رياضيات الثاني عشر علمي

اختبار الوحدة (٣، ٤، ٥)

مراجعات دفعة ٢٠٢٢

إعداد: أ. هدى أسامة فرج

اختبار الوحدة (الثالثة، الرابعة، الخامسة)
مراجعات - دفعة 2004 -

① $\int_{-1}^{1} س \, ق(س^2) \, د س =$

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) صفر (د) ٢

② إذا علمت أنه صيل المماس لمنحنى $ص = ق(س)$ عند $(س_1، ص_1)$ هو
$ق^{(ن)}(س) = ٢^{ن} \times ق(س)$ وكان $ق(س)$ يمر بالنقطة $(١، هـ)$
حيث هـ (العدد النيبري) فإن $ق(س) =$

(أ) $هـ^{(س+٢)} + ٧$ (ب) $هـ^{(س-١)}$ (جـ) $هـ^{(٢س-١)}$ (د) $هـ^{-س}$

③ إذا كان $ل$ من الرتبة الثانية وكان $ل_{١٢} = ١٦$ ، $|ل| = ٤$
فإن $ل_{١٢}^{-١} =$

(أ) ٤ (ب) -٤ (جـ) ١٦ (د) -١٦

④ إذا كان $ق(س) جا س - ق(س) جتا س = ٠$ ، وكان $ق(\frac{\pi}{٤}) = \sqrt{٢}$ فإن $ق(\frac{\pi}{٤}) =$

(أ) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ (ب) $-\frac{١}{\sqrt{٢}}$ (جـ) ١ (د) -١

⑤ قيمة $\int \frac{\text{هـ}^{س} \text{ ظا هـ}^{س} - 1}{\text{لو}_{\text{هـ}}\left(\frac{\text{هـ}^{س}}{\text{جا هـ}^{س}}\right)} \, \text{د}س =$

ⓐ $\text{لو}_{\text{هـ}}\left(\frac{\text{هـ}^{س}}{\text{جا هـ}^{س}}\right) + \text{ج}$ ⓑ $\text{لو}_{\text{هـ}} \left| \text{لو}_{\text{هـ}}\left(\frac{\text{هـ}^{س}}{\text{جا هـ}^{س}}\right) \right| + \text{ج}$

ⓒ $\text{لو}_{\text{هـ}}\left(\frac{\text{جا هـ}^{س}}{\text{هـ}^{س}}\right) + \text{ج}$ ⓓ $\text{لو}_{\text{هـ}} \left| \text{لو}_{\text{هـ}}\left(\text{جا هـ}^{س}\right) \right| + \text{ج}$

⑥ إذا كان $\text{د}\text{هـ}(س) \geq ٢ \quad \forall س \in [-١، ٢]$ فإن أصغر قيمة للمقدار $\int_{-١}^{٢} (٢\text{د}\text{هـ}(س) - ٣) \, \text{د}س =$

ⓐ ٣ ⓑ ٨ ⓒ ٢ ⓓ -١

⑦ إذا كان $\int ٢س \, \text{لو}_{\text{هـ}} س \, \text{د}س = \frac{١}{٢} س^{٤} \text{لو}_{\text{هـ}} س + \text{ع}$ فإن قيمة ع تساوي

ⓐ $س(-١ + \text{لو}_{\text{هـ}} س)$ ⓑ $س(-\frac{١}{٢} + \text{لو}_{\text{هـ}} س)$

ⓒ $-س \, \text{د}س$ ⓓ $\text{لو}_{\text{هـ}} س \, \text{د}س$

⑧ إذا كان $\int_{م}^{ب} [\frac{١}{٢} س + ٣]\, دس = ٢٤$ ، ب > ٠ ، فإن قيمة ب =

أ) ٦ ب) ٧ ج) -٧ د) -٦

⑨ إذا كان σن تجزئة منتظمة للفترة [م ، ٢١] وكان العنصر السادس فيها يساوي ١١ ، $س_٩ = ١٩$ فما عدد عناصر التجزئة

أ) ١٠ ب) ١١ ج) ٢٠ د) ١٢

⑩ إذا كان ق(س) اقتراناً معرفاً على الفترة [١ ، ٥] وكانت σن تجزئة منتظمة للفترة نفسها وكان م(σن ، ق) =

$\frac{ب ن^٢ + ب ن + ١}{٢ن^٢ + ٣}$ وكان $\int_{م}^{} ق(س-١)\, دس = ٨$ ، فما قيمة/قيم

ب = ١٢

أ) ٤ ب) ±٤ ج) $\sqrt{٨}$ د) ٢

⑪ إذا كان أ = $\begin{bmatrix} ١ & ٢س \\ س & ٢ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} -١ & س \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$ وكان

$\frac{١}{٢}|أ| + |ب| = ٢$ فما قيمة/قيم س

أ) ٠ ، ١ ب) -١ ج) ١ د) ٠ ، -١

(١٢) حل النظام التالي بطريقة جاوس $x+3y-2z=5$

$2y+3z=2$

$x-y+z=1$

(أ) $\{x=1, y=0, z=2\}$

(ب) $\{x=0, y=1, z=2\}$

(ج) $\{x=-1, y=0, z=2\}$

(د) $\{x=2, y=1, z=0\}$

(١٣) $\int \frac{e^{5x}}{(2-e^x)(e^x-1)}\,dx$

(أ) $-\ln|2-e^x|+\ln|e^x-1|+c$

(ب) $-\ln|e^x+1|+\ln|2+e^x|+c$

(ج) $\ln\left|\frac{2-e^x}{e^x-1}\right|+c$

(د) $x+c$ صحيحة

(١٤) عند حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بمتغيرين وُجد أنه

٢|أس أص| = ١٢ ، |أ| − ٢|أص| = ٠ ، |−٢أ| = ٨

فإن قيمة س ، ص على الترتيب :

(أ) $\frac{١}{٢}$ ، ٣ (ب) $-\frac{١}{٢}$ ، ٣ (جـ) ٣ ، $\frac{١}{٢}$ (د) −٣ ، $-\frac{١}{٢}$

(١٥) إذا كان

$$\begin{vmatrix} ٣س & ٢ & ٢ \\ ٠ & -١ & ٢ \\ ٠ & ٠ & ٤ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٢ & ٤ \\ -٧ & س \end{vmatrix}$$

فإن قيمة س =

(أ) ٢ (ب) −٢ (جـ) ٣ (د) ١

حلول أسئلة اختبار الوحدة

(5 ، 4 ، 3)

مراجعات دفعة 2004

① $\int_{-1}^{1} س\, ق'(س^{2})\, دس$

افرض $ص = س^{2} \Leftarrow دص = ٢س\, دس \Leftarrow دس = \frac{دص}{٢س}$

عندما $س = -١ \Leftarrow ص = ١$

عندما $س = ١ \Leftarrow ص = ١$

$\int_{-1}^{1} س\, ق'(س^{2})\, دس = \int_{1}^{1} س\, ق'(ص) \frac{دص}{٢س} = \frac{1}{2} \int_{1}^{1} ق'(ص)\, دص$

$=$ صفر فرع (ج)

② ب) ميل المماس هو المشتقة الأولى

$\Leftarrow ن = ١ \Leftarrow ق^{(ن)}(س) = ٢^{ن} \times هـ(س)$

$\Leftarrow ق'(س) = ٢^{١} \times هـ(س)$ [÷ هـ(س)]

$\frac{ق'(س)}{هـ(س)} = ٢$ (بتكامل الطرفين)

$\int \frac{ق'(س)}{هـ(س)}\, دس = \int ٢\, دس$

$\Leftarrow \ln|\phi(x)| = 2x + c$

$\ln|\phi(x)| = 2x + c$

$\phi = e^{2x+c}$ $\Leftarrow$ $\phi(x) = e^{2x+c}$ $\Leftarrow$ $\phi(x) = e^{2x} \times e^{c}$

لكن $\phi(x)$ تمر بالنقطة $(1, e)$

$\Leftarrow \phi(1) = e$

$\therefore \phi(1) = e^{2} \times e^{c} = e$ $\Leftarrow$ $\phi(1) = e^{2+c-1} = e$

$\Leftarrow 2 + c = 1 \Leftarrow c = -1$

$\therefore \boxed{\phi(x) = e^{2x-1}}$

(٣) بـ P مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية

نفرض أن $P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ 1 & p_{22} \end{bmatrix}$

$|P| = 4$

$P^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} p_{22} & -p_{12} \\ -1 & p_{11} \end{bmatrix}$

$(p_{12})^{-1} = \frac{1}{4} \times -1 = -4$ ضع (ب)

④ $ق(س)\,جا س = ه(س)\,ظا س$ $\quad [\div ه(س)\,جا س]$

$\frac{ق(س)}{ه(س)} = \frac{ظا س}{جا س}$ (تكامل الطرفين)

$\int \frac{ق(س)}{ه(س)}\,ص س = \int \frac{ظا س}{جا س}\,ص س$

$لو|ه(س)| = لو|جا س| + ج$

$لو|ه(س)| = لو|جا س| + لو ج$

$ه(س) = جا س \times ج$

$ه(س) = ا\,جا س$

$\boxed{ج = ا \quad \text{حيث}}$

$ه(\frac{\pi}{2}) = ٤ \Leftarrow ٤ = ا\,جا\frac{\pi}{2} \Leftarrow ا = ٤$

$\therefore ه(س) = ٤\,جا س$

$ه(\frac{\pi}{٤}) = ٤\,جا\frac{\pi}{٤} = ٤ \times \frac{١}{\sqrt{٢}} = \sqrt{٢}$ ضع ①

⑤ افرض ص = لو$_{هـ}$ [جا هـ^{س} / هـ^{س}]

∴ ص = لو$_{هـ}$ جا هـ^{س} − لو$_{هـ}$ هـ^{س} = لو$_{هـ}$ جا هـ^{س} − س

د ص = [(جتا هـ^{س} × هـ^{س}) / جا هـ^{س} − ١] د س

⇐ د ص = (هـ^{س} ظتا هـ^{س} − ١) د س

∴ ∫ (هـ^{س} ظتا هـ^{س} − ١) د س / لو$_{هـ}$ [جا هـ^{س} / هـ^{س}] = ∫ (١ / ص) د ص

= لو$_{هـ}$ |ص| + جـ = لو$_{هـ}$ | لو$_{هـ}$ [جا هـ^{س} / هـ^{س}] | + جـ

⑥ ∵ هـ(س) ≥ ٢ ⇐ ٢ هـ(س) ≥ ٤ ⇐ ٢ هـ(س) − ٣ ≥ ١

∫$_{-١}^{٢}$ (٢ هـ(س) − ٣) د س ≤ ∫$_{-١}^{٢}$ ١ د س

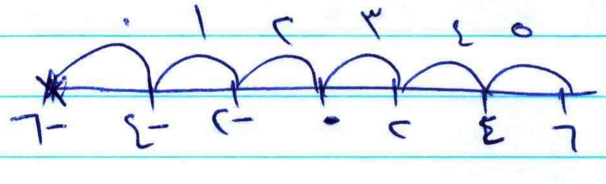
∫$_{-١}^{٢}$ (٢ هـ(س) − ٣) د س ≤ ١ (٢ − (−١))

∫$_{-١}^{٢}$ (٢ هـ(س) − ٣) د س ≤ ٣ ⑶ ∴ أكبر قيمة للمقدار هي (٣)

فرع ⓐ

٧) الرجوع لـ س٣ ص ١٦٦ من الكتاب الوزاري.

٨) $\int_{٢}^{ب} [\frac{١}{٢}س + ٣]\, دس = ٣٤$ ، ب > ٠.



$[\frac{١}{٢}س + ٣]$

طول الدرجة = ٢

$\frac{١}{٢}س + ٣ = ٠ \Leftarrow س = -٦$

$\int_{٢}^{٤} ٤\, دس + \int_{٤}^{٦} ٥\, دس + \int_{٦}^{ب} ٦\, دس = ٣٤$

$٤(٤-٢) + ٥(٦-٤) + ٦(ب-٦) = ٣٤$

$٨ + ١٠ + ٦ب - ٣٦ = ٣٤ \Leftarrow ٦ب = ٤٢ \Leftarrow ب = ٧$

ضع (ب)

٩) $س_{٥} = أ + \frac{٢١ - أ}{ن} \times ٥$

$١١ = أ + \frac{٢١ - أ}{ن} \times ٥ \longrightarrow (*)$

$س_{٩} = أ + \frac{٢١ - أ}{ن} \times ٩$

$١٩ = أ + \frac{٢١ - أ}{ن} \times ٩ \longrightarrow (**)$

بطرح (*) من (**) ينتج $٨ = \frac{٢١ - أ}{ن} \times ٤$ [÷ ٤]

ر = (٢١ - أ) / ن ← (***)

عوض في (*) عن (٢١ - أ) / ن

١١ = أ + ٢ × ٥ ⇐ ١١ = أ + ١٠ ⇐ أ = (١)

عوض في (***) ⇐ ٢ = (٢١ - ١) / ن ⇐ ٢٠ / ن = ٢

⇐ ن = ١٠

∴ عدد عناصر التجزئة = ن + ١

= (١١) فرع (ب)

(١٠) $\int_{٢}^{٦}$ ق(س - ١) دس = ٨

افرض ص = س - ١ ⇐ دص = دس

عندما س = ٢ ⇐ ص = ١

عندما س = ٦ ⇐ ص = ٥

∴ $\int_{٢}^{٦}$ ق(س - ١) دس = $\int_{١}^{٥}$ ق(ص) دص = ٨

= $\int_{١}^{٥}$ ق(س) دس = نها ن←∞ (ب٢ ن٢ + ب ن + ١) / (٢ن٢ + ٣)

= ٨

⇐ ½ ب٢ = ٨ ⇐ ب٢ = ١٦

∴ ب = ± ٤ فرع (ب)

(11) $|A| = 2\lambda^3 \times \lambda^3 - 2$

$= 2\lambda^6 - 2$

$\frac{1}{2}|A| = \lambda^6 - 1$

ومن $|B| = \lambda^3 + 3$

$\frac{1}{2}|A| + |B| = 2 \Leftarrow \lambda^6 - 1 + \lambda^3 + 3 = 2$

$\Leftarrow \lambda^6 + \lambda^3 = 0 \Leftarrow \lambda^3(\lambda^3 + 1) = 0$

$\therefore \lambda^3 = 0$ أو $\lambda^3 = -1$ مرفوض (5)

(12) $P = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right]$

$\Leftarrow -R_1 + R_3$ $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & -4 & 3 & -2 \end{array}\right]$

$\Leftarrow (2R_2 + R_3)$ $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 9 & 6 \end{array}\right]$

$9z = 6 \Leftarrow z = \frac{6}{9}$ (صحيح)

مرفوض (5)

$2R_2 + 3z = 2 \Leftarrow 2R_2 = -1 \Leftarrow R_2 = -\frac{1}{2}$ (1)

$\lambda + 3R_2 - 2z = 0 \Leftarrow \lambda - 3 + 0 = 0 \Leftarrow \lambda = 3$ (2)

(١٣) $\int \frac{e^{2x}}{(2-e^x)(e^x-1)}\,dx$

افرض $u = e^x \Leftarrow du = e^x dx$

$\Leftarrow dx = \frac{du}{u} \Leftarrow du = u\,dx \Leftarrow dx = \frac{du}{u}$

$$\int \frac{e^{2x}}{(2-e^x)(e^x-1)}\,dx = \int \frac{u^2}{(2-u)(u-1)} \times \frac{du}{u}$$

$$= \int \frac{u}{(2-u)(u-1)}\,du \quad \text{(تكامل بالكسور الجزئية)}$$

$$\frac{u}{(2-u)(u-1)} = \frac{أ}{(2-u)} + \frac{ب}{(u-1)}$$

$$u = أ(u-1) + ب(2-u)$$

عندما $u = 1 \Leftarrow ب = 1$

عندما $u = 2 \Leftarrow أ = 1$

$$\therefore \int \frac{u}{(2-u)(u-1)}\,du = \int \frac{1}{(2-u)}\,du + \int \frac{1}{(u-1)}\,du$$

$$= -\ln|2-u| + \ln|u-1| + ج$$

$$= -\ln|2-e^x| + \ln|e^x-1| + ج$$

$$= \ln\left|\frac{e^x-1}{2-e^x}\right| + ج$$ غ ع (٥)

(٤) $|\rho| - 2|\rho\omega| = 0 \Leftarrow |\rho| = 2|\rho\omega|$

$\Leftarrow |\omega\rho|2 = |\rho| \Leftarrow$ (٢) $= 2|\rho\omega| \Leftarrow |\rho\omega| = 1$

* $|-2\rho| = 7 \Leftarrow (-2)^2|\rho| = 7 \Leftarrow 4|\rho| = 7 \Leftarrow |\rho| = 2$

$2|\rho\omega \cdot \rho\omega| = 12$

$2[|\rho\omega| \cdot |\rho\omega|] = 12 \Leftarrow 2[|\rho\omega| \cdot 1] = 12$

$\Leftarrow |\rho\omega| = \frac{12}{2} =$ (٦)

$\omega = \frac{|\rho\omega|}{|\rho|} = \frac{6}{2} =$ (٣)

$\omega =$ (٢) $= \frac{|\rho\omega|}{|\rho|} =$ (٤) ضرع (٥)

(١٥) $3\omega(-4-1) - 2(1-1) + 2(1-1) = 2\omega + 8$

$\Leftarrow -12\omega = 2\omega + 8$

$\Leftarrow \frac{-12\omega}{-4} = \frac{8}{4} \Leftarrow \omega =$ (-٢) ضرع (٥)