رياضيات الثاني عشر علمي

اختبار الورقة الأولى (الوحدة1، 2)

مراجعات دفعة 2022

إعداد: أ. هدى أسامة فرج

اختبار الوحدة الأولى والثانية

مراجعات - دفعة 2004

① إذا كان $(س - ص)^{٤} + (ص - س)^{٤} = ٣٢$ ، $س \neq ص$

فإن قيمة $\frac{د ص}{د س} =$

(أ) ١ (ب) ٤ (جـ) -١ (د) صفر

② إذا كان متوسط تغير $ق(س)$ في الفترة $[١، ٤]$ يساوي ٣ وكان $ق(١) + ق(٤) = ٢$ فإن متوسط تغير الاقتران $هـ(س) = ق(س)$ في الفترة نفسها

(أ) ٩ (ب) -٩ (جـ) ٦ (د) -٦

③ إذا كان الاقتران $ق(س) = [٢س + ٦] + |س - ٢|$

فإن $ق(١) =$

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) -١ (د) غير موجودة.

④ إذا كان $هـ(س) = جتا(\frac{\pi}{س})$ ، $ق(\frac{١}{٢}) = ٣$ ، $ق(\frac{١}{٢}) = \frac{٣\sqrt{٢}}{١١}$

فإن $\lim_{س \to ٣} \frac{(ق \circ هـ)(س) - ٩}{س^{٤} - ٩} =$

(أ) $-\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) ٣٦ (د) -٣٦

⑤ يتحرك جسم حسب العلاقة ف$_ع$ = $\frac{1}{3}$ (ع^3 + ٨ ع^2 - ٩) فإنه يسارع

بعد ثانيتين علماً بأنه بالمقطوعة تساوي ام في ثانيتين

(أ) ١٢ م/ث^2 (ب) ٢٢ م/ث^2 (ج) ١ م/ث^2 (د) ٤ م/ث^2

⑥ إذا كان هـ(س) = $\frac{\text{هـ}'(س) + س}{\text{هـ}(س)}$ ، هـ(س) ≠ ٠

جد ك(٣) علماً بأن للمنحنى هـ(س) عاراً أفقياً مشتركاً

عند النقطة (٣، ٤) الواقعة على منحنيها.

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) $\frac{1}{2}$- (د) $\frac{1}{4}$-

⑦ إذا كانت معادلة المماس لمنحنى هـ(س) عند س = ٣ هي

ص + ٢س = ١١ وكانت معادلة العمودي على المماس لمنحنى

هـ(س) عند س = ٣ هي ٤ص + س = ١٥ وكانت

ل(س) = هـ(س) × هـ(س) فإن ل'(٣) =

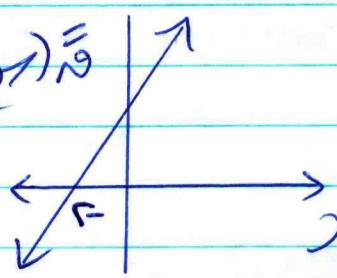
(أ) ١٥ (ب) ١٥- (ج) ١٤ (د) ١٤-

(٨) إذا كان $ق(س)$ اقتران يقع في الربع الثالث وكان معرفاً على $[أ، ب]$ وكان اقتراناً متناقصاً في نفس الفترة فإن الاقتران $ل(س) = هـ^{ق(س)} \times ق(س)$ يكون

(أ) معرف على $[أ، ب]$ (ب) متناقصاً في $[أ، ب]$

(ج) معرف على $[أ، ب]$ (د) متزايداً في $[أ، ب]$

(٩) في الشكل المجاور والذي يمثل منحنى المشتقة الثانية لمنحنى $ق(س)$ كثير الحدود



فإذا علمت أن $ق(-٥) = ق(١) =$ صفر، فجد

(١) فترات التقعر للأعلى

(أ) $]-٢، \infty[$ (ب) $]-\infty، -٢[$ (ج) $]-٥، \infty[$ (د) $أ+ب$

(٢) نقطة الانعطاف لـ $ق(س)$ هي:

(أ) $(٠، ٠)$ (ب) $(-٥، ق(-٥))$ (ج) $(١، ق(١))$ (د) $(-٢، ق(-٢))$

(٣) قاعدة الاقتران $ق(س)$ علماً بأنه معادلة المماس عند $س = ٠$ هي $ص = ٣ - ١٥س$

(أ) $س^٣ + ٦س^٢ + ١٥س - ٣$ (ب) $س^٣ + ٦س^٢ - ١٥س + ٣$

(ج) $٢س^٣ - ٦س^٢ + ١٥س + ٣$ (د) $س^٣ + ٦س^٢ - ١٥س + ٣$

(٩) الاقتران $هـ(س)$ متناقص على الفترة

(أ) $]-\infty, -٥[$ (ب) $[١, \infty[$ (جـ) $[-٥, ١]$ (د) $]-٥, ٥[$

(١٠) إذا علمت أن الاقتران $هـ(س) = \frac{س^٤ + (أ-٣)س - ٢أ - ٣)(س-٢)}{س - ٣}$

$س \in [-١, ب]$ يحقق شروط نظرية رول في $[-١, ب]$ وكانت قيمة جـ التي تعينها النظرية (صفر) فإن قيمة أ، ب على الترتيب

(أ) $١, ٢$ (ب) $٢, -١$ (جـ) $-٢, -١$ (د) $-٢, ٢$

(١١) إذا كان الاقتران $هـ(س) = \begin{cases} أ - س^٢ & ، -٢ \leq س \leq ١ \\ ب - ٦س & ، ١ < س \leq ٢ \end{cases}$

يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[-٢, ٢]$

فإن الثابتين أ، ب على الترتيب:

(أ) $٢, ٥$ (ب) $-٥, ٢$ (جـ) $-٥, -٢$ (د) $٥, ٥$

(١٢) قيمة جـ التي تحققها النظرية

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $-\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{١}{٨}$ (د) $-\frac{١}{٤}$

(١٣) باستخدام التفاضل أكبر تغير للشكل الناتج عند دوران مستطيل محيطه $(٦, ٠)$ سم دورة كاملة حول أحد أضلاعه =

(أ) (١٤π) سم^٣ (ب) (٤π) سم^٣ (جـ) (٤π) سم^٣

حلول أسئلة اختبار الوحدة الأولى والثانية
مراجعات - دفعة 2004

① $(س_ن - ص_ن)^4 + (ص_ن - ص_{ن-1})^4 = 32$ ، $ص_ن \neq ص_{ن-1}$

الحل $(ص_ن - ص_{ن-1})^4 + (ص_ن - ص_{ن-1})^4 = 32$

$\Leftarrow 2(ص_ن - ص_{ن-1})^4 = 32 \Leftarrow (ص_ن - ص_{ن-1})^4 = 16$ ← اشتقاق الطرفين

$\Leftarrow 4(ص_ن - ص_{ن-1})^3 \times (\bar{ص}_ن - 1) = 0$

إما $(ص_ن - ص_{ن-1})^3 = 0$ أو $(\bar{ص}_ن - 1) = 0$

$\Leftarrow ص_ن = ص_{ن-1}$ (مرفوض) مخالف لمعطى

$\bar{ص}_ن = \frac{ص_ن}{س_ن} = 1$

ضع (P)

② متوسط تغير $هـ(س)$ في الفترة $[1, 4]$ يساوي 3

$\Leftarrow \frac{هـ(4) - هـ(1)}{3} = 3 \Leftarrow هـ(4) - هـ(1) = 9 \leftarrow (*)$

$هـ(1) + هـ(4) = 2 \leftarrow (**)$

متوسط تغير $هـ(س)$ في الفترة $[1, 4] = \frac{هـ(4) - هـ(1)}{3}$

$= \frac{هـ^2(4) - هـ^2(1)}{3}$

$$= \frac{(\text{ق}(٤) - \text{ق}(١))(\text{ق}(٤) + \text{ق}(١))}{٣} = \frac{٩ \times ٢}{٣} = ٦$$ ①

فرع ②

③ $\text{ق}(س) = [٢س + ٠,٥] + |س - ٢|$ ، $\text{ق}(١) = ؟$

الحل: نعوض بـ ① في $[٢س + ٠,٥] = [٢ + ٠,٥]$ عدد غير صحيح

$= ②$

نعوض بـ ① في $|س - ٢| = |١ - ٢| = |-١|$ عدد سالب

نعوض في القاعدة السابقة

$\Leftarrow \text{ق}(س) = -٢س + ٢ = -س + ٤$

$\text{ق}(س) = -١$ ① $\Leftarrow \text{ق}(١) = -١$ ①

④ بالتعويض المباشر $\frac{(\text{ق} \circ \text{ه})'(٣) - ٩}{٩ - ٩} = \frac{[\text{ق}(\text{ه}(٣))]' - ٩}{٩ - ٩}$

$= \frac{[\text{ق}(\text{جتا}\frac{\pi}{٣})]' - ٩}{٩ - ٩} = \frac{[\text{ق}(\frac{١}{٢})]' - ٩}{٩ - ٩} = \frac{٩ - ٩}{٩ - ٩}$

$= ٠$ ①

لذلك نستخدم لوبيتال ونشتق بالنسبة لـ س

$$\frac{\text{L}}{\text{ج}^{-1}(\frac{\pi}{٣}) \times \text{ج}^{-1}(\frac{\sqrt{٣}}{٢}) \times \frac{\text{VI}}{\pi \sqrt{٣}}} = \frac{\text{L}}{\text{ج}^{-1}(\frac{\pi}{٣}) \times \text{ج}^{-1}(\frac{\sqrt{٣}}{٢}) \times \frac{\text{VI}}{\pi \sqrt{٣}}} = \text{ج}^{-1}(\frac{\pi}{٣}) \times \text{ج}^{-1}(\frac{\sqrt{٣}}{٢}) \times \frac{\text{VI}}{\pi \sqrt{٣

⑤ $ف_{ن} = \frac{1}{3}(ع^{3} + ن^{2} - 9)$ ⊛ اشتقه بالنسبة لـ ن

$٢ق \times ع = \frac{1}{3}(٣ع^{2} \times ق + ٢ن)$ ⊛⊛

اما السرعة المتجهة = ١م عند ن = ٢ث عوض في ⊛

$(١)^{2} = \frac{1}{3}(ع^{3} + ٤ - 9) \Leftarrow ١ = \frac{1}{3}ع^{3} + \frac{-٥}{3}$

$\Leftarrow ١ + \frac{٥}{3} = \frac{1}{3}ع^{3}$

$\Leftarrow \frac{٨}{3} = \frac{1}{3}ع^{3}$

$\Leftarrow ع^{3} = ٨ \Leftarrow ع = ٢م/ث$

∴ تتبع الجسم عندما ن = ٢ث و ع = ٢م/ث و ف = ١م

نعوض في ⊛⊛ $٢ \times ١ \times ٢ = \frac{1}{3}(١٢ \times ق + ٤)$

$\Leftarrow ١٢ق + ٤ = ١٢ \Leftarrow ق = ٧$

$\Leftarrow ق = \frac{١٢}{٧} = ١\frac{٥}{٧}ث$

⑥ $هـ(ن) = \frac{و_{١}(ن) + ن}{و(ن)}$ ، $و(ن) \neq ٠$ ، $ه(٣) = ٢$

$ه'(ن) = \frac{و(ن) \times [٢و(ن) \times و'(ن) + ١] - [و_{١}(ن) + ن) \times و'(ن)]}{(و(ن))^{2}}$

$ه'(٣) = \frac{و(٣) \times [٢و(٣) \times و'(٣) + ١] - [و_{١}(٣) + ٣) \times و'(٣)]}{[و(٣)]^{2}}$

للمنحنين $ص_1$، $ص_2$ عاسان أفقيان مشتركان عند النقطة $(3، ٤)$

الواقعة عليهما $\Leftarrow$ $ص_1(3) = ص_2(3) = ٤$

كذلك $ق_1(3) = ق_2(3) = 0$ ($\Leftarrow$ أفقي)

$\therefore ك(3) = \frac{٤(٢ \times ٢ \times ٠,٤ + ١) - (٣+١٦) \times ٠}{١٦} = \frac{٤}{١٦} = \frac{١}{٤}$ ✓ (ب)

(أ)

(١) * $\Leftarrow$ ع $\perp$ $ص_1$ عند $س = ٣$ هو $ص = ٢س + ١١$ عند $س = ٣$

$\Leftarrow$ ميل ع $= ق_1(3) = -٢$ ✓

كذلك $ص|_{س=٣} = ص_1(3) = ٥$ ✓

* العمودي على ع $\perp$ $ص_2$ هو $٤ص + س = ١٥$ عند $س = ٣$

ميل العمودي $= -\frac{١}{٤}$ $\Leftarrow$ ميل ع $= ق_2(3) = ٤$ ✓

كذلك عندما $س = ٣$ $\Leftarrow$ $ص = ٣$ $\Leftarrow$ $ص_2(3) = ٣$ ✓

$ل(س) = ص_1(س) \times ص_2(س)$

$ل'(س) = ص_1(س) \times ق_2(س) + ص_2(س) \times ق_1(س)$

$ل'(3) = ص_1(3) \times ق_2(3) + ص_2(3) \times ق_1(3)$

$= ٥ \times ٤ + ٣ \times -٢ = ٢٠ - ٦ = ١٤$ (ج)

⑧ $ل(س) = هـ^{س} \times ق(س)$

$ق(س)$ يقع في الربع الثالث $\Leftarrow ق(س) < 0$

$ق(س)$ متناقص $\Leftarrow ق'(س) < 0$

$ل'(س) = هـ^{س} \times ق'(س) + ق(س) \times هـ^{س}$

$= + \times - \oplus - \times +$

$= \ominus \quad \oplus \quad \ominus = \ominus$

$ل'(س) < 0 \quad \forall س \in]ب، ج[$

$\Leftarrow ل(س)$ متناقص في الفترة $[ب، ج]$ فرع ⓑ

⑨ $ق(س)$ مقعر للأعلى على الفترة

① $]-٢، \infty[$ فرع ⓐ

② عند $س = -٢$

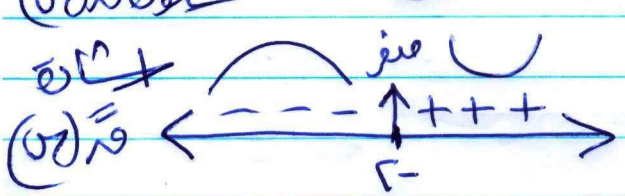
✓ $ق(س)$ متصل

✓ المماس يغير من اتجاه تقعره عندها

✓ $ق''(-٢) =$ صفر

$\Leftarrow (-٢، ق(-٢))$ نقطة انعطاف

فرع ⓒ



③ $\overline{ق}(س)$ اشتراه خطي ∴ $ق(س)$ كثير حدود من الدرجة الثالثة

$\therefore ق(س) = أس^3 + بس^2 + جس + د$ ← (*)

$\overline{ق}(س) = 3أس^2 + 2بس + ج$ ← (**)

$\overline{ق}(س) = 6أس + 2ب$ ← (***)

لكن $\overline{ق}(-2) = 0$ (من الفرع السابع)

لأنها نقطة انعطاف

↓ عوض في (***)

$-12أ + 2ب = 0$ ← (1)

معادلة المماس ص $= -30س$ عند $س = 0$

$\therefore ق(0) = -10$

عوض في (**) ← $ج = -10$ ✓

عوض في (*) ← $ق(1) = 3$ ← ص $= -30س$ عند $س = 0$

$د = 3$ ✓

من المعطيات $\overline{ق}(1) = 0$ ← $3أ + 2ب - 10 = 0$ (عوض في (**))

$\therefore 3أ + 2ب = 10$ ← (2)

بحل (1) و (2) ينتج $أ = 1$ ، $ب = 6$

$\therefore ق(س) = س^3 + 6س^2 - 10س + 3$ ضع ج

④ $ق'(-٥) = ق'(١) = ٠$

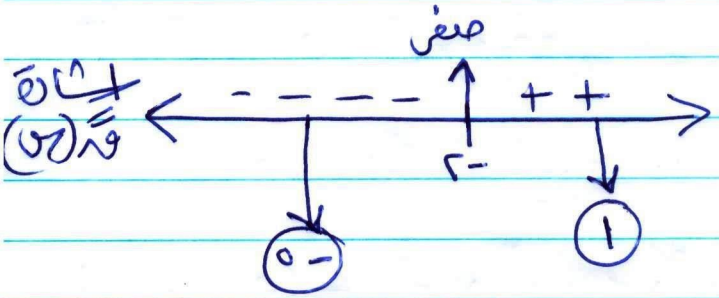
$ق'(-٥) = ٠$

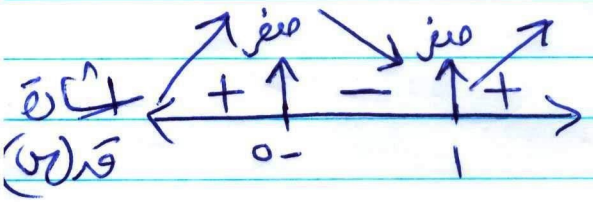
$ق''(-٥) < ٠$

⟸ توجد قيمة عظمى عند $س = -٥$

$ق'(١) = ٠$

$ق''(١) > ٠$ ⟸ توجد قيمة صغرى عند $س = ١$





$ق(س)$ متناقص في الفترة

$[-٥ ، ١]$ فترع $ق$

⑩ $ق(س) = \frac{(س+٢)(س^٢ + (ب-٣)س - ٣ب)}{س-٣}$

$= \frac{(س+٢)(س+ب)(س-٣)}{(س-٣)}$

$= (س+٢)(س+ب)$

$ق(س) = (س+٢)(س+ب)$ ⟸

$ق(-١) = (-١+ب)(-١+٢) = ب-١$

$ق(ب) = (ب+ب)(ب+٢) = ٢ب(ب+٢)$

$هـ(-1) = هـ(ب) \Leftarrow 3 - 3ب^2 = (ب+2)(ب-2)$

$\Leftarrow 3 - 3ب^2 = ب^3 - 2ب^2 + 2ب - 2ب^2$

$\Leftarrow 3 - 3ب^2 = ب^3 - 2ب^2 + 2ب$ ⟵ (*)

$قـ(س) = (س+2) + (س-2)$

$قـ(ج) = 0 \Leftarrow قـ(1) = 0 \Leftarrow 8 + 2 - 2ج = 0$

$\Leftarrow ج = 2$ ✓

عوض في (*) عند $ج = 2 \Leftarrow 3 - 2ب^2 = ب^3 - 2ب + 2ب$

$\Leftarrow ب^3 = 1 \Leftarrow ب = \pm 1$

لكن $ب = -1$ مرفوضة لأنه $[-1, ب]$ $\Leftarrow ب = 1$ ✓ فرع (2)

(11) $هـ(س) = \begin{cases} 2 - س^2 & ، \ -2 \leq س \leq 1 \\ 6 - ب س & ، \ 1 < س \leq 2 \end{cases}$

(1) $هـ(س)$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[-2, 2]$

$\Leftarrow هـ(س)$ متصل عند $س = 1$

$\Leftarrow$ هـ$(1^+) =$ هـ$(1^-) \Leftarrow 6 - ب = 2 - 1$

$\Leftarrow 1 + ب = 7$ ⟵ (1)

$قـ(س) = \begin{cases} -2س & ، \ -2 < س < 1 \\ -ب & ، \ 1 < س < 2 \end{cases}$

$هـ(س)$ قابل للاشتقاق في $]-2, 2[$

$\text{قـ}(1)^+ = \text{قـ}(1)^-$

$-ب = -2 \Leftarrow \boxed{ب = 2}$

عوض في (1) عند قيمة ب $\Leftarrow \boxed{أ = 5}$

$أ = 5$ ، $ب = 2$ مرفوض (أ)

(2) $\text{قـ}(س) = \begin{cases} -2س & ، \ س < -2 \\ -ب & ، \ -2 < س < 1 \\ 1 < س < 2 \end{cases}$

$$\text{قـ}(ج) = \frac{\text{قـ}(2) - \text{قـ}(-2)}{2-(-2)}$$

حالة (1)

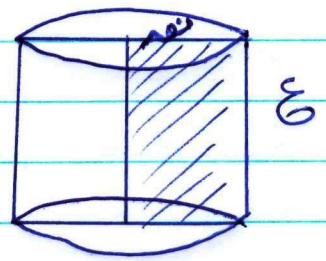
$-2ج = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4} \Leftarrow ج = -\frac{1}{8} \in]-2,1[$ ✓

مرفوض (ب)

حالة (2)

$-2 \neq \frac{1}{4}$ (مرفوض)

(١٢)



(ع) حجم الأسطوانة $= \pi \times$ نق$^{٢} \times$ ع ← (١)

محيط المستطيل $=$ ٢ نق $+$ ٢ ع $=$ ٦٠

← نق $+$ ع $=$ ٣٠ ← ع $=$ ٣٠ $-$ نق ← (٢)

عوض من (٢) في (١)

ع $= \pi$ نق$^{٢} \times$ (٣٠ $-$ نق)

ع $= ٣٠ \pi$ نق$^{٢} - \pi$ نق^{٣} اشتق بالنسبة لـ نق

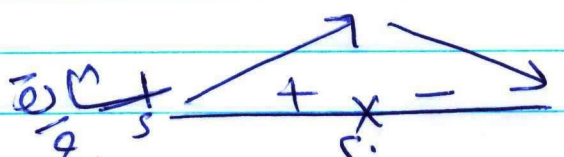
$\frac{\text{د ع}}{\text{د نق}} = ٦٠ \pi$ نق $- ٣ \pi$ نق$^{٢} = ٠$ $(\div \pi ٣)$

$\frac{\text{د ع}}{\text{د نق}} = ٢٠$ نق $-$ نق$^{٢} = ٠$ ← نق (٢٠ $-$ نق) $= ٠$

إما نق $= ٠$ (مرفوض) أو ٢٠ $-$ نق $= ٠$

← نق $= ٢٠$

أكبر قيمة عندما نق $= ٢٠$



ع $= \pi$ (٢٠)^{٢} (٣٠ $-$ ٢٠)

$= ٤٠٠ \pi \times ١٠ = ٤٠٠٠ \pi$ سم^{٣} ← فرع (ع)