠ + ٢ = ٢$

٢. $ع^{٢} = ١ + ٨ \sqrt{أ ف + ن}$

$\Leftarrow ٢ع ت = \frac{٨(ع + ١)}{٢\sqrt{أ ف + ن}}$

عندما ع = ٥ $\Leftarrow ٢٥ = ١ + ٨\sqrt{أ ف + ن} \Leftarrow \sqrt{أ ف + ن} = ٣$

$\therefore ٢ \times ٥ ت = \frac{٨(٦)}{٣ \times ٢} \Leftarrow ١٠ ت = ٨ \Leftarrow ت = \frac{٨}{١٠} = \frac{٤}{٥}$ م/ث^{٢}

السؤال السادس:

أ) $ن(س) = \begin{cases} \frac{٣}{٢ - س} & ، س < ١ \\ ب س^{٢} + أ س - ١ & ، س \leq ١ \end{cases}$، بما أن ن قابل للاشتقاق على ع

$\Leftarrow ن'(١)$ موجودة فإن

١) ن يكون متصلا عند س = ١

أي $\lim_{س \to ١^{+}} ن(س) = \lim_{س \to ١^{-}} ن(س) \Leftarrow ب + أ - ١ = \frac{٣}{١ - ٢}$

أي ب + أ = ٤ ← (١)

٢) كذلك $ن'(١)^{+} = ن'(١)^{-}$

حيث $ن'(س) = \begin{cases} \frac{٣}{(٢ - س)^{٢}} & ، س < ١ \\ ٢ب س + أ & ، س < ١ \end{cases}$

$\Leftarrow ٢ب + أ = ٣ \leftarrow (٢)$

وبحل المعادلتين (١)، (٢) ينتج أن ب = -١، أ = ٥

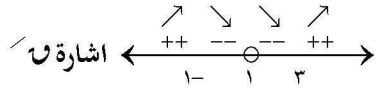
$$ن(س)=\begin{cases}\frac{٣}{٢-س} & ،س<١\\ -س^{٢}+٥س-١ & ،س\leq ١\end{cases}\Leftarrow ن'(س)=\begin{cases}\frac{٣}{(٢-س)^{٢}} & ،س<١\\ -٢س+٥ & ،س>١\end{cases}$$

$$(ن\circ ن)'(٠)=ن'(ن(٠))\times ن'(٠)=ن'(\frac{٣}{٢})\times\frac{٣}{٤}\times٢=\frac{٣}{٢}$$

ب $ن(س)=\frac{س^{٢}+٣}{س-١}$، $س\neq١$ متصل على $ح-\{١\}$

$$\Leftarrow ن'(س)=\frac{س^{٢}-٢س-٣}{(س-١)^{٢}}=٠\Leftarrow \text{البسط}=٠$$

$$\Leftarrow س^{٢}-٢س-٣=٠\Leftarrow (س-٣)(س+١)=٠\Leftarrow س=٣، س=-١$$



$ن(-١)=-٢$ قيمة عظمى محلية

$ن(٣)=٦$ قيمة صغرى محلية

السؤال السابع:

أ $ك'(س)=هـ^{ن(س).م'(س)}$ في $[٢، ٦]$

$ك''(س)=(ن(س)م''(س)+ن'(س)م'(س))هـ^{ن.م'}$

من الشكل المجاور $م'(س)>٠$ لأن $م$ متزايد، $ن'(س)>٠$ لأن $ن$ متزايد،

$م''<٠$ لأن $م$ مقعر للأسفل ، $ن>٠$ لأنه تحت السينات

$ك''(س)=$((سالب× سالب) + (موجب× موجب) × موجب = موجب × موجب = موجب

بما أن $ك''(س)>٠\Leftarrow ك$ مقعر للأعلى في $]٢، ٦[$

ب $ص+سص=$جتاس نشتق

$ص'+١ص+سص'=-$جاس نشتق مرة أخرى

$ص''+ص'+ص'+سص''=-$جتاس

$ص''(١+س)+٢ص'=-(ص+سص)=-ص(س+١)$

$\Leftarrow ص''(١+س)+ص(١+س)=-٢ص'$

$$(ص''+ص)(١+س)=-٢ص'\Leftarrow ص''+ص=\frac{-٢ص'}{س+١}$$

جـ $ن(س)=$اجا$(\frac{\pi}{٤}س)$، $هـ(س)=٢\sqrt{س}+١$

$$ن'(س)=\frac{\pi}{٤}$اجتا$\frac{\pi}{٤}س$، $هـ'(س)=\frac{١}{\sqrt{س}}\Leftarrow هـ'(١)=١$، $هـ(١)=٣$

$$(ن\circ هـ)'(١)=ن'(هـ(١))\times هـ'(١)$$

$$=ن'(٣)\times هـ'(١)=\sqrt{٢}$$

$$=\frac{\pi}{٤}$اجتا$\frac{\pi ٣}{٤}\times١=\sqrt{٢}$$

$$\Leftarrow \frac{\pi}{٤}$ا$\times\frac{-١}{\sqrt{٢}}=\sqrt{٢}\Leftarrow \frac{\pi}{٤}$ا$=-٢\Leftarrow$ ا$=\frac{-٨}{\pi}$

السؤال الثامن:

أ $س^{٢} = لـو_{هـ} س^{٢}ص ، س ، ص > ٠$

نشتق $٢س = \frac{٢}{س} + \frac{ص'}{ص}$

عندما $س = ١ \Leftarrow ١ = لـو_{هـ} ١ + لـو_{هـ} ص \Leftarrow ص = هـ$

$\Leftarrow ٢ \times ١ = \frac{٢}{١} + \frac{ص'}{هـ} \Leftarrow \frac{ص'}{هـ} = ٠ \Leftarrow ص' = ٠$

ميل المماس لمنحنى العلاقة يساوي صفر $\Leftarrow$ المماس أفقي عند $س = ١$

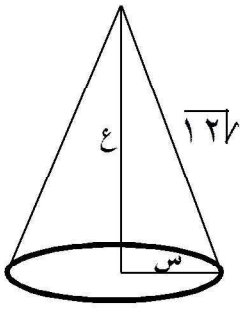
ب $هـ(س) = (س - ١)(س + ١)(س^{٢} + س + ١)(س^{٢} - س + ١)$

$= (س - ١)(س^{٢} + س + ١)(س + ١)(س^{٢} - س + ١)$

$= (س^{٣} - ١)(س^{٣} + ١) = س^{٦} - ١$

$هـ'(س) = ٦س^{٥} \Leftarrow هـ'(٢) = ٦ \times ٣٢ = ١٩٢$

جـ نفرض نصف قطر قاعدة المخروط س وارتفاعه ع



$\Leftarrow س^{٢} + ع^{٢} = ١٢$

$ح = \frac{\pi}{٣} س^{٢} ع$ لكن $س^{٢} = ١٢ - ع^{٢}$

$ح = \frac{\pi}{٣}(١٢ - ع^{٢}) ع = \frac{\pi}{٣}(١٢ ع - ع^{٣})$

$ح' = \frac{\pi}{٣}(١٢ - ٣ع^{٢}) = ٠ \Leftarrow ٣ع^{٢} = ١٢ \Leftarrow ع = ٢$ سم $س = \sqrt{٨}$ سم

$ح'' = \frac{\pi}{٣}(-٦ع) \Leftarrow ح''|_{ع=٢} = \frac{\pi}{٣}(-١٢) < ٠ \Leftarrow$ يوجد عند $ع = ٢$ قيمة عظمى

$\therefore$ أكبر حجم هو $ع = \frac{\pi}{٣}(٨)(٢) = \frac{١٦}{٣}\pi$ سم^{٣}

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
المبحث: الرياضيات
الورقة الثانية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة
لعام ٢٠٢١-الدورة الثانية

مدة الامتحان : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة
اليوم : الاربعاء
التاريخ:١٨ / ٨/ ٢٠٢١م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ثمانية) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (ستة) أسئلة،وعلى المشترك أن يجيب(أربعة)منها، على أن يكون السؤال الأول (الموضوعي)منها إجبارياً

السؤال الأول:(٢٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(١٠) فقرات من نوع اختيار من متعدد ، من أربعة بدائل، اختر رمز الإجابة الصحيحة، ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) إذا كانت $\begin{bmatrix} س^{٢} & ٨ \\ ٦ & ١٠ \end{bmatrix} = ٢\begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ص & ٥ \end{bmatrix}$، فما قيمة المقدار $\sqrt{س^{٢}} + ص$

أ) ٧ ب) -١ ج) ١ د) ٥

٢) إذا كانت $أ$ مصفوفة مربعة منفردة، فما هي المصفوفة $أ^{-١}$ من الآتية؟

أ) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$

٣) إذا كانت س مصفوفة غير منفردة من الرتبة ٢ بحيث $س^{٢} = س$ ، ما المصفوفة س من بين الآتية؟

أ) $س = س^{-١}$ ب) $س = م^{٢}$ ج) $س = -م^{٢}$ د) $س = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$

٤) إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٤ & -١ & ٥ \\ ٦ & -٣ & ٩ \\ ٢ & ٧ & -١ \end{bmatrix}$، فما قيمة المقدار $أ_{٣٢} - أ_{٢٣}$؟

أ) -١٦ ب) -٢ ج) ٢ د) ١٦

٥) إذا كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[-١، ٥]$، وكانت الفترة الجزئية الرابعة هي $\left[٠، \frac{١}{٣}\right]$ ، فما عدد عناصر التجزئة $\sigma_{ن}$؟

أ) ١٧ ب) ١٨ ج) ١٩ د) ٢٠

٦) إذا كان $م(س)$ اقتراناً أصلياً للاقتران $ن(س) = \frac{١}{٣ - س}$ ، $س \neq ٣$ ، فما هو الاقتران $م(س)$ من الآتية؟

أ) $-لـو_{هـ}|٣ - س|$ ب) $\frac{١}{(٣-س)^{٢}}$ ج) $لـو_{هـ}|٣ - س|$ د) $\frac{-١}{(٣-س)^{٢}}$

٧) إذا كان $م(س)، هـ(س)$ اقترانين أصليين للاقتران المتصل $ن(س)$ وكان $\int_{١}^{٥} \left(\frac{س}{م(س) - هـ(س)}\right) ﻫ س = ٢$ ،

فما قيمة $م(١) - هـ(١)$ ؟

أ) -٦ ب) -٢ ج) ٢ د) ٦

٨) إذا كان $\int_{١}^{٣} ن(س) ﻫ س = ٣$ ، فما قيمة $\int_{٢}^{٤} (ن(س-١) + ١) ﻫ س$؟

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٥ د) ٦

أ. جهاد عدوان
أ. فاطمة الأسطل

٩) إذا كان ق(س) اقتراناً متصلاً على ح، ويمر بالنقطة (−٢، −٥) وكان $\int_{-٢}^{٣} (ق(س) + س ق'(س)) ء س = ١٧$

فما قيمة ق(٣)؟

أ) $\frac{١}{٤}$ ب) ١ ج) ٢ د) ٩

١٠) أي من الآتية يساوي $\int ٥(١-س)(١+س)(١+س^{٢}) ء س$؟

أ) $٥س - س^{٥} + جـ$ ب) $س - \frac{١}{٥} س^{٥} + جـ$ ج) $١ - س^{٤} + جـ$ د) $٥س + \frac{٥}{٣} س^{٣} + جـ$

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) ١. استخدم تعريف التكامل المحدود في ايجاد قيمة $\int_{-٣}^{٥} (٢س + ٤) ء س$

٢. إذا كان $\int_{١}^{٣} (٢س + ك(س)) ء س = \int_{ب}^{١} (٤ - ك(س)) ء س$، فما قيمة $\int_{ب}^{٣} ٣ ك(س) ء س$؟

ب) حل نظام المعادلات الآتي بطريقة النظير الضربي: ٢س + ص = ١، ٢ص + س − ٥ = ٠

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} [\frac{١}{٣} س + ٤] & ، ٠ \leq س < ٣ \\ ٢س - ٦ & ، ٣ \leq س \leq ٦ \end{cases}$، فجد:

١. الاقتران المكامل ت(س) للاقتران ق(س) ٢. $\int_{١}^{٤} (ق(س) - ٣س^{٢}) ء س$

ب) إذا كانت $٢س + \begin{bmatrix} ٥ & -٤ \\ -٢ & ب \end{bmatrix} = و + ٣م^{٢}$، فجد قيمة الثابت ب التي تجعل المصفوفة س منفردة

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ٦ & ١٠ \end{bmatrix}$، $ب = \begin{bmatrix} ١ & ٦ \\ ١٠ & ٤ \end{bmatrix}$، وكان $\frac{١}{٢} أ = (ب - جـ)^{-١}$، فجد المصفوفة جـ.

ب) ١. تحرك جسم في خط مستقيم من نقطة الأصل مبتعداً عنها بسرعة ابتدائية مقدارها ٣م/ث، فإذا كان تسارعه في أي لحظة يساوي ٦ن قدم/ث^{٢}، فما المسافة التي قطعها الجسم خلال ٥ ثواني من بدء الحركة؟

٢. جد $\int ظا^{٣} س ء س$

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) ١. إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ -٥ & -٤ \end{bmatrix}$ أوجد المصفوفة س بحيث يكون س.أ = أ^{٣} − ٤م^{٢}

٢. إذا كان $\int ق(س) ء س = أس^{٢} + ب س + س لـو_{٣} س$، وكان ق(١) = ٢ ، ق'$(\frac{١}{٢})$ = ٦، فجد أ، ب.

ب) إذا كانت $\sigma_{١٢}$ تجزئة منتظمة للفترة [١، ٨]، وكان العنصر التاسع فيها يساوي مثني العنصر الثالث، فما قيمة الثابت أ ؟

السؤال السادس :(٢٠ علامة)

أ) باستخدام التكامل احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقترانين ن(س) = |٢س − ٤|،
والمستقيم ص = ٥ − س

ب) ١. إذا كانت ا = $\begin{bmatrix} ٣ & ٥ \\ ٢ & ٦ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ٧ \\ ٣- & ١ \end{bmatrix}$ ، ك = $\begin{bmatrix} س^{٢} & س \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ ، فجد قيم س بحيث |ك| = |ا − ب|

٢. إذا كان ن(س) اقتراناً متصلاً في الفترة [١، ٣]، وكان −٥ ≤ ن(س) ≤ ٢، فبيّن أن

$$٨ \geq \int_{١}^{٣} (٢ن^{٢}(س) + ٤) د س \geq ١٠٨$$

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال السابع: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان س مصفوفة مربعة وغير منفردة من الرتبة٢، وكان $س_{٢٢} = ك س_{١١}$ ، $س_{١١} \neq ٠$، احسب قيمة الثابت ك
التي تجعل $|س + م_{٢}| = |س| + |م_{٢}|$

ب) جد $\int_{هـ}^{لـو} ٢س^{٣} (س^{٢} + ١) د س$

ج) إذا كان ن(س) اقترانا معرفا ومحدودا في الفترة [٠، ١٠]، وكانت $\sigma_{٠.٢}$ تجزئة منتظمة للفترة [٠، ١٠] بحيث
$ر(\sigma_{٠.٢}، ن) = ٢٧$ عندما $س_{ر}^{*} = س_{ر}$ ، وكانت $ر(\sigma_{٠.٢}، ن) = ١٦$ عندما $س_{ر}^{*} = س_{ر-١}$ ،
ما قيمة المقدار ن(١٠) − ن(٠)؟

السؤال الثامن: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $\int_{ب}^{٢} ٣س ن'(س) هـ^{ن(س)} د س = ١٢ هـ$ ، ن(٢) = ١، فما قيمة $\int_{ب}^{٢} هـ^{ن(س)} د س$؟

ب) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ن(س) عند أي نقطة عليه يساوي $ب ق ا^{٢} س$ ، جد قاعدة الاقتران ن(س)
علماً بأن منحناه يمر بالنقطتين $(\frac{\pi}{٤}، ٣)$ ، $(\frac{\pi ٧}{٤}، -١)$

ج) عند حل معادلتين خطيتين بالمتغيرين س، ص بطريقة كريمر وجد أن:
ا.اس = $\begin{bmatrix} ١١ & ١- \\ ١٠ & ١٢- \end{bmatrix}$ ، اس.اس = $\begin{bmatrix} ٢١ & ٧- \\ ٢٨ & ١٤- \end{bmatrix}$ ، فما قيمة المتغير ص؟

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	د	ب	ب	ج	ج	أ	د	ج	د	أ

الحل التفصيلي:

١) $\begin{bmatrix} س^{٢} & ٨ \\ ٦ & ١٠ \end{bmatrix} = ٢\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ص & ٥ \end{bmatrix} \Leftarrow \begin{bmatrix} س^{٢} & ٨ \\ ٦ & ١٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٨ \\ ٢ص & ١٠ \end{bmatrix}$

$\Leftarrow س^{٢} = ٤ \leftarrow س = \pm ٢$ ، $٢ص = ٦ \leftarrow ص = ٣$

المقدار $\sqrt{س^{٢}} + ص = \sqrt{٤} + ٣ = ٢ + ٣ = ٥$

رمز الاجابة : ﺩ

٢) أ) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} \Leftarrow$ المحدد $= ١ \times ١ - ٠ \times ٠ = ١$

ب) $\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} \Leftarrow$ المحدد $= ٠ \times ٠ - ١ \times ١ = -١$

ج) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} \Leftarrow$ المحدد $= ١ \times ١ - ٠ \times ٠ = ١$

د) $\begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix} \Leftarrow$ المحدد $= ٢ \times ٣ - ١ \times ٥ = ١$

رمز الاجابة : ب

٣) $س^{٢} = س \Leftarrow س \times س = س$ الضرب في $س^{-١}$

$\Leftarrow س^{-١} \times س \times س = س^{-١} \times س \Leftarrow ك_{٢} \times س = ك_{٢} \Leftarrow س = ك_{٢}$

رمز الاجابة : ب

٤) $ا_{٣٣} - ا_{٢٣} = ٩ - ٧ = ٢$

رمز الاجابة : ج

٥) $ا = -١$ ، $ب = ٥$ ، طول الفترة الجزئية $= ل = \frac{١}{٣}$

$ل = \frac{ب - ا}{ن} \Leftarrow \frac{١}{٣} = \frac{٥ - (-١)}{ن} \Leftarrow \frac{٦}{ن} = \frac{١}{٣} \Leftarrow ن = ١٨$

∴ عدد عناصر التجزئة $= ١٩$

رمز الاجابة : ج

٦) $ك(س)$ هو اقتران أصلي للاقتران $ق(س) \Leftarrow ك(س) = \int ق(س) د س = \int \frac{١}{٣ - س} د س$

$= - \int \frac{-١}{٣ - س} د س$ (بضرب البسط والمقام في -١)

$= - لـو_{هـ} |٣ - س| + جـ$

(هناك حل آخر بالتعويض)

رمز الاجابة : ا

٧) $\text{ك}(س)، \text{هـ}(س)$ اقترانين أصليين للاقتران المتصل $\text{ن}(س) \Leftarrow \text{ك}(س) - \text{هـ}(س) = \text{جـ}$

$$\int_{١}^{٥} \left(\frac{س}{\text{ك}(س) - \text{هـ}(س)}\right) ؘس = ٢ \Leftarrow \int_{١}^{٥} \left(\frac{س}{\text{جـ}}\right) ؘس = ٢ \Leftarrow \frac{١}{\text{جـ}} \times \frac{س^{٢}}{٢}\Big|_{١}^{٥} = ٢$$

$$\Leftarrow \frac{٢٥}{٢\text{جـ}} - \frac{١}{٢\text{جـ}} = ٢ \Leftarrow \frac{١٢}{\text{جـ}} = ٢ \Leftarrow \text{جـ} = ٦$$

$$\Leftarrow \text{ك}(س) - \text{هـ}(س) = ٦ \quad \therefore \text{ك}(س) - \text{هـ}(س) = ٦$$

رمز الاجابة : ؘ

٨) $$\int_{٢}^{٤} (\text{ن}(س-١)+١) ؘس = \int_{٢}^{٤} \text{ن}(س-١) ؘس + \int_{٢}^{٤} ١ ؘس$$

$$= \int_{١}^{٣} \text{ن}(س) ؘس + ١(٤-٢) = ٣ + ٢ = ٥$$

رمز الاجابة : جـ

٩) $$\int_{-٢}^{٣} (\text{ن}(س) + س\,\text{ن}'(س)) ؘس = ١٧$$

نلاحظ أن $\text{ن}(س) + س\,\text{ن}'(س) = (س\,\text{ن}(س))'$

$$\int_{-٢}^{٣} (س\,\text{ن}(س))' ؘس = ١٧ \Leftarrow س\,\text{ن}(س)\Big|_{-٢}^{٣} = ١٧$$

$$\Leftarrow ٣\,\text{ن}(٣) + ٢\,\text{ن}(-٢) = ١٧ \Leftarrow ٣\,\text{ن}(٣) + ٢ \times ٥ = ١٧$$

$$\Leftarrow ٣\,\text{ن}(٣) = ٢٧ \Leftarrow \text{ن}(٣) = ٩$$

رمز الاجابة : ؘ

١٠) $$\int_{-٣}^{٥} (١-س)(١+س)(١+س^{٢}) ؘس = \int_{-٣}^{٥} (١-س^{٢})(١+س^{٢}) ؘس = \int_{-٣}^{٥} (١-س^{٤}) ؘس$$

$$= ٥(س - \frac{س^{٥}}{٥}) + \text{جـ} = ٥س - س^{٥} + \text{جـ}$$

رمز الاجابة : أ

السؤال الثاني:

أ) ١) $$\int_{-٣}^{٥} (٢س + ٤) ؘس$$

نفرض $\text{ن}(س) = ٢س + ٤$، $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[-٣، ٥]$، باعتبار $س_{ر}^{*} = س_{ر}$

$$س_{ر}^{*} = س_{ر} = ١ + (\frac{ب - ا}{ن}) ر = -٣ + \frac{٨}{ن} ر$$

$$\text{ك}(\sigma_{ن}، \text{ن}) = \frac{ب - ا}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} \text{ن}(س_{ر}^{*}) = \frac{٨}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} \left(٢(-٣ + \frac{٨}{ن} ر) + ٤\right) = \frac{٨}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} (-٢ + \frac{١٦}{ن} ر)$$

$$= \frac{٨}{ن}(-٢ن + \frac{١٦}{ن} \cdot \frac{ن(ن+١)}{٢}) = \frac{٨}{ن}(-٢ن + ٨ن + ٨) = ٤٨ + \frac{٦٤}{ن}$$

$$\int_{-٣}^{٥} \text{ن}(س_{ر}) ؘس = \text{نهـا}_{ن \to \infty} \text{ك}(\sigma_{ن}، \text{ن}) = \text{نهـا}_{ن \to \infty} (٤٨ + \frac{٦٤}{ن}) = ٤٨ + ٠ = ٤٨$$

٢) $\int_{١}^{٣}(٢س+ك(س))دس = \int_{١}^{٠}(٤-ك(س))دس$

$$٢(\frac{٣^{٢}-١^{٢}}{٢})+\int_{١}^{٣}ك(س)دس = ٤(١-٠)-\int_{١}^{٠}ك(س)دس$$

$$٨+\int_{١}^{٣}ك(س)دس = ٤-\int_{١}^{٠}ك(س)دس \Leftarrow \int_{١}^{٠}ك(س)دس+\int_{١}^{٣}ك(س)دس = ٤-٨$$

$$\Leftarrow \int_{٠}^{٣}ك(س)دس = -٤ \qquad \therefore \int_{٠}^{٣}٣ك(س)دس = ٣\times\int_{٠}^{٣}ك(س)دس = ٣\times-٤ = -١٢$$

ب

$$٢س+ص = ١$$
$$س+٢ص = ٥$$

$$\Leftarrow \begin{bmatrix}٢ & ١\\ ١ & ٢\end{bmatrix}\begin{bmatrix}س\\ ص\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}١\\ ٥\end{bmatrix}$$ وهي على صورة $أ.\begin{bmatrix}س\\ ص\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-١٩\\ ١٢\end{bmatrix}$

$$أ = \begin{bmatrix}٢ & ١\\ ٢ & ١\end{bmatrix} \Leftarrow |أ| = (٢\times٢)-(١\times١) = ٣$$

$$أ^{-١} = \frac{١}{٣}\begin{bmatrix}-١ & ٢\\ ٢ & -١\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\frac{١}{٣} & \frac{٢}{٣}\\ \frac{٢}{٣} & -\frac{١}{٣}\end{bmatrix}$$

$$أ^{-١}.أ.\begin{bmatrix}س\\ ص\end{bmatrix} = أ^{-١}.\begin{bmatrix}١\\ ٥\end{bmatrix}$$

$$م_{٢}.\begin{bmatrix}س\\ ص\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}١\\ ٥\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-\frac{١}{٣} & \frac{٢}{٣}\\ \frac{٢}{٣} & -\frac{١}{٣}\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}س\\ ص\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{٥}{٣}-\frac{٢}{٣}\\ \frac{١٠}{٣}+\frac{-١}{٣}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-١\\ ٣\end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow س = -١ ، ص = ٣$$

السؤال الثالث:

أ $ن(س) = \begin{cases} \left[\frac{١}{٣}س + ٤\right] & ، ٠ \geq س < ٣ \\ ٢س - ٦ & ، ٣ \geq س \geq ٦ \end{cases} = \begin{cases} ٤ & ، ٠ \geq س < ٣ \\ ٢س - ٦ & ، ٣ \geq س \geq ٦ \end{cases}$

١) $ت(س) = \begin{cases} \int_{ب}^{س} ٤ \, ص & ، ٠ \geq س < ٣ \\ \int_{ب}^{٣} ٤ \, ص + \int_{٣}^{س} (٢ص - ٦) \, ص & ، ٣ \geq س \geq ٦ \end{cases}$

$= \begin{cases} ٤س & ، ٠ \geq س < ٣ \\ ١٢ + ٢(\frac{س^٢ - ٣^٢}{٢}) - ٦(س - ٣) & ، ٣ \geq س \geq ٦ \end{cases}$

$= \begin{cases} ٤س & ، ٠ \geq س < ٣ \\ س^٢ - ٦س + ٢١ & ، ٣ \geq س \geq ٦ \end{cases}$

٢) $\int_{١}^{٤} (ن(س) - ٣س^٢) \, ص س = \int_{١}^{٤} ن(س) \, ص س - ٣ \times \frac{٤^٣ - ١^٣}{٣}$

$= ت(٤) - ت(١) - ٦٣ = (٤^٢ - ٦ \times ٤ + ٢١) - (٤ \times ١) - ٦٣ = -٥٤$

ب $٢س + \begin{bmatrix} ٥ & ٠ \\ -٢ & ب \end{bmatrix} = و + ٣م^٢$

$٢س + \begin{bmatrix} ٥ & ٠ \\ -٢ & ب \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix} + ٣\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$

$٢س + \begin{bmatrix} ٥ & ٠ \\ -٢ & ب \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$

$٢س = \begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٥ & ٤- \\ ب & ٢- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢- & ٤ \\ ٢ & ٣ - ب \end{bmatrix}$

$س = \frac{١}{٢}\begin{bmatrix} ٢- & ٤ \\ ٢ & ٣ - ب \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١- & ٢ \\ ١ & \frac{٣ - ب}{٢} \end{bmatrix}$

س منفردة $\Leftarrow |س| = ٠$

$\Leftarrow (-١ \times \frac{٣ - ب}{٢}) - (٢ \times ١) = ٠ \Leftarrow \frac{-٣ + ب}{٢} = ٢ \Leftarrow ب = ٧$

السؤال الرابع:

أ $\frac{1}{2}$ أ $= (ب - جـ)^{-1} \Leftarrow \left(\frac{1}{2}أ\right)^{-1} = \left((ب - جـ)^{-1}\right)^{-1} \Leftarrow 2أ^{-1} = ب - جـ$

$\Leftarrow$ **$جـ = ب - 2أ^{-1}$**

نجد $أ^{-1}$: $|أ| = 2 \times 10 - 4 \times 6 = -4$

$$أ^{-1} = \frac{1}{-4}\begin{bmatrix} 10 & -5 \\ -6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{10}{4} & 1 \\ \frac{6}{4} & -\frac{2}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & 1 \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$2أ^{-1} = 2\begin{bmatrix} \frac{5}{2} & 1 \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$جـ = ب - 2أ^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 10 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$$

ب ١) $ع(0) = 3$ م/ث، $ت(ن) = 6ن$ م/ث^2 ، $ف(0) = 0$ ما المسافة المقطوعة خلال اول خمس ثواني

$$ع(ن) = \int ت(ن)\,د ن = \int 6ن\,د ن = \frac{6ن^2}{2} + جـ_1 = 3ن^2 + جـ_1$$

$$ع(0) = 3 \times (0)^2 + جـ_1 = 3 \Leftarrow جـ_1 = 3$$

$$ع(ن) = 3ن^2 + 3$$

$$ف(ن) = \int ع(ن)\,د ن = \int (3ن^2 + 3)\,د ن = \frac{3ن^3}{3} + 3ن + جـ_2 = ن^3 + 3ن + جـ_2$$

$$ف(0) = 0 \Leftarrow جـ_2 = 0 \Leftarrow ف(ن) = ن^3 + 3ن$$

$ع(ن) = 3ن^2 + 3 \neq 0 \ \forall ن \in ع \Leftarrow$ الجسم لا يغير اتجاه حركته

$ف(5) = 5^3 + 3 \times 5 = 140$ م

٢) $\int ظا^3 س\,د س = \int ظاس ظا^2 س\,د س = \int ظاس(قا^2 س - 1)\,د س$

$$= \int ظاس قا^2 س\,د س - \int ظاس\,د س$$

$قا^2 س = \frac{د}{د س} ظاس \rightarrow \int ظاس قا^2 س\,د س = \frac{1}{2} ظا^2 س$ (حسب النظرية)

ويمكن ايجاد $\int ظاس قا^2 س\,د س$ بالتعويض

$$\int ظاس\,د س = \int \frac{جاس}{جتاس}\,د س = -لو_هـ |جتاس| \quad \text{(حسب النظرية)}$$

ويمكن ايجاد $\int ظاس\,د س$ بالتعويض

$$\therefore \int ظا^3 س\,د س = \int ظاس قا^2 س\,د س - \int ظاس\,د س = \frac{1}{2} ظا^2 س + لـو_هـ |جتاس| + جـ \ ، \ جـ \in ع$$

السؤال الخامس:

أ ١. $س.أ = أ^{٣} - ٤م_{٢} \Leftarrow س.(أ.أ^{-١}) = (أ^{٣} - ٤م_{٢}).أ^{-١}$

$س.م_{٢} = أ^{٣}.أ^{-١} - ٤م_{٢}.أ^{-١} \Leftarrow س = أ^{٢} - ٤أ^{-١}$

$$أ^{٢} = \begin{bmatrix} ٢ & -٥ \\ ٢ & -٤ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٢ & -٥ \\ ٢ & -٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٦ & ١٠ \\ -٤ & ٦ \end{bmatrix}$$

$$|أ| = (٢ \times ٢) - (-٥ \times ٢) = ٢$$

$$أ^{-١} = \frac{١}{٢}\begin{bmatrix} -٤ & ٥ \\ -٢ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٢ & \frac{٥}{٢} \\ -١ & ١ \end{bmatrix}$$

$$س = أ^{٢} - ٤أ^{-١} = \begin{bmatrix} -٦ & ١٠ \\ -٤ & ٦ \end{bmatrix} - ٤\begin{bmatrix} -٢ & \frac{٥}{٢} \\ -١ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$$

٢. $\int ن(س)ى س = أ س^{٢} + ب س + س لـو_{هـ} س$، $ن(١) = ٢$ ، $ن'(\frac{١}{٢}) = ٦$

$ن(س) = ٢أ س + ب + (س \times \frac{١}{س} + ١ \times لـو_{هـ} س) = ٢أ س + ب + ١ + لـو_{هـ} س$

$ن(١) = ٢أ + ب + ١ + ٠ \Leftarrow ٢ = ٢أ + ب + ١$

$٢أ + ب = ١ \leftarrow (١)$

$ن'(س) = ٢أ + \frac{١}{س}$

$\Leftarrow ن'(\frac{١}{٢}) = ٢أ + ٢ \Leftarrow ٦ = ٢أ + ٢ \Leftarrow أ = ٢$

نعوض عن قيمة أ في (١) $٢ \times ٢ + ب = ١ \Leftarrow ب = -٣$

ب $\sigma_{١٢}$ تجزئة منتظمة للفترة $[أ ، ٨]$، $س_{ر} = أ + \frac{٨ - أ}{١٢} ر$

العنصر التاسع = مثلي العنصر الثالث $\Leftarrow س_{٨} = ٢ \times س_{٢} \Leftarrow أ + \frac{٨ - أ}{١٢} \times ٨ = ٢ \times (أ + \frac{٨ - أ}{١٢} \times ٢)$

$\Leftarrow أ + \frac{٢(٨ - أ)}{٣} = ٢أ + \frac{٨ - أ}{٣} \Leftarrow ٢(\frac{٨ - أ}{٣}) - \frac{٨ - أ}{٣} = ٢أ - أ$

$\Leftarrow \frac{٨ - أ}{٣} = أ \Leftarrow ٨ - أ = ٣أ \Leftarrow أ = ٢$

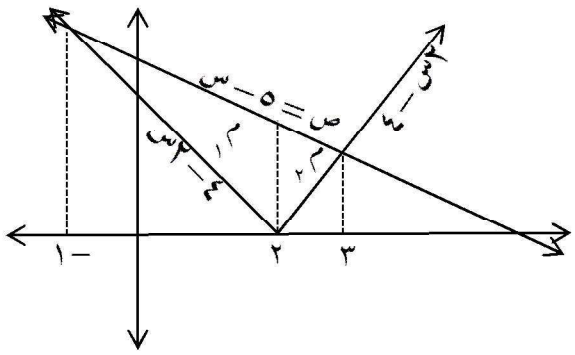
السؤال السادس:

أ) $ن(س) = |٢س - ٤| = \begin{cases} ٢س - ٤ ، س \le ٢ \\ ٤ - ٢س ، س > ٢ \end{cases}$

نجد نقاط تقاطع $ن(س)$ ، $س = ٥ - س$

عندما $س \le ٢$: $٢س - ٤ - ٥ + س = ٠ \Leftarrow س = ٣$

عندما $س > ٢$: $٤ - ٢س - ٥ + س = ٠ \Leftarrow س = -١$



$م_١ = \int_{-١}^{٢} (٥ - س - ٤ + ٢س) ء س = \int_{-١}^{٢} (١ + س) ء س$

$= ١(٢ + ١) + \frac{٢^٢ - (-١)^٢}{٢} = ٣ + \frac{٣}{٢} = \frac{٩}{٢}$ وحدة مربعة

$م_٢ = \int_{٢}^{٣} (٥ - س - ٢س + ٤) ء س = \int_{٢}^{٣} (٩ - ٣س) ء س$

$= ٩(٣ - ٢) - ٣ \times \frac{٣^٢ - ٢^٢}{٢} = ٩ - \frac{١٥}{٢} = \frac{٣}{٢}$ وحدة مربعة

المساحة المحصورة بين منحنيي $ن(س)$ ، $ص = م_١ + م_٢ = \frac{٩}{٢} + \frac{٣}{٢} = \frac{١٢}{٢} = ٦$ وحدة مربعة

ب) ١. $أ - ب = \begin{bmatrix} ٣ & ٥ \\ ٢ & ٦ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢ & ٧ \\ -٣ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & -٢ \\ ٥ & ٥ \end{bmatrix}$

$|أ - ب| = (١ \times ٥) - (-٢ \times ٥) = ١٥$

$|ك| = \begin{vmatrix} س^٢ & س \\ ٢ & ١ \end{vmatrix} = س^٢ - ٢س$

$|ك| = |أ - ب| \Leftarrow س^٢ - ٢س = ١٥ \Leftarrow س^٢ - ٢س - ١٥ = ٠$

$\Leftarrow (س - ٥)(س + ٣) = ٠ \Leftarrow س = ٥ ، س = -٣$

٢. $-٥ \le ن(س) \le ٢$ ، $ن$ متصل في $[١ ، ٣]$

$\Leftarrow ٠ \le ن^٢(س) \le ٢٥ \Leftarrow ٠ \le ٢ن^٢(س) \le ٥٠$

$\Leftarrow ٤ \le ٢ن^٢(س) + ٤ \le ٥٤$

$\int_{١}^{٣} ٤ ء س \le \int_{١}^{٣} (٢ن^٢(س) + ٤) ء س \le \int_{١}^{٣} ٥٤ ء س$

$\Leftarrow ٤(٣ - ١) \le \int_{١}^{٣} (٢ن^٢(س) + ٤) ء س \le ٥٤(٣ - ١) \Leftarrow ٨ \le \int_{١}^{٣} (٢ن^٢(س) + ٤) ء س \le ١٠٨$

السؤال السابع:

أ) $س_{٢٢} = ك س_{١١}$ ، $س_{١١} \neq ٠$

$$س = \begin{bmatrix} س_{١١} & س_{٢١} \\ س_{١٢} & ك س_{١١} \end{bmatrix} ، |س| = ك س_{١١}^{٢} - س_{٢١} س_{١٢}$$

$$س + م_{٢} = \begin{bmatrix} س_{١١} + ١ & س_{٢١} \\ س_{١٢} & ك س_{١١} + ١ \end{bmatrix}$$

$$|س + م_{٢}| = (س_{١١} + ١)(ك س_{١١} + ١) - س_{٢١} س_{١٢} = ك س_{١١}^{٢} + س_{١١} + ك س_{١١} + ١ - س_{٢١} س_{١٢}$$

$$|س + م_{٢}| = |س| + |م_{٢}|$$

$$\Leftarrow ك س_{١١}^{٢} + س_{١١} + ك س_{١١} + ١ - س_{٢١} س_{١٢} = ك س_{١١}^{٢} - س_{٢١} س_{١٢} + ١$$

$$(١ + ك) س_{١١} = ٠ \Leftarrow ١ + ك = ٠ \Leftarrow ك = -١$$

ب) $\int ٢س^{٣} لـو_{هـ} (س^{٢} + ١) د س$ بالتعويض

نفرض ان $ص = س^{٢} + ١ \Leftarrow د ص = ٢س د س \Leftarrow د س = \frac{د ص}{٢س} ، س^{٢} = ص - ١$

$$\int ٢س^{٣} لـو_{هـ} (س^{٢} + ١) د س = \int ٢س \times س^{٢} لـو_{هـ} (س^{٢} + ١) د س$$

$$= \int ٢س (ص - ١) لـو_{هـ} ص \times \frac{د ص}{٢س} = \int (ص - ١) لـو_{هـ} ص د ص$$ بالاجزاء

نفرض ان $د ق = لـو_{هـ} ص$ ، $د و = (ص - ١) د ص$

$\xrightarrow{\int}$

$د ق = \frac{١}{ص} د ص$ ، $و = \frac{ص^{٢}}{٢} - ص$

$$\int (ص - ١) لـو_{هـ} ص د ص = (\frac{ص^{٢}}{٢} - ص) لـو_{هـ} ص - \int (\frac{ص^{٢}}{٢} - ص) \frac{١}{ص} د ص$$

$$= \frac{ص^{٢}}{٢} لـو_{هـ} ص - ص لـو_{هـ} ص - \int (\frac{ص}{٢} - ١) د ص$$

$$= \frac{١}{٢} ص^{٢} لـو_{هـ} ص - ص لـو_{هـ} ص - \frac{١}{٢} \times \frac{ص^{٢}}{٢} + ص + جـ$$

$$= \frac{١}{٢} ص^{٢} لـو_{هـ} ص - ص لـو_{هـ} ص - \frac{١}{٤} ص^{٢} + ص + جـ$$

$$\int ٢س^{٣} لـو_{هـ} (س^{٢} + ١) د س = \frac{١}{٢} (س^{٢} + ١)^{٢} لـو_{هـ} (س^{٢} + ١) - (س^{٢} + ١) لـو_{هـ} (س^{٢} + ١) - \frac{١}{٤} (س^{٢} + ١)^{٢} + (س^{٢} + ١) + جـ$$

جـ $م(\sigma_{ن}^{2}، ن) = \frac{ب-أ}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} ن(س_{ر}^{*})$

$م(\sigma_{20}^{2}، ن) = \frac{10-0}{20} \sum_{ر=1}^{ن} ن(س_{ر}^{*})$

عندما $س_{ر}^{*} = س_{ر}$

$\Leftarrow ٢٧ = \frac{1}{2} \sum_{ر=1}^{ن} ن(س_{ر}) = \frac{1}{2}(ن(س_{1}) + ن(س_{2}) + \cdots + ن(س_{19}) + ن(س_{20}))$

لكن $س_{20} = 10$

$\Leftarrow ٥٤ = ن(س_{1}) + ن(س_{2}) + \cdots + ن(س_{19}) + ن(10) \leftarrow (1)$

عندما $س_{ر}^{*} = س_{ر-1}$

$\Leftarrow ١٦ = \frac{1}{2} \sum_{ر=1}^{ن} ن(س_{ر-1}) = \frac{1}{2}(ن(س_{0}) + ن(س_{1}) + \cdots + ن(س_{18}) + ن(س_{19}))$

لكن $س_{0} =$ صـــفر

$\Leftarrow ٣٢ = ن(0) + ن(س_{2}) + \cdots + ن(س_{19}) + ن(10) \leftarrow (2)$

بطرح المعادلة (٢) من المعادلة (١) ينتج

$\Leftarrow ٥٤ - ٣٢ = \left(ن(س_{1}) + ن(س_{2}) + \cdots + ن(س_{19}) + ن(10)\right) - \left(ن(0) + ن(س_{1}) + \cdots + ن(س_{18}) + ن(س_{19})\right)$

$\Leftarrow ٢٢ = ن(10) - ن(0)$

السؤال الثامن:

أ $\int_{0}^{2} س ن'(س) هـ^{ن(س)} \, ى س = ٤هـ$ ، $ن(2) = 1$

$\int_{0}^{2} هـ^{ن(س)} \, ى س$ بالاجزاء

نفرض ان

$ك(س) = هـ^{ن(س)}$ $\quad$ $ى و = ى س$

$ك'(س) = ن'(س) هـ^{ن(س)}$ $\quad \rightarrow \quad$ $و = س$

$\int_{0}^{2} هـ^{ن(س)} \, ى س = س هـ^{ن(س)} \Big|_{0}^{2} - \int_{0}^{2} س ن'(س) هـ^{ن(س)} \, ى س$

$= ٢هـ^{ن(2)} - ٠ - ٤هـ = ٢هـ - ٤هـ = -٢هـ$

ب $ن'(س) = ب ق^{٢} س$ ، $ن'(\frac{\pi}{٤}) = ٣$ ، $ن(\frac{\pi ٧}{٤}) = -١$

$ن(س) = \int ن'(س) د س = \int ب ق^{٢} س د س = ب ظا س + جـ$ ، $جـ \in ح$

$ن(\frac{\pi}{٤}) = ب ظا \frac{\pi}{٤} + جـ \Leftarrow \boxed{٣ = ب + جـ} \leftarrow (١)$

$ن(\frac{\pi ٧}{٤}) = ب ظا \frac{\pi ٧}{٤} + جـ \Leftarrow \boxed{-١ = -ب + جـ} \leftarrow (٢)$

بجمع (١) ، (٢) $\Leftarrow ٢جـ = ٢ \Leftarrow جـ = ١$

لإيجاد قيمة ب التعويض في معادلة (١) $ب + ١ = ٣ \Leftarrow ب = ٢$

$\therefore ن(س) = ٢ ظا س + ١$

جـ $|أ . أ_{س}| = \begin{vmatrix} ١١ & ١١ \\ ١٠ & -١٢ \end{vmatrix} \Leftarrow |أ| \times |أ_{س}| = ١١٠ - ١٢ = ٩٨$

$|أ_{ص} . أ_{س}| = \begin{vmatrix} ٢١ & ٢١ \\ ١٤ & -٢٨ \end{vmatrix} \Leftarrow |أ_{ص}| \times |أ_{س}| = -٢٩٤ + ١٩٦ = -٩٨$

$\frac{|أ_{ص}| \times |أ_{س}|}{|أ| \times |أ_{س}|} = \frac{-٩٨}{٩٨} = -١ \Leftarrow \frac{|أ_{ص}|}{|أ|} = = -١$

لكن $\frac{|أ_{ص}|}{|أ|} = ص$

$\Leftarrow ص = -١$

مسابقات و اختبارات الرياضيات الالكترونية

للثانوية العامة- فلسطين

المشرف التربوي جهاد محمد عدوان

https://www.facebook.com/groups/jehad.m.adwan

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
المبحث: الرياضيات

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة
لعام ٢٠٢١ -الدورة الاستكمالية

مدة الامتحان : ثلاث ساعات
اليوم :
التاريخ:٤ / ١٢/ ٢٠٢١م
مجموع العلامات (٢٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ثمانية) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (ستة) أسئلة،وعلى المشترك أن يجيب(أربعة)منها، على أن يكون السؤال الأول (الموضوعي)منها إجبارياً

السؤال الأول:(٤٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(١٠) فقرات من نوع اختيار من متعدد ، من أربعة بدائل، اختر رمز الإجابة الصحيحة، ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) ما قيمة $\lim_{س \to 0} \frac{جتا س - ١}{جا^{٢} س}$ ؟

أ) $-\frac{١}{٢}$ ب) ٠ ج) $\frac{١}{٢}$ د) غير موجودة

٢) إذا كان $ص = \sqrt{٣س + ٤}$ ، $س = ٢ع^{٢} - ١$، فما قيمة $\frac{د ص}{د ع}$ عندما $ع = ٢$؟

أ) $\frac{٤}{٥}$ ب) $\frac{٨}{٥}$ ج) $\frac{١٢}{٥}$ د) $\frac{٢٤}{٥}$

٣) إذا كان $ق(س) = (٢أ - ٦)س^{٢} + ٨س$ ، فما قيمة أ التي تجعل المماس لمنحنى $ق(س)$ عندما $س = ٢$ أفقياً؟

أ) -٢٤ ب) ١ ج) ٢ د) ٣

٤) إذا كان $ق(س) = هـ^{-٢س}$ ، فما العبارة الصحيحة فيما يلي؟

أ) $ق(س)$ متزايد على ع ب) $ق(س)$ متناقص على ع

ج) $ق(س)$ مقعر للأسفل على ع د) النقطة (٠ ، ١) نقطة انعطاف لمنحنى الاقتران $ق(س)$

٥) إذا كان $ق(س) = \sqrt{٤س + س^{٢}}$ فإن قيمة/ قيم س التي يكون عندها للاقتران $ق(س)$ نقطاً حرجة هي:

أ) -٢ ب) ٠، -٤ ج) -٢، -٤ د) ٠، -٢، -٤

٦) إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٦ & ٠ \\ ٢ & -١ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$، $ب = \begin{bmatrix} ٣ & -٢ \\ ١ & ٤ \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix}$ فما قيمة المقدار $٣أ_{٣٢} - ٢ب_{٢١}$؟

أ) -٧ ب) -١ ج) ١ د) ٧

٧) إذا كانت $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ س & ٤ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ص & ٥ \\ -٣ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١٧ & ١٦ \\ -٤ & -٢ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة المقدار ص × س؟

أ) ٨ ب) -٢ ج) -٤ د) -٨

٨) إذا كان $ق(س) = ٢س$، $ك(س) = ٣س^{٢}$ فما قيمة $\int (ق(س) \times ك(س)) د س$؟

أ) $٦س^{٣} + جـ$ ب) $س^{٥} + جـ$ ج) $\frac{س^{٦}}{٦} + جـ$ د) $\frac{٣}{٢} س^{٤} + جـ$

٩) إذا كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[٢، ٦]$ وكانت $\lim_{ن \to \infty} ر(\sigma_{ن}، ق) = ٦$، فما قيمة $\int_{٣}^{١} ٣ق(٢س) د س$؟

أ) -١٨ ب) -٩ ج) -٦ د) -٣

١٠) ما ناتج $\int \frac{١}{جتا^{٢} س} د س$؟

أ) ظاس+جـ ب) قاس+جـ ج) ظا^{٢}س+جـ د) $-$ظتاس+جـ

السؤال الثاني: (٤٠ علامة)

أ) ١. إذا كان $(١-جتاس)^{٢} = ٥ص - جا^{٢}س$ ، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ ؟

٢. إذا كان $ن(س) = س^{٣} - ٣س$ معرفاً في الفترة $[-٣، ١]$ ، فما القيمة الصغرى المطلقة للاقتران $ن(س)$ ؟

ب) ١. إذا كان $أ^{-١} = \begin{bmatrix} ٦ & ٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} -٤ & ٥- \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$ فجد $أ + ٢ب - ٣أ^{٢}$

٢. أثبت أن $\int_{-٣}^{٣} \sqrt{٩ - س^{٢}}\, د س \geq ١٨$

السؤال الثالث: (٤٠ علامة)

أ) ١. إذا كان متوسط التغير في الاقتران $ن(س)$ في الفترة $[-١، ٣]$ يساوي ٥، فما متوسط التغير في الاقتران $ك(س) = ٢س^{٢} - ٤ن(س)$ في الفترة نفسها؟

٢. إذا كان $ن(س) = (س^{٢} - ٣)هـ^{س}$ ، $س \in ع$ ، فأوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران $ن(س)$

ب) ١. إذا كان $ن(س) = \begin{cases} ٢س + ٥، & ١ \geq س \geq ٢ \\ ٣س^{٢} - ٣، & ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$ ، جد الاقتران المكامل للاقتران $ن(س)$ في $[١، ٤]$

٢. إذا كان $أ = \begin{bmatrix} ٤ & ١ & ٠ \\ ٣ & ٢ & ١- \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٢ & ٥- \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}$ ، جد المصفوفة س بحيث $٢س + أب = و_{٢}$

السؤال الرابع: (٤٠ علامة)

أ) إذا كان $ن(س) = س^{٣} + ٣س^{٢} - ٢٤س$ ، $س \in [-٥، ٤]$ ، فأوجد:

١. القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران $ن(س)$

٢. مجالات التقعر للأعلى وللأسفل لمنحنى الاقتران $ن(س)$

ب) ١. جد $\int_{١}^{٢} \frac{لـو_{هـ} س}{س}\, د س$

٢. عند حل نظام من المعادلات الخطية بمتغيرين س، ص بطريقة كريمر وجد أن:

$أ_{س} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ٦ & ١ \end{bmatrix}$ ، $أ_{ص} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & ٦ \end{bmatrix}$ ، فما قيم المتغيرين س، ص؟

السؤال الخامس: (٤٠ علامة)

أ) إذا كان الاقتران $ن(س) = \begin{cases} أس^{٢} + س + ٣، & ٠ \geq س \geq ٢ \\ ب - ٣س، & ٢ < س \geq ٣ \end{cases}$ ، قابلاً للاشتقاق عند $س = ٢$ ،

١. ما قيم الثابتين أ، ب؟

٢. إذا كان $هـ(س) = \frac{٣}{٥ - س}$ ، فما قيمة $(ن \circ هـ)'(٢)$ ؟

ب) ١. ما مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين $ن(س) = س + ٢$ ، $هـ(س) = س^{٢} + ٢س$ ؟

٢. إذا كان $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[أ، ٨]$ بحيث $س_{ر} - س_{ر-١} = \frac{١}{٤}$ لجميع قيم ر الممكنة، جد عدد عناصر التجزئة $\sigma_{ن}$ علما بأن العنصر الخامس فيها يساوي ٣

السؤال السادس :(٤٠ علامة)

أ) ١. إذا كان المستقيم ص = ١ − ٢ ١س يمس منحنى الاقتران ن(س) = ١س^{٣} + ب س^{٢} + جس عند نقطة انعطاف ن(س) وهي (١، −١١)، فما قيم الثوابت ١، ب، جـ؟

٢. احسب $\lim_{س \to ١} \frac{لو_{هـ} س}{س^{٢} - ١}$ مستخدماً قاعدة لوبيتال

ب) ١. إذا كان $\int_{١}^{١} |٢س - ٦| ىس = ٨$، حيث ١ > ٣، فما قيمة الثابت ١ ؟

٢. إذا كان $\begin{vmatrix} س & ٣ & ٨ \\ ٠ & ٢ & ١٢ \\ ٠ & ١ & س \end{vmatrix} ٨ - \begin{vmatrix} ٦ & ٤ \\ ١ & ٠ \end{vmatrix} = ٠$، فجد قيمة/ قيم س

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال السابع: (٤٠ علامة)

أ) ١. إذا كان ن(س)، هـ(س) اقترانين قابلين للاشتقاق على ح، وكان ك(س) = ن^{٢}(س) + هـ^{٢}(س) + س^{٣} + س
أثبت أن الاقتران ك(س) متزايد على ح علما بأن ن ′(س) = هـ(س)، هـ ′(س) = −ن(س)

٢. إذا كانت معادلة المماس لمنحنى الاقتران ن(س) عند س = ٦ هي ٢ص = س − ٢ ومعادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران هـ(س) عند س = ٢ هي ص = −٣س + ٨، فما قيمة (هـ ○ ن) ′(٦)؟

ب) ١. جد $\int جا \sqrt{س + ٢} ىس$

٢. إذا كانت ١ = $\begin{bmatrix} س & ٣ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix}$، ١$^{-١}$ = $\begin{bmatrix} ٤ & ص \\ -٥ & ٤ \end{bmatrix}$ ، فما قيم س، ص؟

السؤال الثامن: (٤٠ علامة)

أ) ١. إذا كان هـ^{س} = لـو$_{هـ}$ ص، اثبت أن ص ص″ = ص ص ′ + (ص ′)^{٢}

٢. إذا كانت العلاقة $\frac{١}{٢}$ ع^{٣} + $\frac{٩}{ف}$ = ٧ تربط إزاحة الجسم (بالأمتار) مع سرعته (بالمتر/دقيقة)، فما تسارع الجسم عندما يكون قد قطع ٣ أمتار

ب)١. ما قيمة $\int ٤(س^{٧} + ٣س^{٣}) هـ^{س^{٤}+٣} ىس$؟

٢. إذا كانت س = $\begin{bmatrix} ١ & ب \\ جـ & ى \end{bmatrix}$ بحيث | س | = ١، أثبت أن س + س$^{-١}$ = (١ + ى)^{٢}

انتهت الأسئلة

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	أ	ج	ج	ب	ب	د	أ	د	ب	أ

الحل التفصيلي:

١) $\lim_{س\to 0} \frac{جتاس - ١}{جا^{٢}س} = \frac{٠}{٠}$ باستخدام لوبيتال

$$\lim_{س\to 0} \frac{-جاس}{٢جاس جتاس} = \frac{-١}{٢}$$

الجواب: أ

٢) $\frac{ص}{س} = \frac{٣}{\sqrt{٣س + ٤}}$ ، $\frac{س}{ع} = ٤ع$

عند ع = ٢ $\Leftarrow$ س = ٢ × ٤ − ١ = ٧

$$\frac{ص}{ع} = \frac{ص}{س} \times \frac{س}{ع} = \left(\frac{٣}{\sqrt{٣س + ٤}}\right) \times (٤ع) = \left(\frac{٣}{\sqrt{٧ \times ٣ + ٤}}\right) \times (٢ \times ٤) = \frac{١٢}{٥}$$

الجواب: ج

٣) $ن(س) = (٢ا - ٦)س^{٢} + ٨س \Leftarrow ن'(س) = ٢(٢ا - ٦)س + ٨$

المماس أفقياً عند س = ٢ $\Leftarrow$ ن'(٢) = ٠

$$ن'(٢) = ٢(٢ا - ٦) \times ٢ + ٨ = ٠ \Leftarrow ٨ا - ١٦ = ٠ \Leftarrow ا = ٢$$

الجواب: ج

٤) $ن(س) = هـ^{-٢س} \Leftarrow ن'(س) = -٢هـ^{-٢س} < ٠$ $\Leftarrow$ ن متناقص على ح

لأن $هـ^{-٢س}$ موجب دائما

الجواب: ب

٥) $ن(س) = \sqrt{٤س + س^{٢}}$

$\Leftarrow ٤س + س^{٢} \geq ٠ \Leftarrow س(٤ + س) = ٠ \Leftarrow س = ٠ ، -٤$

المجال = $]-\infty ، -٤] \cup [٠ ، \infty[$

$$ن'(س) = \frac{٤ + ٢س}{٢\sqrt{٤س + س^{٢}}} = ٠ \Leftarrow ٤ + ٢س = ٠ \Leftarrow س = -٢ \notin \text{المجال}$$

ن' غير موجودة $\Leftarrow ٤س + س^{٢} = ٠ \Leftarrow س = ٠ ، -٤$

∴ قيم س التي يكون عندها للاقتران ن(س) نقطاً حرجة هي ٠ ، −٤

الجواب: ب

٦) $|ب_{٣٢}| - ٢ب_{٢١} = ٣ \times ١ - ٢ \times -٢ = ٣ + ٤ = ٧$

الجواب: د

٧) ضرب الصف الثاني من المصفوفة الاولى في العمود الأول في المصفوفة الثانية

$\Leftarrow$ س ص − ١٢ = −٤ $\Leftarrow$ س ص = ٨

الجواب: أ

٨) $\int (ن(س)\times ك(س))\,د س = \int (٢س \times ٣س^{٢})\,د س = \int ٦س^{٣}\,د س = \frac{٦س^{٤}}{٤} + جـ$

$= \frac{٣}{٢}س^{٤} + جـ$

جابة : د

٩) $\int_{٣}^{١} ٣ن(٢س)\,د س$

بفرض ص $= ٢س \Leftarrow د ص = ٢ د س$

$\Leftarrow د س = \frac{د ص}{٢}$

عند س $= ٣ \Leftarrow$ ص $= ٦$ ، عند س $= ١ \Leftarrow$ ص $= ٢$

$\int_{٦}^{٢} ن(ص)\,د ص = -\int_{٢}^{٦} ن(ص)\,د ص = -\frac{٣}{٢} \times \lim_{ن \to \infty} ن_{٢}(\sigma_{ن}، ن) = -\frac{٣}{٢} \times ٦ = -٩$

جابة : ب

١٠) $\int \frac{١}{جتا^{٢}س}\,د س = \int قا^{٢}س\,د س = ظاس + جـ$

جابة : أ

السؤال الثاني:

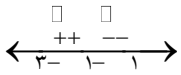
أ ١) $(١ - جتاس)^{٢} = ٥ص - جا^{٢}س \Leftarrow ٥ص = (١ - جتاس)^{٢} + جا^{٢}س$

$٥ص' = ٢(١ - جتاس)جاس + ٢جاسجتاس = ٢جاس - ٢جاسجتاس + ٢جاسجتاس$

$ص' = \frac{٢}{٥}جاس$

٢) $ن(س) = س^{٣} - ٣س$ متصل لأنه كثير حدود

$ن'(س) = ٣س^{٢} - ٣ = ٠ \Leftarrow س^{٢} = ١ \Leftarrow س = \pm ١$



$ن'$ غير موجودة عند الأطراف -٣ ، ١

عند س $= -٣$ قيمة صغرى محلية $\Leftarrow ن(-٣) = -١٨$

عند س $= ١$ قيمة صغرى محلية $\Leftarrow ن(١) = -٢$

∴ القيمة الصغرى المطلقة $= -١٨$

ب ١) $أ^{-١} = \begin{bmatrix} ٦ & ١٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} \Leftarrow (أ^{-١})^{-١} = \begin{bmatrix} ٦ & ١٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}^{-١}$

$$أ = \frac{١}{-١٦}\begin{bmatrix} ٢ & -١٣ \\ -٦ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٢ & ١٣ \\ ١ & -٦ \end{bmatrix}$$

$$أ + ٢ب - ٣م_{٢} = \begin{bmatrix} -٢ & ١٣ \\ ١ & -٦ \end{bmatrix} + ٢\begin{bmatrix} -٤ & -٥ \\ ١ & ١ \end{bmatrix} - ٣\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -٢ & ١٣ \\ ١ & -٦ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -٨ & -١٠ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١٣ & ٣ \\ -٣ & ٧ \end{bmatrix}$$

٢) $-٣ \le س \le ٣ \Leftarrow ٠ \le س^٢ \le ٩ \Leftarrow -٩ \le -س^٢ \le ٠ \Leftarrow ٠ \le ٩ - س^٢ \le ٩$

$$\Leftarrow ٠ \le \sqrt{٩ - س^٢} \le ٣ \Leftarrow \int_{-٣}^{٣} ٠ \, دس \le \int_{-٣}^{٣} \sqrt{٩ - س^٢} \, دس \le \int_{-٣}^{٣} ٣ \, دس$$

$$\Leftarrow ٠ \times ٦ \le \int_{-٣}^{٣} \sqrt{٩ - س^٢} \, دس \le ٣ \times ٦ \Leftarrow ٠ \le \int_{-٣}^{٣} \sqrt{٩ - س^٢} \, دس \le ١٨$$

السؤال الثالث:

أ) ١) متوسط التغير لـ $ن(س) = \frac{ن(٣) - ن(-١)}{٤} = ٥ \Leftarrow ن(٣) - ن(-١) = ٢٠$

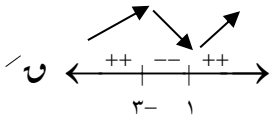
متوسط التغير لـ $ك(س) = \frac{ك(٣) - ك(-١)}{٤} = \frac{(١٨ - ٤ن(٣)) - ((-٢ - ٤ن(-١))}{٤}$

$$= \frac{١٦ - ٤(ن(٣) - ن(-١))}{٤} = \frac{١٦ - ٤ \times ٢٠}{٤} = -١٦$$

٢) $ن(س) = (س^٢ - ٣)هـ^س ، س \in ع$

$ن'(س) = (س^٢ - ٣)هـ^س + ٢سهـ^س$

$ن'(س) = ٠ \Leftarrow (س^٢ - ٣)هـ^س + ٢سهـ^س = ٠ \Leftarrow هـ^س (س^٢ - ٣ + ٢س) = ٠$



$هـ^س \neq ٠ \Leftarrow س^٢ + ٢س - ٣ = ٠ \Leftarrow (س + ٣)(س - ١) = ٠ \Leftarrow س = -٣ ، ١$

مجالات التزايد $]-\infty ، -٣] \cup [١ ، \infty[$ ، التناقص $[-٣ ، ١]$

ب) $ن(س) = \begin{cases} ٢س + ١ ، ٥ \le س \le ٢ \\ ٣س^٢ - ٣ ، ٢ < س \le ٤ \end{cases}$

١) $ت(س) = \begin{cases} \int_{١}^{س} (٢ص + ٥) \, دص & ، ١ \le س \le ٢ \\ \int_{١}^{٢} (٢س + ٥) \, دس + \int_{٢}^{س} (٣ص^٢ - ٣) \, دص & ، ٢ < س \le ٤ \end{cases}$

$$= \begin{cases} ص^٢ + ٥ص \Big|_{١}^{س} & ، ١ \le س \le ٢ \\ ٨ + (ص^٣ - ٣ص) \Big|_{٢}^{س} & ، ٢ < س \le ٤ \end{cases}$$

$ت(س) = \begin{cases} س^٢ + ٥س - ٦ & ، ١ \le س \le ٢ \\ س^٣ - ٣س + ٦ & ، ٢ < س \le ٤ \end{cases}$

٢) $أ ب = \begin{bmatrix} ٤ & ١ & ٠ \\ -١ & ٢ & ٣ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٢ & ٥- \\ ١ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٧ & ٠ \end{bmatrix}$

$٢س + أ.ب = و_٢$

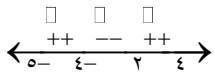
$$٢س + \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٧ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix} \Leftarrow ٢س = \begin{bmatrix} ٣- & ٢- \\ ٧- & ٠ \end{bmatrix} \Leftarrow س = \begin{bmatrix} ٣/٢- & ١- \\ ٠ & ٧/٢- \end{bmatrix}$$

السؤال الرابع:

أ) $ن(س) = س^{٣} + ٣س^{٢} - ٢٤س ، س \in [-٥ ، ٤]$ متصل لانه كثير حدود

$ن'(س) = ٣س^{٢} + ٦س - ٢٤ = ٠ \Leftarrow س^{٢} + ٢س - ٨ = ٠$

$(س + ٤)(س - ٢) = ٠ \Leftarrow س = -٤ ، ٢$



$ن'$ غير موجودة عند س= −٥، ٤

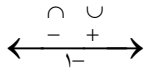
١) عند س $= -٥$ قيمة صغرى محلية (بداية تزايد) $ن(-٥) = ٧٠$

عند س $= -٤$ قيمة عظمى محلية ومطلقة (تزايد ثم تناقص) $ن(-٤) = ٨٠$

عند س $= ٢$ قيمة صغرى محلية ومطلقة (تناقص ثم تزايد) $ن(٢) = -٢٨$

عند س $= ٤$ قيمة عظمى محلية (نهاية تزايد) $ن(٤) = ١٦$

٢) $ن'' = ٦س + ٦ = ٠ \Leftarrow س = -١$



تقعر لأسفل $]-\infty ، -١[$ ، تقعر لأعلى $]-١ ، \infty[$

ب ١) $\int_{١}^{٢} \frac{لـو_{هـ} س}{س} ؤس$

نفرض ص $= لـو_{هـ} س \Leftarrow ؤص = \frac{١}{س} ؤس$

س $= ١ \Leftarrow$ ص $= ٠$ ، س $= هـ \Leftarrow$ ص $= ١$

$\therefore \int_{٠}^{١} ص ؤص = \left| \frac{ص^{٢}}{٢} \right|_{٠}^{١} = \frac{١}{٢}$

٢) $أ_{س} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٦ & ١ \end{bmatrix} ، أ_{ص} = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ٦ & ١ \end{bmatrix}$

$أ = \begin{bmatrix} ٣ & -١ \\ ١ & ١ \end{bmatrix} \Leftarrow |أ| = ٣ + ١ = ٤$

$|أ_{س}| = ٢ \times ١ - ٦ \times -١ = ٨ \Leftarrow س = \frac{|أ_{س}|}{|أ|} = \frac{٨}{٤} = ٢$

$|أ_{ص}| = ٣ \times ٦ - ٢ \times ١ = ١٦ \Leftarrow ص = \frac{|أ_{ص}|}{|أ|} = \frac{١٦}{٤} = ٤$

السؤال الخامس:

أ ١) $ن(س)=\begin{cases} أس^{٢}+س+٣ ، ٠\geq س\geq ٢ \\ ب-٣س \quad ، ٢>س\geq ٣ \end{cases}$

$ن'(س)=\begin{cases} ٢أس+١ ، ٠<س<٢ \\ -٣ \quad ، ٢<س<٣ \end{cases}$

ن قابل للاشتقاق عند س=٢ $\Leftarrow ن'(٢)^{+}=ن'(٢)^{-}$

$\Leftarrow -٣=٤أ+١ \Leftarrow ٤أ=-٤ \Leftarrow أ=-١$

∵ ن قابل للاشتقاق $\Leftarrow$ ∴ ن متصل عند س=٢

$\lim_{س\to ٢^{-}} -س^{٢}+س+٣ = \lim_{س\to ٢^{+}} ب-٣س \Leftarrow -٤+٢+٣=ب-٦ \Leftarrow ب=٧$

٢) $ن(س)=\begin{cases} -س^{٢}+س+٣ ، ٠\geq س\geq ٢ \\ ٧-٣س \quad ، ٢>س\geq ٣ \end{cases}$

$هـ(س)=\frac{٣}{٥-س} \Leftarrow هـ(٢)=١ ، هـ'(س)=\frac{٣}{(٥-س)^{٢}} \Leftarrow هـ'(٢)=\frac{١}{٣}$

$ن'(س)=\begin{cases} -٢س+١ ، ٠<س<٢ \\ -٣ \quad ، ٢<س<٣ \end{cases}$

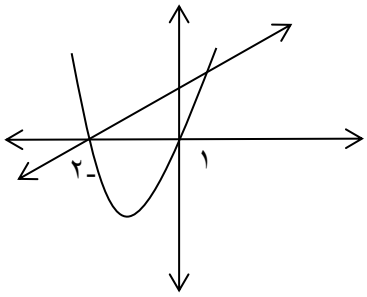
∴ $(ن\circ هـ)'(٢)=ن'(هـ(٢))\times هـ'(٢)=ن'(١)\times هـ'(٢)=-١\times\frac{١}{٣}=-\frac{١}{٣}$

ب ١) تقاطع الاقترانين $ن(س)=هـ(س) \Leftarrow س+٢=س^{٢}+٢س$

$\Leftarrow س^{٢}+س-٢=٠ \Leftarrow س=-٢ ، ١$

تقاطع مع محور السينات: $ن(س)=س+٢=٠ \Leftarrow س=-٢$

$هـ(س)=س^{٢}+٢س=٠ \Leftarrow س=-٢ ، ٠$



$م=\int_{-٢}^{١}(س+٢-س^{٢}-٢س)ىس=\int_{-٢}^{١}(-س^{٢}-س+٢)ىس$

$=\left|\frac{-س^{٣}}{٣}-\frac{س^{٢}}{٢}+٢س\right|_{-٢}^{١}=\frac{-١}{٣}-\frac{١}{٢}+٢-\frac{٨}{٣}+\frac{٤}{٢}+٤=\frac{٩}{٢}$ وحدة مربعة

٢) $س_{ر}-س_{ر-١}=\frac{١}{٤} \Leftarrow ل=\frac{٨-أ}{ن} \leftarrow (١)$

العنصر الخامس $=٣=س_{٤}=أ+ل\times ر=أ+٤ل$

$\Leftarrow ٣=أ+\frac{١}{٤}\times٤ \Leftarrow أ=٢$

بالتعويض في (١)

$\frac{٨-٢}{ن}=\frac{١}{٤} \Leftarrow ن=٢٤$

عدد العناصر =٢٥

السؤال السادس:

أ ١) ص = ١ − ٢ أ س ⟸ الميل = −١٢

ن(س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س

ن(١) = −١١ ⟸ أ + ب + جـ = −١١ ← (١)

ن$'$(س) = ٣ أ س^{٢} + ٢ ب س + جـ

ن$'$(١) = −١٢ ⟸ ٣ أ + ٢ ب + جـ = −١٢ ← (٢)

ن$''$(س) = ٦ أ س + ٢ ب

ن$''$(١) = ٠ ⟸ ٦ أ + ٢ ب = ٠ ← (٣)

(٢) − (١) ⟸ ٢ أ + ب = −١ ⟸ ٤ أ + ٢ ب = −٢ ← (٤)

(٣) − (٤) ⟸ ٢ أ = ٢ ⟸ أ = ١

بالتعويض في (٣) ⟸ ٦ + ٢ ب = ٠ ⟸ ب = −٣

بالتعويض في (١) ⟸ ١ + −٣ + جـ = −١١ ⟸ جـ = −٩

٢) $\lim_{س \to ١} \frac{لو_{هـ} س}{س^{٢} - ١}$ بالتعويض المباشر $\frac{٠}{٠}$

باستخدام لوبيتال ⟸ $\lim_{س \to ١} \frac{\frac{١}{س}}{٢س} = \lim_{س \to ١} \frac{١}{٢س^{٢}} = \frac{١}{٢}$

ب ١) $\int_{١}^{أ} |٢س - ٦| ٤س = ٨$

اعادة التعريف $|٢س - ٦|$

٢س − ٦ = ٠ ⟸ س = ٣ ←−− ++→ ٣

$$|٢س - ٦| = \begin{cases} ٦ - ٢س ، س < ٣ \\ ٢س - ٦ ، س \geq ٣ \end{cases}$$

$$\int_{١}^{أ} |٢س - ٦| ٤س = \int_{١}^{٣} (٦ - ٢س) ٤س + \int_{٣}^{أ} (٢س - ٦) ٤س$$

$$\Leftarrow ٦س - س^{٢}|_{١}^{٣} + س^{٢} - ٦س|_{٣}^{أ} = ٨ \Leftarrow ١٨ - ٩ - ٦ + ١ + أ^{٢} - ٦أ - ٩ + ١٨ = ٨$$

$$\Leftarrow أ^{٢} - ٦أ + ١٣ = ٨ \Leftarrow أ^{٢} - ٦أ + ٥ = ٠$$

$$\Leftarrow (أ - ١)(أ - ٥) = ٠ \Leftarrow أ = ١ \text{ (مرفوض)} ، \quad أ = ٥$$

٢) $\begin{vmatrix} س & ٣ & ٨ \\ ٠ & ٢ & ١٢ \\ ٠ & ١ & س \end{vmatrix} - ٨ \begin{vmatrix} ٤ & ٠ \\ ١ & ٠ \end{vmatrix} = ٠$

$$س \begin{vmatrix} ٢ & ١٢ \\ ١ & س \end{vmatrix} - ٨ \times ٤ = ٠ \Leftarrow س(٢س - ١٢) - ٣٢ = ٠$$

$$\Leftarrow ٢س^{٢} - ١٢س - ٣٢ = ٠ \Leftarrow س^{٢} - ٦س - ١٦ = ٠$$

$$\Leftarrow (س + ٢)(س - ٨) = ٠ \Leftarrow س = -٢ ، ٨$$

السؤال السابع:

أ ١) $ك'(س) = ٢ن(س)ن'(س) + ٢هـ(س)هـ'(س) + ٣س^{٢} + ١$

$ك'(س) = ٢ن(س) \times هـ(س) + ٢هـ(س) \times -ن(س) + ٣س^{٢} + ١$

$ك'(س) = ٣س^{٢} + ١ > ٠$

$\Leftarrow$ ك(س) متزايد على ع

٢) $ن'(٦) = \frac{١}{٢}$ ، $ن(٦) = ٢$

$هـ'(٢) = \frac{١}{٣}$ ، $هـ(٢) = ٢$

$(هـ \circ ن)'(٦) = هـ'(ن(٦)) \times ن'(٦) = هـ'(٢) \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٦}$

ب ١) $\int$ جا $\sqrt{س + ٢}$ ص س بالتعويض

نفرض ان ص = $\sqrt{س + ٢} \Leftarrow$ ص ع = $\frac{١}{٢\sqrt{س + ٢}}$ ع س $\Leftarrow$ ع س = ٢ص ع ص

$\therefore \int$ ٢ص جاص ع ص بالأجزاء

نفرض ان
ن = ٢ص ع و = جاص ع ص
ن' = ٢ع ص و = -جتاص

$\int$ ٢ص جاص ع ص = -٢ص جتاص + ٢ $\int$ جتاص ع ص = -٢ص جتاص + ٢جاص + جـ

$\therefore \int$ جا $\sqrt{س + ٢}$ ص س = -٢ $\sqrt{س + ٢}$ جتا $\sqrt{س + ٢}$ + ٢جا $\sqrt{س + ٢}$ + جـ

٢) $م^{-١} = م^{٢} \Leftarrow \begin{bmatrix} س & ٣ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٤ & ص \\ -٥ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤س - ١٥ & س ص + ١٢ \\ ٠ & ٥ص + ١٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$

٤س - ١٥ = ١ $\Leftarrow$ س = ٤، ٥ص + ١٦ = ١ $\Leftarrow$ ص = -٣

السؤال الثامن:

أ ١) $هـ^{س} = لـو_{هـ} ص \Leftarrow هـ^{س} = \frac{١}{ص}$ ص' $\Leftarrow$ ص' = ص $هـ^{س}$

$\Leftarrow$ ص'' = ص $هـ^{س}$ + ص' $هـ^{س}$

$\Leftarrow$ ص ص'' = ص × ص $هـ^{س}$ + ص × ص' $هـ^{س}$ = ص ص' + ص' ص' = ص ص' + (ص')^{٢}

٢) ف = ٣ $\Leftarrow \frac{١}{٢} ع^{٣} + \frac{٩}{٣} = ٧ \Leftarrow ع^{٣} = ٨ \Leftarrow ع = ٢$ م/د

$\frac{١}{٢} ع^{٣} + \frac{٩}{ف} = ٧$ بالاشتقاق $\Leftarrow \frac{٣}{٢} ع^{٢} \times ع' + \frac{-٩}{ف^{٢}} \times ف' = ٠$

$\frac{٣}{٢} ع^{٢} \times ت + \frac{-٩}{ف^{٢}} \times ع = ٠ \Leftarrow \frac{٣}{٢} (٢)^{٢} \times ت + \frac{-٩}{٩} \times ٢ = ٠ \Leftarrow ٦ت = ٢ \Leftarrow ت = \frac{١}{٣}$ م/ د^{٢}

ب ١) $\int ٤(س^{٧}+٣س^{٣})هـ^{س^{٤}+٣}\,دس = \int ٤س^{٣}\,(س^{٤}+٣)هـ^{س^{٤}+٣}\,دس$ بالتعويض

نفرض $ص = س^{٤}+٣ \Leftarrow دص = ٤س^{٣}\,دس$

$\Leftarrow \int ص هـ^{ص}\,دص$ بالأجزاء

$ن = ص \qquad دو = هـ^{ص}$

$دن = دص \qquad و = هـ^{ص}$

$\Leftarrow \int ص هـ^{ص}\,دص = ص هـ^{ص} - \int هـ^{ص}\,دص = ص هـ^{ص} - هـ^{ص} + جـ$

$\int ٤(س^{٧}+٣س^{٣})هـ^{س^{٤}+٣}\,دس = (س^{٤}+٣)هـ^{(س^{٤}+٣)} - هـ^{(س^{٤}+٣)} + جـ$

٢) $س^{-١} = \begin{bmatrix} د & -ب \\ -جـ & أ \end{bmatrix}$

$س + س^{-١} = \begin{bmatrix} أ & ب \\ جـ & د \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} د & -ب \\ -جـ & أ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} أ+د & ٠ \\ ٠ & أ+د \end{bmatrix} = (أ+د)\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$

$س + س^{-١} = (أ+د)م_{٢}$

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
المبحث: الرياضيات
الورقة الأولى

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة
الدورة الأولى- ٢٠٢٢م

مدة الامتحان : ساعتان وخمس ونصف
اليوم : السبت
التاريخ:٢٥ / ٦/ ٢٠٢٢م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(سبعة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (ثلاثة) أسئلة،وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول:(٣٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(١٥) فقرة من نوع اختيار من متعدد ، من أربعة بدائل، اختر رمز الإجابة الصحيحة، ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) إذا كان $ن(س) = س^{٢} - ٨س + ١٨$، ما متوسط التغير للاقتران $ن(س)$ في الفترة $[٤ ، ٥]$؟

أ) ٢ ب) ١ ج) −١ د) −٢

٢) ما قيمة $\lim_{س \to ٠} \frac{قاس - ١}{س}$؟

مسابقات و اختبارات الرياضيات الالكترونية للثانوية العامة- فلسطين
إدارة أ.جهاد محمد عدوان

أ) صفر ب) $\frac{١}{٢}$ ج) ١ د) −١

٣) إذا كان $هـ(س) = س^{٢} ن(س)$، وكان $ن(٢) + ن'(٢) = ٦$، فما قيمة $هـ'(٢)$؟

أ) ٢٤ ب) ١٢ ج) ٨ د) ٤

٤) إذا كان $ن(س) = هـ^{-جاس}$ معرفاً في الفترة $[٠ ، \pi]$، فما القيمة الصغرى المطلقة للاقتران $ن(س)$ ؟

أ) $-هـ$ ب) −١ ج) $\frac{١}{هـ}$ د) ١

٥) إذا كان $ن(س) = جتا^{٣} ٢س$، فما قيمة $ن'(س)$؟

أ) $-٣جتا^{٢} ٢س جا٢س$ ب) $-٣جتا^{٢} س جاس$
ج) $-٦جتا^{٢} ٢س جا٢س$ د) $-٦جتا^{٢} س جاس$

٦) إذا كان $ن(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} - جـس$، وكان قياس زاوية الانعطاف لمنحنى $ن(س)$ هو $\frac{\pi}{٤}$ فما قيمة الثابت جـ؟

أ) −٤ ب) −٢ ج) ٢ د) ٤

٧) إذا كان $ن(س) = \begin{cases} س^{٣} + ٣س ، س \leq ١ \\ س + ٣س^{٢} ، س > ١ \end{cases}$ ، فما قيمة $ن''(١)$؟

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٦ د) غير موجودة

٨) إذا كان $ن(س) = (س + ١)(س - ١)(س^{٢} + ١)$، فما قيمة $ن'(-٢)$؟

أ) ٣٢ ب) ٢٤ ج) −٢٤ د) غير موجودة

٩) ما قيمة جـ التي نحصل عليها من تطبيق نظرية رول على الاقتران $ن(س) = \sqrt{٦س - س^{٢}}$ في الفترة $[٠ ، ٦]$؟

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٢ د) ١

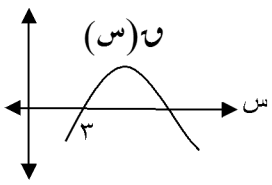
١٠) إذا كان $\frac{د}{دس}\left(\frac{س}{ن(س)}\right)=\frac{ب}{س}$ حيث $ن(س)، س\neq ٠$، وكان $ن'(٤)=\frac{١}{٢}، ن(٤)=١$، فما قيمة الثابت ب ؟

أ) $\frac{-١}{٤}$ ب) -٤ ج) $\frac{١}{٤}$ د) ١٦

١١) إذا كان $ن'(س)=(س^{٣}-٨)^{٤}(س-٣)^{٥}$، فما الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران $ن(س)$ متزايداً ؟

أ) $[٢، \infty[$ ب) $]-\infty، ٣]$ ج) $[٢، ٣]$ د) $[٣، \infty[$

١٢) يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران كثير الحدود $ن(س)$. أي العبارات الآتية صحيحة دائماً؟



أ) $ن'(٣)>ن''(٣)>ن(٣)$ ب) $ن''(٣)>ن'(٣)>ن(٣)$

ج) $ن''(٣)>ن(٣)>ن'(٣)$ د) $ن(٣)>ن''(٣)>ن'(٣)$

١٣) إذا كان $ن(س)=\frac{١}{س^{٢}+س+٣}$ معرفاً في الفترة $[١، ٣[$، فما عدد النقاط الحرجة للاقتران $ن(س)$ ؟

أ) نقطة واحدة ب) نقطتان ج) ثلاث نقاط د) أربع نقاط

١٤) إذا كان $جاس=هـ^{ص}$ فما قيمة $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ ؟

أ) $-قتا^{٢}س$ ب) $قتا^{٢}س$ ج) $-قتاس ظتاس$ د) $قا^{٢}س$

١٥) إذا كان المستقيم $أ س+ب ص+جـ=٠$ (حيث $أ، ب\neq ٠$) عمودياً على المماس لمنحنى الاقتران $ص=\frac{١}{س}، س>٠$، فما العبارة الصحيحة دائماً من العبارات الآتية ؟

أ) $أ، ب$ موجبان ب) $أ، ب$ مختلفا الإشارة ج) $أ، ب$ سالبان د) $أ=ب$

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $ن(س)=\begin{cases} أس^{٢}-٢س-٢، & -١\leq س<١ \\ س^{٢}+ب س-١٤، & ١\leq س\leq ٣ \end{cases}$ يحقق شروط القيمة المتوسطة في الفترة $[-١، ٣]$، جد قيم الثابتين $أ، ب$ ثم جد قيمة / قيم جـ التي تحددها النظرية.

ب) إذا كان $ن(س)=٢جتا^{٢}س+س^{٢}$ معرفاً في الفترة $]٠، \pi[$، فحدد فترات التقعر للأعلى وللأسفل لمنحنى الاقتران $ن(س)$.

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) اذا كان $\lim_{س\to ١}\frac{٢ن^{٢}(س)-٢}{س^{٢}-١}=٦$ وكان $هـ(س)=\sqrt{ن(س)}$ ، $ن(س)$ كثير حدود موجب ، فجد $هـ'(١)$.

ب) أطلقت كرة رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض من أمام بناية ارتفاعها ٥٥ متراً بحيث أن ارتفاع الكرة (بالأمتار) عن سطح الأرض بعد (ن) ثانية يتحدد بالعلاقة $ف(ن)=٠ن٦-ن٥^{٢}$

١. ما سرعة الكرة عندما تصل الى مستوى سطح البناية. ٢. ما أقصى ارتفاع للكرة عن مستوى سطح البناية.

ج) إذا كان $ن(س)=(٩-س)\sqrt{س}$ معرفاً على الفترة $[٠، ٤]$، فجد:

١. مجالات التزايد والتناقص للاقتران $ن(س)$ ٢. القيم القصوى المحلية للاقتران $ن(س)$

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عن سؤالين فقط

السؤال الرابع: (١٥علامة)

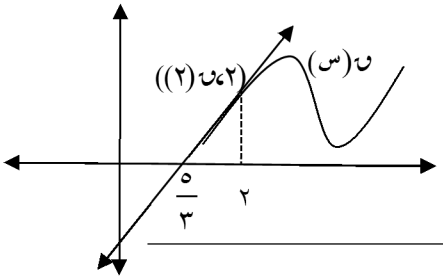
أ) إذا كان ٣ص = ٣ظتاس+ظتا^{٣}س فبين أن $\frac{ص''}{ص'} = -٤ظتاس$.

ب) إذا كان ن(س) = ٢س^{٢}، وكان ميل المماس لمنحنى الاقتران هـ(س) عند النقطة (١، أ) يساوي ب، وكانت (ن ∘ هـ)'(١) = (هـ ∘ ن)'(١)، بيّن أن هـ'(٢) = أ×ب

السؤال الخامس: (١٥علامة)

أ) إذا كان منحنى الاقتران ن(س) = أس^{٣} − بس^{٤}، س > ٠، وكانت ن(١) = ١ ، وكان للاقتران ن(س) نقطة انعطاف هي (أ، ن(أ)). جد:

١. قيم الثابتتين أ، ب. ٢. ظل زاوية الانعطاف لمنحنى الاقتران ن(س) .



ب) يبين الشكل المجاور منحنى ن(س) والمماس المرسوم عند س=٢،

فإذا كان ن(٢) + ن'(٢) = ٨، جد معادلة العمودي على المماس عند س=٢.

السؤال السادس :(١٥علامة)

أ) جد أكبر مساحة ممكنة لمستطيل يمكن رسمه داخل دائرة طول نصف قطرها ٤سم، بحيث يقع أحد أضلاعه على قطر الدائرة ورأساه الآخران على الدائرة.

ب) إذا كان م(س) = (ن(س)−س^{٢})^{٢}، وكان لمنحنى كثير الحدود ن(س) قيمة عظمى محلية عند النقطة (−١، ٣) وكانت م''(−١) = ٨. ما قيمة ن''(−١)؟

السؤال السابع: (٢٠ علامة)

أ) إذا علمت أن س = ٢لـو$_{هـ}$ $\frac{س}{ن(س)}$، وكانت س، ن(س) > ٠ ، أثبت أن القيمة العظمى المطلقة للاقتران ن(س) هي $\frac{٢}{هـ}$؟

ب) إذا كان هـ^{س} × هـ^{ص} = ص + ١، فبيّن أن صص' = −هـ$^{س+ص}$

الدورة الأولى	الإجابات النموذجية لامتحانات الثانوية العامة لعام ٢٠٢٢م الورقة الأولى	الفرع العلمي

مسابقات و اختبارات الرياضيات الالكترونية للثانوية العامة- فلسطين
إدارة أ.جهاد محمد عدوان

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
الإجابة	ب	أ	أ	ج	ج	أ	د	د	أ	ب	د	ج	أ	أ	ب

الحل التفصيلي:

١) $\frac{\Delta ن(س)}{\Delta س} = \frac{ن(٥) - ن(٤)}{٥ - ٤}$

$= \frac{(٢٥ - ٤٠ + ١٨) - (١٦ - ٣٢ + ١٨)}{٥ - ٤} = ١$

رمز الاجابة : ب

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{قاس - ١}{س} = \frac{٠}{٠}$

$\lim_{س \to ٠} \frac{قاس ظاس}{١} = \frac{قا٠ ظا٠}{١} = \frac{١ \times ٠}{٢} =$ صفر

رمز الاجابة : أ

٣) $هـ'(س) = س^{٢} ن'(س) + ن(س) \times ٢س$

$هـ'(٢) = ٤ ن'(٢) + ٤ ن(٢) = ٤((٢)ن + (٢)ن') = ٦ \times ٤ = ٢٤$

رمز الاجابة : ج

٤) $ن'(س) = -$جتاس $هـ^{-جاس}$

$-$جتاس $هـ^{-جاس} = ٠$، $هـ^{-جاس} > ٠$

جتاس $= ٠$ عندما $س = \frac{\pi}{٢}$

$ن(س)$ متصل على $[٠، \pi]$

القيم الحرجة عند $س = ٠، \frac{\pi}{٢}، \pi$

$ن(٠) = هـ^{٠} = ١$، $ن(\frac{\pi}{٢}) = هـ^{-١} = \frac{١}{هـ}$، $ن(\pi) = هـ^{٠} = ١$

القيمة الصغرى المطلقة $= \frac{١}{هـ}$

رمز الاجابة : ج

٥) $ن'(س) = -٣$جتا^{٢}٢س جا٢س $\times ٢ = -٦$جتا^{٢}٢س جا٢س

رمز الاجابة : ج

٦) $ن'(س) = ٣س^{٢} - ٦س -$ جـ ، $ن''(س) = ٦س - ٦ = ٠ \Leftarrow س = ١$

$ن'(١) =$ظا$\frac{\pi}{٤} = ١ \Leftarrow ٣ - ٦ -$ جـ $= -٤ \Leftarrow$ جـ

رمز الاجابة : أ

٧) $ن(س)$ متصل عند $س = ١$

$ن'(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} + ٣ ، س < ١ \\ ٦س + ١ ، س > ١ \end{cases} \Leftarrow ن'(١)$ غير موجودة ، $ن''(١)$ غير موجودة

$ن'(١)^{+} \neq ن'(١)^{-} \Leftarrow ٦ \neq ٧$

رمز الاجابة : د

٨) $ن(س) = (س^{٢} - ١)(س^{٢} + ١) = س^{٤} - ١$

$ن'(س) = ٤س^{٣} \leftarrow ن'(-٢) = ٤ \times -٨ = -٣٢$

رمز الاجابة :ج

٩) $ن(س)$ يحقق شروط رول في الفترة $[٠، ٦]$

يوجد $جـ \in]٠، ٦[$ حيث $ن'(جـ) = ٠$

$\frac{٦ - ٢جـ}{٢\sqrt{٦جـ - جـ^{٢}}} = ٠ \Leftarrow ٦ - ٢جـ = ٠ \Leftarrow جـ = ٣$

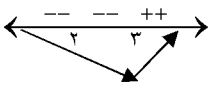
رمز الاجابة : أ

١٠) $\frac{ء س}{ء ن(س)} \left(\frac{س}{ن(س)} \right) = \frac{ب}{س}$

$\frac{ن(س) - س ن'(س)}{ن^{٢}(س)} = \frac{ب}{س} \Leftarrow \frac{\frac{١}{٢} \times ٤ - ١}{١} = \frac{ب}{٤} \Leftarrow ب = -٤$

رمز الاجابة : ب

١١) $ن'(س) = ٠$ عندما $س^{٣} - ٨ = ٠ \Leftarrow س = ٢$ ، $(س - ٣)^{٥} = ٠ \Leftarrow س = ٣$



$(س^{٣} - ٨)^{٤} > ٠$ ، تعتمد الاشارة على $(س - ٣)^{٥}$

متزايد على $[٣ ، \infty[$

رمز الاجابة : ج

١٢) من رسمة $ن(س)$: $ن(٣) = ٠$

$ن'(٣) > ٠$ ، $ن''(٣) < ٠$

$ن''(٣) < ن(٣) < ن'(٣)$

رمز الاجابة : ب

١٣) $ن'(س) = \frac{-(٢س + ١)}{(س^{٢} + س + ٣)^{٢}}$

$٢س + ١ = ٠ \Leftarrow س = -\frac{١}{٢} \notin [١، ٣]$

النقاط الحرجة عند $س = ١$ فقط

رمز الاجابة : أ

١٤) $جاس = هـ^{ص} \Leftarrow جتاس = ص' هـ^{ص} \Leftarrow ص' = \frac{جتاس}{هـ^{ص}} = \frac{جتاس}{جاس} = ظتاس$

$ص'' = -قتا^{٢} س$

رمز الاجابة : أ

١٥) ميل العمودي $= \frac{-أ}{ب}$ ، ميل المماس $= \frac{ب}{أ}$

ميل المماس $= \frac{ء ص}{ء س} = \frac{-١}{س_{١}^{٢}}$

$\frac{-١}{س_{١}^{٢}} = \frac{ب}{أ}$ لكن $س_{١}^{٢} > ٠$ ، $\frac{-١}{س_{١}^{٢}} < ٠ \Leftarrow \frac{ب}{أ} < ٠$

أ ، ب مختلفين في الاشارة

رمز الاجابة : ب

السؤال الثاني:

[١] $ن(س) = \begin{cases} ا س^{٢} - ٢س - ٢ ، -١ \geq س > ١ \\ س^{٢} + ب س - ١ ، ٤ \geq س \geq ٣ \end{cases}$

ن(س) يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في $[-١ ، ٣]$

١) ن(س) متصل عند س = ١

$نهـــا_{س \to ١^{-}} ا س^{٢} - ٢س - ٢ = نهـــا_{س \to ١^{+}} س^{٢} + ب س - ٤$

$ا - ٤ = ب - ٣ \Leftarrow \boxed{ا - ب = ١}$ (١)

٢) ن(س) قابل للاشتقاق عند س = ١

مسابقات و اختبارات الرياضيات الالكترونية للثانوية العامة- فلسطين
إدارة أ.جهاد محمد عدوان

$ن'(١)^{-} = ن'(١)^{+}$

$نهـــا_{س \to ١^{-}} ٢ا س - ٢ = نهـــا_{س \to ١^{+}} ٢س + ب$

$٢ا - ٢ = ٢ + ب \Leftarrow \boxed{٢ا - ب = ٤}$ (٢)

بحل المعادلتين (١) ، (٢) $\Leftarrow \begin{matrix} ا - ب = ١ \\ ٢ا - ب = ٤ \end{matrix} \Leftarrow \begin{matrix} -ا = -٣ \Leftarrow ا = ٣ \\ ب = ٢ \end{matrix}$

$ن(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} - ٢س - ٢ ، -١ \geq س > ١ \\ س^{٢} + ٢س - ١ ، ٤ \geq س \geq ٣ \end{cases}$

$ن'(س) = \begin{cases} ٦س - ٢ \quad ، -١ > س > ١ \\ ٢س + ٢ \quad ، ١ \geq س > ٣ \end{cases}$

* للإيجاد جـ : $ن'(جـ) = \frac{ن(٣) - ن(-١)}{٣ - -١} = \frac{١١ - ٣}{٤} = ٢$

- على $]-١ ، ١] \Leftarrow ٦جـ - ٢ = ٢ \Leftarrow ٦جـ = ٤ \Leftarrow جـ = \frac{٤}{٦} \ni]-١ ، ١[$
- على $[١ ، ٣[\Leftarrow ٢جـ + ٢ = ٢ \Leftarrow جـ = صـــفر \notin [١ ، ٣[$

قيمة $جـ = \{\frac{٢}{٣}\}$

مسابقات و اختبارات الرياضيات الالكترونية للثانوية العامة- فلسطين
إدارة أ.جهاد محمد عدوان

ب $\boxed{\text{ب}}$ $ن(س) = ٢جتا^٢س + س^٢$ ، $س \in]٠ ، \pi[$

مسابقات و اختبارات الرياضيات الالكترونية للثانوية العامة- فلسطين
إدارة أ.جهاد محمد عدوان

$ن(س)$ متصل على $]٠ ، \pi[$

$ن'(س) = -٤جتاس جاس + ٢س$

$= -٢جا٢س + ٢س$

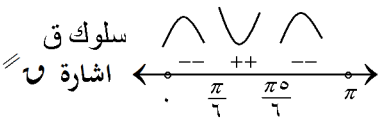
$ن''(س) = -٤جتا٢س + ٢$

صفر $= -٤جتا٢س + ٢$

$\Leftarrow جتا٢س = \frac{١}{٢}$

$٢س = \frac{\pi}{٣}، \frac{\pi٥}{٣} \Leftarrow س = \frac{\pi}{٦}، \frac{\pi٥}{٦} \in]٠ ، \pi[$

سلوك ق
اشارة ن''



منحنى $ن(س)$ مقعر لاسفل في $]٠ ، \frac{\pi}{٦}[$ ، منحنى $ن(س)$ مقعر لاعلى في $]\frac{\pi}{٦}، \frac{\pi٥}{٦}[$

منحنى $ن(س)$ مقعر لاسفل في $]\frac{\pi٥}{٦} ، \pi[$

السؤال الثالث:

مسابقات و اختبارات الرياضيات الالكترونية للثانوية العامة- فلسطين
إدارة أ.جهاد محمد عدوان

أ $\boxed{\text{أ}}$ $\lim_{س \to ١} \frac{٢ن^٢(س) - ٢}{س^٢ - ١} = ٦$ باستخدام لوبيتال

$\lim_{س \to ١} \frac{٢ \times ٢ن(س)ن'(س) - ٠}{٢س} = ٦$

$٢ن(١)ن'(١) = ٦$

$ن(١)ن'(١) = ٣ \leftarrow \boxed{١}$

ايضا $\lim_{س \to ١} ٢ن^٢(س) - ٢ =$ صفر

$٢ن^٢(١) - ٢ = ٠ \Leftarrow ن^٢(١) = ١$

$\Leftarrow ن(١) = ١$ حيث $ن(س) > ٠$

بالتعويض في $\boxed{١}$ $١ \times ن'(١) = ٣ \Leftarrow ن'(١) = ٣$

$هـ'(س) = \frac{١}{٣}(ن(س))^{\frac{-٢}{٣}} ن'(س) = \frac{ن'(س)}{٣ \sqrt[٣]{(ن(س))^٢}}$

$هـ'(١) = \frac{ن'(١)}{٣ \sqrt[٣]{(ن(١))^٢}} = \frac{٣}{٣ \sqrt[٣]{١}} = ١$

ب | ف(ن) = ٠ ٦ن − ٥ن^{٢}

عندما تكون الكرة عند مستوى سطح البناية

ف(ن) = ٥٥ م

٠ ٦ن − ٥ن^{٢} = ٥٥

ن^{٢} − ١٢ن + ١١ = ٠ ⇐ (ن − ١١)(ن − ١) = ٠

ن = ١١ث أو ن = ١ث

* ع(ن) = ٦٠ − ١٠ن

عند ن = ١١ث ع(١١) = ٦٠ − ١٠ × ١١ = −٥٠ م/ث نزولاً

عند ن = ١ث ع(١) = ٦٠ − ١٠ × ١ = ٥٠ م/ث صعوداً

٢) اقصى ارتفاع للكرة عن سطح الأرض

ع(ن) = ٠ ⇐ ٦٠ − ١٠ن = ٠ ⇐ ن = ٦ث

ف(٦) = ٦٠ × ٦ − ٥(٦)^{٢} = ٣٦٠ − ١٨٠ = ١٨٠م

اقصى ارتفاع للكرة عن مستوى سطح البناية = ١٨٠ − ٥٥ = ١٢٥ م

جـ | ن(س) = (٩ − س) $\sqrt{س}$ ، س ∈ [٠، ٤]

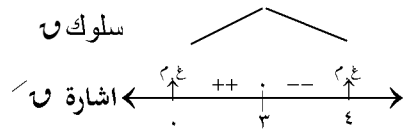
ن(س) متصل على [٠، ٤]

ن´(س) = (٩ − س) × $\frac{١}{٢\sqrt{س}}$ + $\sqrt{س}$ × −١ (علامة)

= $\frac{٩ - س - ٢س}{٢\sqrt{س}}$ = $\frac{٩ - ٣س}{٢\sqrt{س}}$

صفر = ٩ − ٣س ⇐ س = ٣

القيم الحرجة عند س = ٠، ٣، ٤



* ن(س) متزايد في [٠، ٣]

ن(س) متناقص في [٣، ٤]

* عند س = ٠ يوجد للاقتران ن(س) قيمة صغرى محلية وهي ن(٠) = ٠

عند س = ٣ يوجد للاقتران ن(س) قيمة عظمى محلية وهي ن(٣) = ٦ $\sqrt{٣}$

عند س = ٤ يوجد للاقتران ن(س) قيمة صغرى محلية وهي ن(٤) = ١٠

السؤال الرابع:

أ) $ص = ٣ظتاس + ظتا^٣ س$

$ص' = -٣قتا^٢ س - ٣ظتا^٢ س قتا^٢ س$

$ص' = -قتا^٢ س - ظتا^٢ س قتا^٢ س$

$ص' = -قتا^٢ س(١ + ظتا^٢ س)$

$ص' = -قتا^٢ س \times قتا^٢ س = -قتا^٤ س$

$ص'' = -٤ قتا^٣ س \times -قتاس ظتاس$

$ص'' = ٤ قتا^٣ س ظتاس$

$ص'' = -٤ ظتاس \times ص'$

$\Leftarrow \frac{ص''}{ص'} = -٤ ظتاس$

ب) $ن(س) = ٤س$

$هـ(١) = أ$ ، $هـ'(١) = ب$

$ن(١) = ٢$ ، $ن'(أ) = ٤أ$

$(ن \circ هـ)'(١) = (هـ \circ ن)'(١)$

$ن'(هـ(١)) \times هـ'(١) = هـ'(ن(١)) \times ن'(١)$

$ن'(أ) \times ب = هـ'(٢) \times ٤$

$٤أ \times ب = هـ'(٢) \times ٤$

$هـ'(٢) = أ \times ب$

السؤال الخامس:

أ) $ن'(س) = ٣أس^٢ - ٤ب س^٣$

$ن''(س) = ٦أس - ٢ أ ب س^٢$

بما أن $(أ، ن(أ))$ نقطة انعطاف فإن $ن''(أ) = ٠$

$٦ أ^٢ - ٢ أ ب أ^٢ = ٠$

$٦ أ^٢ (١ - ٢ب) = ٠$

$أ > ٠$ لان $س > ٠ \Leftarrow ١ - ٢ب = ٠ \Leftarrow ب = \frac{١}{٢}$

ايضا $ن(١) = ١ \Leftarrow ١ = أ - ب \Leftarrow أ = ١ + \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٢}$

$ن(س) = \frac{٣}{٢} س^٣ - \frac{١}{٢} س^٤ \Leftarrow ن'(س) = \frac{٩}{٢} س^٢ - ٢س^٣$

عند $س = \frac{٣}{٢}$ نقطة انعطاف $\Leftarrow ن'(\frac{٣}{٢}) = \frac{٩}{٢} \times \frac{٩}{٤} - ٢ \times \frac{٢٧}{٨} = \frac{٢٧}{٨}$

زاوية الانعطاف $(هـ) \Leftarrow ظاهـ = \frac{٢٧}{٨}$

ب | المماس لمنحنى ن(س) يمر بالنقطتين (٢، ن(٢))، (٠، $\frac{٥}{٣}$)

$$م = \frac{ن(٢) - ٠}{٢ - \frac{٥}{٣}} = \frac{ن(٢) -}{\frac{١}{٣} -} = ٣ن(٢)$$

لكن ميل المماس عند س=٢ ايضا = ن ´(٢)

$$٣ن(٢) = ن´(٢)$$

$$٣ن(٢) - ن´(٢) = ٠$$

$$ن(٢) + ن´(٢) = ٨$$

$$٤ن(٢) = ٨ \quad \Leftarrow ن(٢) = ٢ ، ن´(٢) = ٦$$

ميل العمودي = $\frac{-١}{٦}$ عند (٢، ٢)

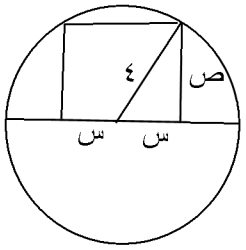
معادلة العمودي $\Leftarrow$ ص − ٢ = $\frac{-١}{٦}$(س − ٢)

$$ص = \frac{-س}{٦} + \frac{٧}{٣}$$

السؤال السادس:

أ | مساحة المستطيل = ٢س × ص

ايضا $س^{٢} + ص^{٢} = ٤^{٢}$



$$ص^{٢} = ١٦ - س^{٢}$$

$$ص = \sqrt{١٦ - س^{٢}}$$

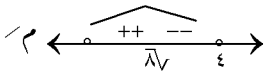
$$م = ٢س \times \sqrt{١٦ - س^{٢}}$$

$$\frac{د م}{د س} = ٢س \times \frac{-٢س}{٢\sqrt{١٦ - س^{٢}}} + \sqrt{١٦ - س^{٢}} \times ٢$$

$$صفر = \frac{-٢س^{٢} + ٢(١٦ - س^{٢})}{٢\sqrt{١٦ - س^{٢}}}$$

$$صفر = -٤س^{٢} + ٣٢$$

$$س^{٢} = ٨ \Leftarrow س = \sqrt{٨} \text{ حيث } س > ٠$$



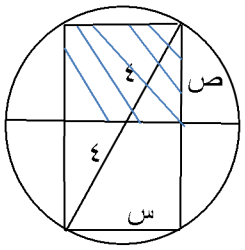
عند س = $\sqrt{٨}$ تكون المساحة أكبر ما يمكن

$$م = ٢ \times \sqrt{٨} \times \sqrt{١٦ - (\sqrt{٨})^{٢}}$$

$$= ٢\sqrt{٨}\sqrt{٨} = ٢ \times ٨ = ١٦ \text{ سم}^{٢}$$

حل آخر/

إذا رسم الطالب السؤال واعتبر أنه كرر المستطيل



بالتالي تقع الرؤوس الأربعة على الدائرة

المساحة = س × ص ← (١)

ايضا $س^{٢} + ص^{٢} = ٨^{٢}$ فيتاغورث

$ص^{٢} = ٦٤ - س^{٢}$

$ص = \sqrt{٦٤ - س^{٢}}$ ← (٢) نعوض في (١)

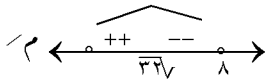
$م = س \times \sqrt{٦٤ - س^{٢}}$ نشتق بالنسبة لـ س

$م' = س \times \frac{-٢س}{٢\sqrt{٦٤ - س^{٢}}} + \sqrt{٦٤ - س^{٢}} \times ١$

$= \frac{-س^{٢} + ٦٤ - س^{٢}}{\sqrt{٦٤ - س^{٢}}} = \frac{٦٤ - ٢س^{٢}}{\sqrt{٦٤ - س^{٢}}}$

$م'(س) = ٠ \Leftarrow ٦٤ = ٢س^{٢} \Leftarrow س = \sqrt{٣٢}$

عند $س = \sqrt{٣٢}$



عند $س = \sqrt{٣٢}$ توجد قيمة عظمى

$ص = \sqrt{٦٤ - ٣٢} = \sqrt{٣٢}$

$م = \sqrt{٣٢} \times \sqrt{٣٢} = ٣٢$ سم^{٢}

مساحة المستطيل المطلوب $= \frac{٣٢}{٢} = ١٦$ سم^{٢}

مسابقات و اختبارات الرياضيات الالكترونية للثانوية العامة- فلسطين
إدارة أ.جهاد محمد عدوان

ب $م(س) = (ن(س) - س^{٢})^{٢}$

$م'(س) = ٢(ن(س) - س^{٢})(ن'(س) - ٢س)$

$م''(س) = ٢(ن(س) - س^{٢})(ن''(س) - ٢) + ٢(ن'(س) - ٢س)^{٢}$

$م''(-١) = ٢(ن(-١) - ١)(ن''(-١) - ٢) + ٢(ن'(-١) + ٢)^{٢}$

لكن $ن'(-١) = ٠ ، ن(-١) = ٣$

$\therefore ٨ = ٢(٣ - ١)(ن''(-١) - ٢) + ٢(٠ + ٢)^{٢}$

$٨ = ٤(ن''(-١) - ٢) + ٨$

$\therefore ٤(ن''(-١) - ٢) = ٠$

$ن''(-١) = ٢$

السؤال السابع:

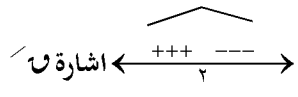
أ) $س = ٢لـو_{هـ} \frac{س}{ن(س)}$ حيث $س > ٠$ ، $ن(س) > ٠$

$$\frac{س}{٢} = لـو_{هـ}\left(\frac{س}{ن(س)}\right) \Leftarrow \frac{هـ^{\frac{س}{٢}}}{١} = \frac{س}{ن(س)}$$

$ن(س) = س هـ^{\frac{-س}{٢}}$ $ن(س)$ متصل على ح

$ن'(س) = س \times -\frac{١}{٢} هـ^{\frac{-س}{٢}} + هـ^{\frac{-س}{٢}} \times ١ =$ صـــفر

$هـ^{\frac{-س}{٢}}(\frac{-س}{٢} + ١) = ٠ \Leftarrow \frac{-س}{٢} + ١ = ٠ \Leftarrow س = ٢$



$ن(٢) = ٢هـ^{-١} = \frac{٢}{هـ}$ وهي قيمة عظمى مطلقة للاقتران $ن(س)$

حل آخر/

مسابقات و اختبارات الرياضيات الالكترونية للثانوية العامة- فلسطين
إدارة أ.جهاد محمد عدوان

$$س = ٢لـو_{هـ} \frac{س}{ن(س)}$$

$$س = ٢(لـو_{هـ} س - لـو_{هـ} ن(س))$$

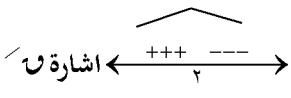
$$١ = ٢\left(\frac{١}{س} - \frac{ن'(س)}{ن(س)}\right)$$

$$١ = \frac{٢}{س} - \frac{٢ن'(س)}{ن(س)}$$

$$\Leftarrow \frac{٢ن'(س)}{ن(س)} = ١ - \frac{٢}{س} = \frac{س - ٢}{س}$$

$٢ن'(س) = ن(س)\left(\frac{س - ٢}{س}\right)$ ، $ن(س) > ٠$ ، $س > ٠$

$\therefore س - ٢ = ٠ \Leftarrow س = ٢$



عند س=٢ قيمة عظمى مطلقة

لمعرفة $ن(٢) \Leftarrow ٢ = ٢لـو_{هـ} \frac{٢}{ن(٢)}$

$$١ = لـو_{هـ} \frac{٢}{ن(٢)} \Leftarrow \frac{٢}{ن(٢)} = هـ \Leftarrow ن(٢) = \frac{٢}{هـ}$$

ب $\quad هـ^{س} \times هـ^{ص} = ص + ١$

$هـ^{س+ص} = ص + ١$

$(١ + ص`) هـ^{س+ص} = ص`$

$(١ + ص`)(ص + ١) = ص`$

$ص + ١ + ص ص` + ص` = ص`$

$(١ + ص) = - ص ص`$

$ص ص` = - هـ^{س+ص}$

هناك حلول أخرى

حل آخر/

$لـو_{هـ} هـ^{س} + لـو_{هـ} هـ^{ص} = لـو_{هـ}(ص + ١)$

$س + ص = لـو_{هـ}(ص + ١)$

$١ + ص` = \frac{ص`}{ص + ١}$

$(١ + ص`)(ص + ١) = ص`$

$ص + ١ + ص`(ص + ١) = ص`$

$ص`(ص + ١ - ١) = -(ص + ١)$

$ص` ص = -(ص + ١)$

$ص` ص = - هـ^{س} هـ^{ص} = - هـ^{س+ص}$

حل آخر/

$هـ^{س} = \frac{ص + ١}{هـ^{ص}} = (ص + ١) هـ^{-ص}$

$هـ^{س} = (ص + ١) \times - ص` هـ^{-ص} + هـ^{-ص} ص`$

$هـ^{س} = هـ^{-ص}(ص` - ص`(ص + ١))$

$هـ^{س} . هـ^{ص} = ص` - ص ص` - ص`$

$هـ^{س} . هـ^{ص} = - ص ص`$

$ص ص` = - هـ^{س+ص}$

طريقة اخرى

أو $\quad هـ^{س} \times هـ^{ص} ص` + هـ^{ص} هـ^{س} = ص`$

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
المبحث: الرياضيات
الورقة الثانية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة
الدورة الأولى- للعام ٢٠٢٢م

مدة الامتحان : ساعتان ونصف
اليوم : الاثنين
التاريخ:٢٠ / ٦/٢٠٢٢م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(سبعة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (ثلاثة) أسئلة،وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا

السؤال الأول:(٣٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(١٥) فقرات من نوع اختيار من متعدد ، من أربعة بدائل، اختر رمز الإجابة الصحيحة، ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) ما المصفوفة $ج_{٢\times٢}$ بحيث تحقق $ج_{ي و} = (ي)^{-و}$؟

أ) $\begin{bmatrix} ١ & ١- \\ \frac{١}{٤} & \frac{١}{٢} \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ \frac{١}{٤} & \frac{١}{٢} \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} \frac{١}{٢} & ١ \\ \frac{١}{٤} & ١ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٤- & ٢- \end{bmatrix}$

٢) إذا كانت س،ص مصفوفتين غير منفردتين، وكان ٢س=ص$^{-١}$، فما هي المصفوفة س.ص؟

أ) ٢م^{٢} ب) $\frac{١}{٤}$م^{٢} ج) ٤م^{٢} د) $\frac{١}{٢}$م^{٢}

٣) عند حل نظام من معادلتين خطيتين بالمتغيرين س،ص بطريقة كريمر وجد أن $|أ_{س}| = \begin{bmatrix} ١٣ & ٥٠ \\ ٢- & ١١ \end{bmatrix}$، س × ص = ٣،

فما قيمة / قيم |أ|؟

أ) ٣، -٣ ب) ١ ج) ٨١ د) ٩، -٩

٤) ما قيمة الثابت ب الذي يحقق $\begin{bmatrix} ٥ & ٤ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ك \\ ١ \end{bmatrix} = ٦\begin{bmatrix} ك \\ ب \end{bmatrix}$؟

أ) ٤ ب) ٢ ج) ١ د) ٦

٥) إذا كان م(س) اقتراناً أصلياً للاقتران المتصل ن(س) حيث م(١) = ٥، $\int_{١}^{٣} (ن(س) + ٢س) ى س = ٦$ فما قيمة م(٣)؟

أ) ١١ ب) ٣ ج) ١ د) -٣

٦) ما ناتج التكامل الآتي: $\int \frac{١}{هـ^{-س}+١} ى س$، حيث هـ العدد النيبيري ؟

أ) لـو$_{هـ}|هـ^{س}+١|+$جـ ب) لـو$_{هـ}|هـ^{س}-١|+$جـ ج) $هـ^{س}+س+$جـ د) لـو$_{هـ}|هـ^{-س}+١|+$جـ

٧) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ن(س) عند أي نقطة عليه يساوي ٣س^{٢} ، وكانت ن(٢) = ٥، فما قيمة ن(٣)؟

أ) -٦ ب) -٣ ج) ٢٤ د) ٢٧

٨) ما ناتج $\int$ جاس قا^{٢}س ى س؟

أ) قاس+جـ ب) ظاس+جـ ج) قتاس+جـ د) قا^{٣}س+جـ

أ. جهاد عدوان
أ. فاطمة الأسطل

٩) ما قيمة $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} (\frac{\text{ظاس}}{\text{ظتاس}} + ١)$ ؟

أ) $١ - \sqrt{٣}$ ب) $١ + \sqrt{٣}$ ج) صفر د) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$

١٠) ما رتبة العنصر الذي قيمته ٨٠,١ في التجزئة المنتظمة $\sigma_{١٠٠}$ للفترة $[٢ ، ١٢]$؟

أ) ٩٠ ب) ٨٩ ج) ٨٨ د) ٨٧

١١) ما قيمة $\int_{٠}^{٢} \frac{س^٢ - ٢٥}{\sqrt{س^٢ - ١٠س + ٢٥}}$ ؟

أ) -١٢ ب) -٧ ج) ٧ د) ١٢

١٢) إذا كان $ن(س) \leq ٧$ لجميع قيم $س \in [٢ ، ٥]$، فما أقل قيمة للمقدار $\int_{٢}^{} (٣ن(س) + ٤)$ ؟

فما قيمة الثابت ا ؟

أ) ٢٥ ب) ٣٣ ج) ٧٤ د) ٧٥

١٣) إذا كان $\int_{٣}^{-١} ن(س)$ ، وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[-١ ، ٣]$ بحيث كان $م(\sigma_{ن} ، ن) = ا + \frac{٤ - ٨ن}{٢ن^٢}$،

فما قيمة الثابت ا ؟

أ) -٢ ب) -١ ج) ٢ د) ٤

١٤) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران $ن(س)$ على الفترة $[٠ ، جـ]$،

إذا كان $\int_{٠}^{جـ} ن(س) = -٢$، وكانت المساحة $م_١ = ٣$ وحدات مربعة،

فما قيمة المساحة $م_٢$ ؟

أ) -٥ ب) ٢ ج) ٥ د) ١

١٥) إذا كان $\int_{ب}^{س} ن(ص) = ب س^٢ + ٨$ ، فما قيمة $ن(ب)$؟

أ) ٨ ب) ٢ ج) -٢ د) -٨

السؤال الثاني: (٢٠علامة)

أ) إذا كان $ن(س) = ٢س + ب$ معرفاً في الفترة $[-١ ، ٧]$ وكانت $\sigma_{٤}$ تجزئة رباعية منتظمة للفترة $[-١ ، ٧]$
بحيث أن $م(\sigma_{٤} ، ن) = ١٦$ عندما $س_{ر} = س_{ر-١}$. جد قيمة الثابت ب .

ب) إذا كانت $جـ = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$، فجد المصفوفة غير المنفردة س بحيث $٢س + (س^{-١} . جـ)^{-١} = \begin{bmatrix} ٢ & ٧- \\ ١١- & ٣٠ \end{bmatrix}$

ج) ما قيمة $\int (س + ١)^٣ (س^٢ + ٢س + ٦)^٤$.

السؤال الثالث:(٢٠علامة)

أ) إذا كان $ت(س) = \begin{cases} أ\,س^{٣} - س & ، ١ \geq س \geq ٣ \\ ٥\,س^{٢} + ب\,س + جـ & ، ٣ < س \geq ٧ \end{cases}$

هو الاقتران المكامل للاقتران المتصل $ن(س)$ في الفترة $[١، ٧]$ ، جد:

١) قيم الثوابت أ، ب، جـ ٢. $\int_{١}^{٣} ن(س)\,ع س$

ب) جد $\int_{٣}^{٥} \frac{٣س - ١}{س^{٢} + س - ٦}\,ع س$؟

ج) جد قيمة س بحيث يكون $\begin{vmatrix} ٢ & -١ & -١ \\ س & ٠ & ٢ \\ -٣ & ١ & ٤ \end{vmatrix} \begin{vmatrix} ٢ & ٤ \\ س & ٩ \end{vmatrix} = -٣٤$

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عن سؤالين فقط

السؤال الرابع: (١٥علامة)

أ) ما مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين $ن(س) = \frac{٣}{س}$، $هـ(س) = س + ٢$ في الفترة $[١، هـ]$؟

ب) إذا كان $ن(س) = س\,ن'(س) + هـ^{س}\,ن^{٢}(س)$، $ن(س) \neq ٠$، $ن(-١) = -هـ$، بيّن أنّ $ن(أ) = \frac{أ}{هـ^{أ}}$؟

السؤال الخامس: (١٥علامة)

أ) إذا كان $ن'(س) = ١$ ، $ن(١) = \frac{٣}{٢}$، فما قيمة $\int_{١}^{٢} ن(س)(س^{٢} + س - ٥)^{٣}\,ع س$

ب) استخدم طريقة جاوس في حل النظام الآتي :

$س - ص + ٤ع = ٩$، $٢س + ٣ص + ٢ع = ٢$، $س + ٣ص - ع = -٤$

السؤال السادس :(١٥علامة)

أ) بدون حساب التكامل أثبت أن: $\int_{٠}^{\pi} \frac{١}{٢ + ٣جتا^{٢} س}\,ع س \geq \frac{\pi}{٥}$ $\geq \frac{\pi}{٢}$

ب) جد $\int \left(\frac{لـو هـ س}{س}\right)^{٢}\,ع س$.

مسابقات و اختبارات الرياضيات الالكترونية للثانوية العامة- فلسطين
إدارة أ.جهاد محمد عدوان

السؤال السابع: (١٥علامة)

أ) يتحرك جسم في خط مستقيم مبتدئاً من نقطة الأصل (و) ومبتعداً عنها بسرعة ابتدائية مقدارها ١٠ م/ث، فإذا كان تسارعه في أي لحظة يساوي (أ) م/ث^{٢}، إذا توقف الجسم عن الحركة بعد ٥ثواني من بدء الحركة، فما المسافة التي قطعها الجسم؟

ب) بيّن باستخدام خصائص المحددات أن $\begin{vmatrix} ع٢ & ع٢ & ع٢ \\ ب & ١ & جـ \\ جـ + ١ & ب + جـ & ب + ١ \end{vmatrix} = ٠$

الدورة الأولى

الإجابات النموذجية لامتحانات الثانوية العامة
لعام ٢٠٢٢م
الورقة الثانية

الفرع العلمي

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
الإجابة	ب	د	د	ج	ب	أ	ج	أ	أ	ب	أ	د	ج	ج	أ

الحل التفصيلي:

١) $ج_{٢\times٢} = \begin{bmatrix} ج_{١١} & ج_{٢١} \\ ج_{١٢} & ج_{٢٢} \end{bmatrix}$ حيث $ج_{ي و} = (ي)^{-و}$

$ج_{٢٢} = \begin{bmatrix} ١^{-١} & ١^{-٢} \\ ٢^{-١} & ٢^{-٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ \frac{١}{٢} & \frac{١}{٤} \end{bmatrix}$ رمز الاجابة : ب

٢) $٢س = ص^{-١} \Leftarrow س ص = \frac{١}{٢} ص^{-١} ص = \frac{١}{٢}$ م رمز الاجابة : ج

٣) $|أ_س . أ_ص| = ١٣ \times ١١ - ٥٠ \times ٢ = ٢٤٣$

$س.ص = \frac{|أ_س|}{|أ|} . \frac{|أ_ص|}{|أ|} \Leftarrow ٣ = \frac{٢٤٣}{|أ|^{٢}} = ٣$

$|أ|^{٢} = ٨١ \Leftarrow |أ| = ٩ ، -٩$ رمز الاجابة : ج

٤) $٥ك + ٤ = ٦ك \Leftarrow ك = ٤$

$ك + ٢ = ٦ب \Leftarrow ٤ + ٢ = ٦ب \Leftarrow ب = ١$ رمز الاجابة : ج

٥) $\int_{١}^{٣} ن(س) ج س + \int_{١}^{٣} ٢س ج س = ٦ \Leftarrow ن(٣) - ن(١) + س^{٢}|_{١}^{٣} = ٦$

$ن(٣) - ٥ + ٨ = ٦ \Leftarrow ن(٣) = ٣$ رمز الاجابة : ب

٦) $\int \frac{١}{هـ^{-س} + ١} ج س = \int \frac{١}{\frac{١}{هـ^{س}} + ١} ج س = \int \frac{هـ^{س}}{١ + هـ^{س}} ج س = لـو_{هـ} |هـ^{س} + ١| + جـ$ رمز الاجابة : أ

٧) $ن(س) = \int ٣س^{٢} ج س = س^{٣} + جـ ، ن(٢) = ٥ \Leftarrow ٥ = ٨ + جـ \Leftarrow جـ = -٣$

$ن(س) = س^{٣} - ٣ \Leftarrow ن(٣) = ٢٤$ رمز الاجابة : ج

٨) $\int جاس قا^{٢} س ج س = \int جاس \times \frac{قاس}{جتاس} ج س = \int ظاس قاس ج س = قاس + جـ$ رمز الاجابة : أ

٩) $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٣}} (\frac{ظاس}{ظتاس} + ١) ج س = \int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٣}} (ظا^{٢} س + ١) ج س = \int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٣}} قا^{٢} س ج س = ظاس|_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٣}} = \sqrt{٣} - ١$ رمز الاجابة : أ

١٠) $س_{ر} = ٨,٨ = ٢ + \frac{١٢ - ٢}{١٠٠} ر \Leftarrow ٨,٨ = ٠,١ ر \Leftarrow ر = ٨٨ \Leftarrow$ الرتبة = ٨٩ رمز الاجابة : ب

١١) $\int_{0}^{2} \frac{س^2 - ٢٥}{\sqrt{س^2 - ١٠س + ٢٥}}\,ds = \int_{0}^{2} \frac{س^2 - ٢٥}{|س - ٥|}\,ds$ $\xleftarrow{\text{++}\ \text{--}\ \text{--}}_{0\quad 2\quad 5}$

$\int_{0}^{2} \frac{(س - ٥)(س + ٥)}{-(س - ٥)}\,ds = \left| -\frac{س^2}{٢} - ٥س \right|_{0}^{2} = (-٢ - ١٠) - ٠ = -١٢$ **رمز الاجابة : أ**

١٢) $ن(س) \le ٧ \Leftarrow ٣ن(س) \le ٢١ \Leftarrow ٣ن(س) + ٤ \le ٢٥$

$\int_{2}^{0} (٣ن(س) + ٤)\,ds \le \int_{2}^{0} ٥\,ds \Leftarrow \int_{2}^{0} (٣ن(س) + ٤)\,ds \le ٧٥$ **رمز الاجابة : د**

١٣) $\lim_{ن \to \infty} م(\sigma_ن ، ن) = \int_{-١}^{٣} ن(س)\,ds = \lim_{ن \to \infty} ١ + \frac{-٤ن^2}{٢ن^2} = ١ - ٤$

$\int_{-١}^{٣} ن(س)\,ds = ١ \Leftarrow \int_{٣}^{-١} ن(س)\,ds = -١$

$-١ = ١ - ٤ \Leftarrow ١ = ٢$ **رمز الاجابة : جـ**

١٤) $\int_{0}^{س} ن(س)\,ds = -٢ \Leftarrow م_١ - م_٢ = -٢ \Leftarrow ٣ - م_٢ = -٢ \Leftarrow م_٢ = ٥$ **رمز الاجابة : جـ**

١٥) $\int_{ب}^{س} ن(ص)\,ص = ب س^2 + ٨ \Leftarrow ت(ب) = ٠$

$ب^3 + ٨ = ٠ \Leftarrow ب = -٢$

$ن(س) = ٢ب س = -٤س \Leftarrow ن(ب) = ن(-٢) = -٤ \times -٢ = ٨$ **رمز الاجابة : أ**

السؤال الثاني:

مسابقات و اختبارات الرياضيات الالكترونية للثانوية العامة- فلسطين
إدارة أ.جهاد محمد عدوان

أ

$ن(س) = ٢س + ب ، [-١ ، ٧]$ ، $س_ر^* = س_{ر-١}$

$ل = \frac{-١ - -٧}{٤} = ٢ ، \sigma_٤ = \{-١ ، ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧\}$

$س_ر^* = س_{ر-١} = \{-١ ، ١ ، ٣ ، ٥\}$

$ن(س_{ر-١}) = ن(-١) = -٢ + ب ، ن(١) = ٢ + ب$

$ن(٣) = ٦ + ب ، ن(٥) = ١٠ + ب$ (يمكن عمل جدول)

$م(\sigma_٤ ، ن) = ل \sum_{١}^{٤} ن(س_ر^*) = ٢(ن(-١) + ن(١) + ن(٣) + ن(٥))$

$١٦ = ٢(-٢ + ب + ٢ + ب + ٦ + ب + ١٠ + ب)$

$٨ = ٤ب + ١٦ \Leftarrow ب = -٢$

ب

$$٢س + (س^{-١} . جـ)^{-١} = \begin{bmatrix} ٢ & -٧ \\ -١١ & ٣٠ \end{bmatrix}$$

$$٢س + جـ^{-١} . س = \begin{bmatrix} ٢ & -٧ \\ -١١ & ٣٠ \end{bmatrix}$$

نجد $جـ^{-١}$: $|جـ| = ٩ - ٨ = ١ \Leftarrow جـ^{-١} = \begin{bmatrix} ٣ & -٤ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}$

$$(٢م + جـ^{-١}) . س = \begin{bmatrix} ٢ & -٧ \\ -١١ & ٣٠ \end{bmatrix}$$

$$(٢\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٣ & -٤ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}) . س = \begin{bmatrix} ٢ & -٧ \\ -١١ & ٣٠ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٥ & -٤ \\ -٢ & ٥ \end{bmatrix} . س = \begin{bmatrix} ٢ & -٧ \\ -١١ & ٣٠ \end{bmatrix}$$

لتكن $ا = \begin{bmatrix} ٥ & -٤ \\ -٢ & ٥ \end{bmatrix}$ نجد $ا^{-١}$

$$|ا| = ٢٥ - ٨ = ١٧ \Leftarrow ا^{-١} = \begin{bmatrix} \frac{٥}{١٧} & \frac{٤}{١٧} \\ \frac{٢}{١٧} & \frac{٥}{١٧} \end{bmatrix}$$

$$س = \begin{bmatrix} \frac{٥}{١٧} & \frac{٤}{١٧} \\ \frac{٢}{١٧} & \frac{٥}{١٧} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ & -٧ \\ -١١ & ٣٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-٣٤}{١٧} & \frac{٨٥}{١٧} \\ \frac{-٥١}{١٧} & \frac{١٣٦}{١٧} \end{bmatrix}$$

$$س = \begin{bmatrix} -٢ & ٥ \\ -٣ & ٨ \end{bmatrix}$$

جـ

$$\int (س + ١)^{٣} (س^{٢} + ٢س + ٦)^{٤} \, ء س$$

نفرض $ص = س^{٢} + ٢س + ٦ \Leftarrow ء ص = (٢س + ٢) ء س$

$$\Leftarrow ء س = \frac{ء ص}{٢س + ٢}$$

$$\int (س + ١)^{٣} (ص)^{٤} \frac{ء ص}{٢(س + ١)}$$

$$= \frac{١}{٢} \int (س + ١)^{٢} ص^{٤} \, ء ص$$

* $ص - ٥ = س^{٢} + ٢س + ١ \Leftarrow (س + ١)^{٢} = ص - ٥$

$$= \frac{١}{٢} \int (ص - ٥) ص^{٤} \, ء ص$$

$$= \frac{1}{2}\int (ص^5 - 5ص^4)\,دص$$

$$= \frac{ص^6}{12} - \frac{ص^5}{2} + جـ$$

$$= \frac{(س^2 + 2س + 6)^6}{12} - \frac{(س^2 + 2س + 6)^5}{2} + جـ$$

السؤال الثالث:

مسابقات و اختبارات الرياضيات الالكترونية للثانوية العامة- فلسطين
إدارة أ.جهاد محمد عدوان

أ

$$ت(س) = \begin{cases} أ\,س^3 - س & ، 1 \le س \le 3 \\ 5س^2 + ب س + جـ & ، 3 < س \le 7 \end{cases}$$

١) $ت(1) = 0 \Leftarrow أ(1)^2 - 1 = 0 \Leftarrow \boxed{أ = 1}$

ت(س) متصل

$$\text{نهـــا}_{س \to 3^-} أ\,س^3 - س = \text{نهـــا}_{س \to 3^+} 5س^2 + ب س + جـ$$

$$27 - 3 = 45 + 3ب + جـ$$

$$3ب + جـ = -21 \leftarrow (1)$$

وبما ان ن(س) متصل $ن'(س) = ت(س) = \begin{cases} 3س^2 - 1 & ، 1 \le س < 3 \\ 10س + ب & ، 3 \le س \le 7 \end{cases}$

$$\text{نهـــا}_{س \to 3^-} 3س^2 - 1 = \text{نهـــا}_{س \to 3^+} 10س + ب$$

$$26 = 30 + ب \Leftarrow \boxed{ب = -4}$$

بالتعويض في (١) $3 \times -4 + جـ = -21 \Leftarrow \boxed{جـ = -9}$

$$ت(س) = \begin{cases} س^3 - س & ، 1 \le س \le 3 \\ 5س^2 - 4س - 9 & ، 3 < س \le 7 \end{cases}$$

٢) $\int_1^5 ن(س)\,دس = ت(5) = 5(5)^2 - 4 \times 5 - 9 = 125 - 29 = 96$

ب

$$\int_3^5 \frac{3س - 1}{س^2 + س - 6}\,دس \Leftarrow \frac{3س - 1}{س^2 + س - 6} = \frac{أ}{س + 3} + \frac{ب}{س - 2}$$

$$\Leftarrow أ(س - 2) + ب(س + 3) = 3س - 1$$

عندما $س = ٢ \Leftarrow ٥ب = ٥ \Leftarrow ب = ١$

عندما $س = -٣ \Leftarrow -١٥ا = -١٠ \Leftarrow ا = ٢$

$$\therefore \int_{-٣}^{٠} \frac{٣س - ١}{س^٢ + س - ٦} د س = \int_{-٣}^{٠} \frac{٢}{س + ٣} د س + \int_{-٣}^{٠} \frac{١}{س - ٢} د س$$

$$= ٢لـو_{هـ} |س + ٣| + لـو_{هـ} |س - ٢| \Big|_{-٣}^{٠}$$

$$= ٢لـو_{هـ} ٨ - ٢لـو_{هـ} ٦ + لـو_{هـ} ٣ - لـو_{هـ} ١$$

$$= لـو_{هـ} \frac{٦٤ \times ٣}{٣٦} = لـو_{هـ} \frac{١٦}{٣}$$

حل آخر /

$$\int_{-٣}^{٠} \frac{٣س - ١}{س^٢ + س - ٦} د س$$

بإضافة وطرح $(٢ - س)$ للبسط

$$\int_{-٣}^{٠} \frac{٣س - ١ + (٢ - س) - (٢ - س)}{س^٢ + س - ٦} د س$$

$$\int_{-٣}^{٠} \frac{٢س + ١}{س^٢ + س - ٦} د س + \int_{-٣}^{٠} \frac{س - ٢}{س^٢ + س - ٦} د س$$

$$\int_{-٣}^{٠} \frac{٢س + ١}{س^٢ + س - ٦} د س + \int_{-٣}^{٠} \frac{س - ٢}{(س - ٢)(س + ٣)} د س$$

$$لـو_{هـ} |س^٢ + س - ٦| \Big|_{-٣}^{٠} + لـو_{هـ} |س + ٣| \Big|_{-٣}^{٠}$$

$$لـو_{هـ} ٢٤ - لـو_{هـ} ٦ + لـو_{هـ} ٨ - لـو_{هـ} ٦ = لـو_{هـ} (\frac{٢٤}{٦}) + لـو_{هـ} (\frac{٨}{٦})$$

$$= ٤لـو_{هـ} ٢ - لـو_{هـ} ٣$$

مسابقات و اختبارات الرياضيات الالكترونية للثانوية العامة- فلسطين
إدارة أ.جهاد محمد عدوان

جـ

$$\begin{vmatrix} ٢ & -١ & -١ \\ س & ٠ & ٢ \\ -٣ & ١ & ٤ \end{vmatrix} = -٣٤ \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ٩ & س \end{vmatrix}$$

$$= \left(٢ \begin{vmatrix} ٠ & ٢ \\ ١ & ٤ \end{vmatrix} + ١ \begin{vmatrix} ٢ & س \\ ٤ & -٣ \end{vmatrix} - ١ \begin{vmatrix} ٢ & س \\ ٠ & -٣ \end{vmatrix} \right) \times (١٨ - ٤س) = -٣٤$$

$$[٢(-٢) + ٤س + ٦ - ١(س)](١٨ - ٤س) = -٣٤$$

$(٢+٣س)(١٨-٤س)=-٣٤$

$\Leftarrow ٦س^{٢}-٢٣س-٣٥=٠$

$(٦س+٧)(س-٥)=٠ \Leftarrow$ اما $س=\frac{-٧}{٦}$ أو $س=٥$

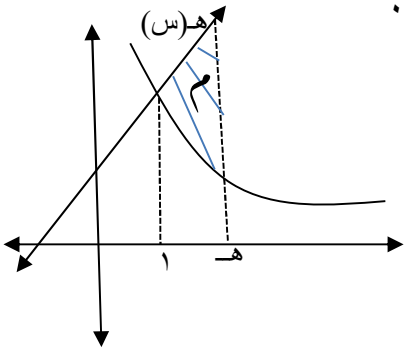
السؤال الرابع:

أ) نجد نقاط التقاطع: $ن(س)=هـ(س) \Leftarrow \frac{٣}{س}=س+٢ \Leftarrow س^{٢}+٢س-٣=٠$

$\Leftarrow (س+٣)(س-١)=٠ \Leftarrow س=١، س=-٣$ مرفوض $\notin [١، هـ]$

$م=\int_{١}^{هـ}\left((س+٢)-\frac{٣}{س}\right)ءس=\left(\frac{س^{٢}}{٢}+٢س-٣لو_{هـ}س\right)\Big|_{١}^{هـ}$

$=\left(\frac{هـ^{٢}}{٢}+٢هـ-٣\right)-\left(\frac{١}{٢}+٢\right)=\frac{هـ^{٢}}{٢}+٢هـ-\frac{١١}{٢}$ وحدة مساحة



ب) $ن(س)=س ن'(س)+هـ^{س} ن^{٢}(س)$

$ن(س)-س ن'(س)=هـ^{س} ن^{٢}(س)$ بالقسمة على $ن^{٢}(س)$

$\frac{ن(س)-س ن'(س)}{ن^{٢}(س)}=هـ^{س}$

$\int\left(\frac{س}{ن(س)}\right)'ءس=\int هـ^{س}ءس$

$\frac{س}{ن(س)}=هـ^{س}+جـ، ن(-١)=-هـ$

$\Leftarrow \frac{-١}{ن(-١)}=هـ^{-١}+جـ \Leftarrow \frac{١}{هـ}=\frac{١}{هـ}+جـ \Leftarrow جـ=٠$

$\Leftarrow \frac{س}{ن(س)}=هـ^{س} \Leftarrow \frac{١}{ن(١)}=هـ^{١} \Leftarrow ن(١)=\frac{١}{هـ}$

السؤال الخامس:

أ)

$ن'(س)=١ \Leftarrow ن(س)=\int ١ ءس=س+جـ$

لكن $ن(١)=\frac{٣}{٢} \Leftarrow ١+جـ=\frac{٣}{٢} \Leftarrow جـ=\frac{١}{٢} \Leftarrow ن(س)=س+\frac{١}{٢}$

ولإيجاد $\int_{١}^{٢}(س+\frac{١}{٢})(س^{٢}+س-٥)^{٣}ءس$

نفرض $ص=س^{٢}+س-٥ \Leftarrow ءص=(٢س+١)ءس \Leftarrow ءس=\frac{ءص}{٢س+١}$

$$\Leftarrow \int_{1}^{2} (س + \frac{1}{2})(س^2 + س - 5)^3 \, ءس$$

$$= \int (س + \frac{1}{2}) ص^3 . \frac{ءص}{(\frac{1}{2} + س)2} = \frac{1}{2} \int ص^3 \, ءص = \frac{ص^4}{8} + جـ = \left| \frac{(س^2 + س - 5)^4}{8} \right|_{1}^{2}$$

$$= \frac{(1)^4 - (-3)^4}{8} = \frac{1 - 81}{8} = -10$$

مسابقات و اختبارات الرياضيات الالكترونية للثانوية العامة- فلسطين
إدارة أ.جهاد محمد عدوان

ب

$$\overline{أ} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 & | & 9 \\ 2 & 3 & 2 & | & 2 \\ -1 & 3 & 1 & | & -4 \end{bmatrix} \xleftarrow{ص_2 - 2ص_1}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 & | & 9 \\ 0 & 5 & 6- & | & 16- \\ 1 & 3 & 1- & | & 4- \end{bmatrix} \xleftarrow{ص_3 - ص_1}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 & | & 9 \\ 0 & 5 & 6- & | & 16- \\ 0 & 4 & 5- & | & 13- \end{bmatrix} \xleftarrow{ص_3 - \frac{4}{5}ص_2}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 & | & 9 \\ 0 & 5 & 6- & | & 16- \\ 0 & 0 & \frac{1}{5}- & | & \frac{1}{5}- \end{bmatrix}$$

$$-\frac{1}{5} ع = -\frac{1}{5} \Leftarrow \boxed{ع = 1}$$

$$5ص - 6ع = -16 \Leftarrow 5ص - 6 = -16 \Leftarrow \boxed{ص = -2}$$

$$س - ص + 4ع = 9 \Leftarrow س + 2 + 4 = 9 \Leftarrow \boxed{س = 3}$$

السؤال السادس:

أ

$$-1 \leq جتا س \leq 1 \quad \forall س \in [0 ، \pi]$$

$$0 \leq جتا^2 س \leq 1$$

$$0 \leq 3جتا^2 س \leq 3$$

$$2 \leq 2 + 3جتا^2 س \leq 5$$

$$\frac{1}{5} \geq \frac{1}{2+3جتا^2 س} \geq \frac{1}{2}$$

$$\int_{ب}^{\pi} \frac{1}{5} ءس \geq \int_{ب}^{\pi} \frac{1}{2+3جتا^2 س} ءس \geq \int_{ب}^{\pi} \frac{1}{2} ءس$$

$$\frac{\pi}{5} \geq \int_{ب}^{\pi} \frac{1}{2+3جتا^2 س} ءس \geq \frac{\pi}{2}$$

ب

$$\int \frac{(لـو_هـ س)^2}{س^2} ءس$$ اجزاء

$$ق = (لـو_هـ س)^2 \quad ءع = \frac{1}{س^2} ءس$$

$$ءق = \frac{2لـو_هـ س}{س} ءس \quad ع = \frac{-1}{س}$$

$$\int \frac{(لـو_هـ س)^2}{س^2} ءس = -\frac{(لـو_هـ س)^2}{س} + \int \frac{2لـو_هـ س}{س^2} ءس$$

اجزاء مرة ثانية

$$\int \frac{2لـو_هـ س}{س^2} ءس$$

$$ق = 2لـو_هـ س \quad ءع = \frac{1}{س^2} ءس$$

$$ءق = \frac{2}{س} ءس \quad ع = \frac{-1}{س}$$

$$= \frac{-2لـو_هـ س}{س} + \int \frac{2}{س^2} ءس$$

$$= \frac{-2لـو_هـ س}{س} - \frac{2}{س}$$

$$\int \frac{(لـو_هـ س)^2}{س^2} ءس = -\frac{(لـو_هـ س)^2}{س} - \frac{2لـو_هـ س}{س} - \frac{2}{س} + جـ$$

السؤال السابع:

أ

$ع_ب = ١٠$ م/ث

$ت(ن) = ٤$ م/ث^2

$ع(ن) = \int ٤ ءن = ٤ن + جـ$

بما ان $ع_ب = ١٠$ م/ث $\Leftarrow ١٠ = ٤ \times ٠ + جـ \Leftarrow جـ = ١٠$

$ع(ن) = أ ن + ١٠$

$ف(ن) = \int (أ ن + ١٠) د ن = \frac{أ ن^{٢}}{٢} + ١٠ ن + د$

لكن $ف(٠) = ٠ \Leftarrow \frac{أ (٠)^{٢}}{٢} + ١٠ (٠) + د = ٠ \Leftarrow د = ٠$

$ف(ن) = \frac{أ ن^{٢}}{٢} + ١٠ ن$

يتوقف الجسم عن الحركة عندما $ع = ٠ \Leftarrow ٠ = أ \times ٥ + ١٠ \Leftarrow أ = -٢$

$ف(ن) = -ن^{٢} + ١٠ ن$

$ف(٥) = -٢٥ + ٥٠ = ٢٥ م$

ب **باستخدام الخصائص: اخراج عامل مشترك ٢ع**

$$٢ع \begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ب & ١ & جـ \\ جـ+١ & ب+جـ & ب+١ \end{vmatrix} \xleftarrow{ص_{٢}+ص_{٣}}$$

$$٢ع \begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ب+جـ+١ & ب+جـ+١ & ب+جـ+١ \\ جـ+١ & ب+جـ & ب+١ \end{vmatrix} \leftarrow \text{اخراج عامل مشترك } ب+جـ+١$$

$$٢ع(ب+جـ+١) \begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & ١ & ١ \\ جـ+١ & ب+جـ & ب+١ \end{vmatrix} = ٢ع(ب+جـ+١) \times \text{صفر} = \text{صفر}$$