رياضيات الثاني عشر علمي

اختبار الوحدة الأولى (حساب التفاضل)

مراجعات دفعة 2022

إعداد: أ. هدى أسامة فرج

اختبار الوحدة الأولى (حساب التفاضل)

دفعة 2004

① إذا كان $ق'(س) = [\frac{س}{3} + 1] + |س - 5|$ ، $ق(4) > 0$

فإن $ق(4) =$

(أ) $-\frac{1}{18}$ (ب) $-\frac{1}{2}$ (جـ) $-\frac{3}{2}$ (د) $\frac{1}{18}$

② إذا كان $ق(س) = \begin{cases} 6 - س & ، س < 2 \\ س^2 + 2س & ، س \geq 2 \end{cases}$

وكان متوسط التغير للاقتران ق(س) عندما تتغير س من 1 إلى p

$p > 2$ يساوي 9 فإن قيمة p =

(أ) 5 (ب) 6 (جـ) 4 (د) 8

③ إذا كان $ق(3) = 2$ ، فإن قيمة $\lim_{س \to 1} \frac{ق(س^2 + 8) - ق(3)}{س - 1}$ =

(أ) $-\frac{1}{3}$ (ب) $-\frac{1}{6}$ (جـ) $\frac{1}{6}$ (د) $\frac{1}{3}$

④ إذا كانت $ص = \frac{1}{ظا س + جا س}$ ، فإن $\frac{دص}{دس} =$

(أ) 2 قتا^2 س ظتا^2 س (ب) 2 قا^2 س ظا^2 س

(جـ) ظا س − جا س (د) -2 قتا^2 س ظتا^2 س

⑤ إذا كان $ص = ع^{٣} + ٨ع$ ، $ع = ٥ + ٣س$ ، $س \neq ٠$

فإن $\left.\frac{ص}{س}\right|_{س=١}$

(أ) -٥٨٠ (ب) ٥٨٠ (ج) ٣٨٠ (د) -٣٨٠

⑥ إذا كان $هـ'(٢س) = (١+س) هـ(\frac{س}{٢})$ ، وجد $قـ(٤)$ علماً بأن معادلة المماس لـ $هـ(س)$ عند $س=١$ هي $ص = ٤س + ١$

وكان $هـ(س)$ يمر بالنقطة $(٤، \frac{١}{٤})$

(أ) ١ (ب) -١ (ج) صفر (د) $\frac{١}{٢}$

⑦ يتحرك جسم وفق العلاقة $ف = ٢ن^{٣} - ٩ن^{٢} + ٢٤ن$ ، أجد

(أ) سرعة الجسم بعد ثانيتين من بدء الحركة حيث ف تقاس في تلك اللحظة بـ م/ث

(أ) -٦٠ م/ث (ب) ٦٠ م/ث (ج) -١٢٠ م/ث (د) ١٢٠ م/ث

(ب) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم

(أ) ٣٦٤ م (ب) ٣٨٤ م (ج) ٤١٤ م (د) ٤٦٤ م

⑧ إذا كانت ص = ٧ - ٢س معادلة المماس على المنحنى الرسوم لمنحنى الاقتران هـ(س) عند نقطة المماس التي احداثيها السيني س = ٢ حيث هـ(٢) × قـ(٢) = $\frac{ل}{س^{٤}}$ ، هـ(٢) ≠ ٠ فإن قيمة الثابت ل =

(أ) $\frac{-١٠}{٣}$ (ب) ٦ (ج) $\frac{٥}{١٢}$ (د) $\frac{-٧}{١٢}$

⑨ إذا كان هـ(س) = $\frac{٢}{س-٣}$ + ٥هـ(س) وكان متوسط التغير للاقتران هـ(س) في الفترة [-١، ٢] يساوي ٩ والتغير في الاقتران هـ(س) في نفس الفترة يساوي ٣ فإن قيمة الثابت أ =

(أ) ١٢ (ب) -١٢ (ج) -١٦ (د) ١٦

⑩ إذا كان هـ(س) = $س^{٢}$ ، هـ(س) = $\frac{ب}{١+٢س}$ وكان (قـ ٥ هـ)′(١) = $\frac{٨}{٩}$ ، فإن قيمة ب =

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) -٤ (د) -٢

حلول أسئلة اختبار الوحدة الأولى

مراجعات دفعة 2004

① المطلوب $قـ(٤) = ؟!$

$٣ح - ٢ = ٤ \Leftarrow ٣ح = ٦ \Leftarrow ح = ٢$ ②

نعوض عند $ح = ٢$

$قـ'(٣ح - ٢) = \left[\frac{ح}{٣} + ٦\right] + |ح - ٥|$

عوض عند $ح = ٢$

$قـ'(٣ح - ٢) = \left[\frac{٤}{٣} + ٦\right] + |٢ - ٥|$

$قـ'(٣ح - ٢) = ٦ + ح - ٥$ اشتقاق الطرفين

$٢قـ(٣ح - ٢) \times قـ'(٣ح - ٢) \times ٣ = -١$

$\frac{١}{٦} قـ(٤) \times قـ'(٤) = -\frac{١}{٦} \longleftarrow$ ✱

بتعويض $قـ'(٤) = \left[\frac{٤}{٣} + ٦\right] + |٢ - ٥| = ٦ + ٣ = ٩$

$قـ'(٤) = ٩ \Leftarrow \boxed{قـ(٤) = ٣}$

عوض في ✱ $\Leftarrow قـ(٤) \times قـ'(٤) = -\frac{١}{٦}$

$\Leftarrow ٣ \times قـ'(٤) = -\frac{١}{٦} \Leftarrow قـ'(٤) = -\frac{١}{١٨}$

منع ⓟ

①

باستخدام المشتقة $\frac{\text{بعد}}{\text{بعد}} = \frac{م(٣) - م(٢٩)}{١ - ١}$

لدالة متصلة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

(٤<٢٩)

مثلاً

$\frac{١}{٤} = ٢$

(٩) إذا كان $٤ = ٢$ فإن $١-٢٤ = ٠$

$\Leftarrow (٤-٢)(١-٢٤) = ٠$

$\Leftarrow ٤+٢٩-٢٤ = ٠$

$\Leftarrow \frac{٩}{١} = \frac{٥-٢٤}{١-٢} \Leftarrow ٩-٢٩ = ٥-٢٤$

$\Leftarrow ٩ = \frac{(١-٢)-(٢٢+٢)}{١-٢}$

متصلة وقابلة للاشتقاق على $[٢,٣]$ $\frac{م(٣)-م(١)}{٣-١} = م(ج)$

(٣) $م(س) = \begin{cases} ٣س+٤ & ، س \geq ٢ \\ ٦-٢س & ، س < ٢ \end{cases}$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{\text{ق}(\sqrt{x+7})}{\sqrt{x+8}} \times \frac{1}{1} \quad \text{-مرفوض}$$

$$= \text{ق}(3) \times \frac{1}{2\sqrt{9}} = 2 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{ضلع ج}$$

④

$$\text{ص} \, \text{ظا}\theta - \text{ص} \, \text{جا}\theta = \frac{1}{\text{ظا}\theta + \text{جا}\theta}$$

$$\text{ص} \, (\text{ظا}\theta - \text{جا}\theta) = \frac{1}{\text{ظا}\theta + \text{جا}\theta}$$

$$\frac{\text{ص} \, (\text{ظا}\theta - \text{جا}\theta)}{(\text{ظا}\theta - \text{جا}\theta)} = \frac{1}{(\text{ظا}\theta + \text{جا}\theta)(\text{ظا}\theta - \text{جا}\theta)}$$

$$\text{ص} = \frac{1}{\text{ظا}^2\theta - \text{جا}^2\theta}$$

$\text{ظا}^2\theta - \text{جا}^2\theta = \text{ظا}^2\theta \, \text{جا}^2\theta$

$$\text{ص} = \frac{1}{\text{ظا}^2\theta \, \text{جا}^2\theta} = \text{قا}^2\theta \, \text{تا}^2\theta$$

$$\frac{d\text{ص}}{d\theta} = 2 \, \text{قا}^2\theta \, \text{ظا}^2\theta \quad \text{ضلع ب}$$

⑤ $ص = ع^3 + 8ع$ ، $ع = 5 + 7ن$

الحل $ص = ع^3 + 8ع$ (اشتقه بالنسبة لـ ع)

$$\frac{د ص}{د ع} = 3ع^2 + 8 \longleftarrow (*)$$

$ع = 5 + 7ن$ (÷ د ن)

$\frac{ع}{د ن} = \frac{5 + 7ن}{د ن}$ (اشتقه بالنسبة لـ ن)

$$\frac{د ع}{د ن} = \frac{-5}{ن^2} \longleftarrow (**)$$

$\frac{د ص}{د ن} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د ن}$ (عوض صـ (*) و (**))

$= (3ع^2 + 8) \times \frac{-5}{ن^2}$

عندما $ن = 1$

$ع = 5 + \frac{1}{1} = 6$

$\left| \frac{د ص}{د ن} \right|_{ن=1, ع=6} = (3(6)^2 + 8) \times \frac{-5}{1} = -580$ فرع (ب)

⑥ $ق'(2س) = (1+س) \, ه'(\frac{س}{2})$ اشتق الطرفين

$2ق'(2س) \times ق(2س) \times 2 = (1+س) \times ه(\frac{س}{2}) \times \frac{1}{2} + ه(\frac{س}{2}) \times 1$

$4ق'(2س) \, ق(2س) = \frac{(1+س) \times ه(\frac{س}{2}) + 2ه(\frac{س}{2})}{4}$

لايجاد $ق(4)$ نضع $2س = 4 \Leftarrow س = 2$

نعوض عند $س = 2$

$4ق'(4) \, ق(4) = \frac{-2(3) \times ه(\frac{2}{2}) + ه(\frac{2}{2})}{4}$

$4ق'(4) \, ق(4) = -\frac{3}{2} ه(1) + ه(1)$ ← (*)

$ق$ تمر بالنقطة $(4, \frac{1}{4}) \Leftarrow ق(4) = \frac{1}{4}$

عندما $س = 1$ نقطة التماس لـ $ه(س)$

$\Leftarrow ص = 1 + 4 \times 1 = 5 \Leftarrow \boxed{ه(1) = 5}$

نـ $(1, 5)$ تقع على منحنى $ه(س)$

ميل مماس منحنى $ه(س)$ عندما $س = 1$ هو $ص = 4$

$\Leftarrow \boxed{ه'(1) = 4}$

نعوض في (*) عند $ه(1)$ و $ه'(1)$

$4 \times \frac{1}{4} \times ق(4) = -\frac{3}{2} \times 4 + 5 \Leftarrow ق(4) = -6 + 5 = -1$

منع ⑥

(٧) (أ) $ف = ٢أ ن^{٢} - ن^{٣}$

$ع = ٤أ ن - ٣ن^{٢}$

$ت = ٤أ - ٦ن$

$ت = ٤٢م/ث^{٢} \Leftarrow ٤٢ = ٤أ - ١٢ \Leftarrow ٤أ = ٣٦$

$\boxed{أ = ٩} \Leftarrow$

$\therefore ع = ٣٦ن - ٣ن^{٢}$

∴ سرعة الجسم بعد ثانيتين $ع = ٣٦ \times ٢ - ٣ \times ٤$

$= ٧٢ - ١٢ = ٦٠ م/ث$ منع (ب)

(ب) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عندما $(ع = ٠)$

$٣٦ن - ٣ن^{٢} = ٠ \Leftarrow ٣ن(١٢ - ن) = ٠$

$\Leftarrow ٣ن = ٠ \Leftarrow ن = ٠$ أو $١٢ - ن = ٠$

$\Leftarrow ن = ١٢$ ث | مرفوض

∴ $ن = ١٢$ ث

أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم $ف = ٢ \times ٩ \times (١٢)^{٢} - (١٢)^{٣}$

$= ٢٥٩ م$ منع (ب)

(٨) $ص = ٧ - ٢س$

$ص' = -٢$ (ميل العمودي)

∴ ميل المماس $ق'(٢) = \frac{١}{٢}$

عند نقطة المماس ($س = ٢$)

$ص|_{س=٢} = ق(٢)$

$٧ - ٢ \times ٢ = ق(٢) \Leftarrow ق(٢) = ٣$

$ق(س) \times ق'(س) = \frac{ل}{س^٤}$

$ق(٢) \times ق'(٢) = \frac{ل}{٤} \Leftarrow ٣ \times \frac{١}{٢} = \frac{ل}{٤}$

$\Leftarrow \frac{٣}{٢} \times ٤ = ل \Leftarrow ٢ل = ١٢$

$\Leftarrow ل = ٦$ (٥) فرع

(8)

(5) في (1-) $\Rightarrow$ $v = 0$

$$v\frac{E-}{q} = \frac{\Lambda}{q} \Leftarrow \frac{vE-}{q} \times r = \frac{\Lambda}{q}$$

$$(1)\bar{\phi} \times ((1)\phi)\bar{\lambda} = (1)\overline{\phi \circ \lambda}$$

$$\bar{\phi}(r-) = \frac{(1+vr)_{\circ}}{-jn} \Leftarrow \frac{vE-}{q} = (1)\bar{\phi}$$

(1) $\lambda(r-) = 7_3$ ، $\bar{\lambda}(r-) = (vr)\bar{\lambda}$ ، $r = (vr)\bar{\lambda}$

في (17-) $\Rightarrow$ $p = 1$ (9)

$$\frac{\xi-}{r} \times 1r = p \Leftarrow 1r = \frac{p_{r}-}{\xi} \Leftarrow$$

$$rv = 10 + \frac{p_{r}-}{\xi} \Leftarrow rv = r \times o + \frac{p_{r}-}{\xi}$$

$$rv = ((1-)\phi - (r)\phi)\,o + \frac{p}{\xi} + p-$$

$$rv = ((1-)\phi\, o + \frac{p-}{\xi}) - ((r)\phi o + p-)$$

$$\boxed{rv = (1-)\phi - (r)\phi} \longrightarrow (*)$$

$$\text{ثابت } \overline{\Delta\phi(r-)} = \overline{\phi(1)-\phi(1-)} = 9$$

$$\Delta\phi(r-) = \Lambda$$

(9) مشتق التابع $\phi(r-) = \frac{\Delta\phi(r-)}{\Delta r} = 9$