مراجعات مبحث / الرياضيات (الفرع العلمي) إعداد المدرس/ سليم عبد الرملاوي (مدرسة فلسطين الثانوية للبنين)

امتحان الكتاب الأول

القسم الأول يتكون من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عليها

السؤال الأول / يتكون من 15 فقرة اختيار من متعدد

١. إذا كان ن(س) = (س − أ)^{٢} + ٢س يحقق رول في الفترة [٥،١] فإن قيمة أ ؟

أ) ٤ ب) ٥ ج) ٣ د) ١

٢. ن(س) = (٨ + س^{٣})(٢ − س)(٦٤ + س^{٦})(٤ + س^{٢} + ٢س) فإن ن′(−١) ؟

أ) −١٢ ب) ١٢ ج) ١١ د) −١١

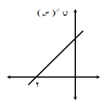
٣. يتحرك جسم علي خط مستقيم حسب العلاقة ف (ن) = ٨ن − ٥ن^{٢} بحيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني فما قيمة ن التي يكون عندها التسارع الجسم تساوي خمسة أمثال سرعته ؟

أ) ١ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) ٢ د) $\frac{٥}{٢}$

٤. إذا كان ن(س) كثير حدود وكانت $\lim_{س \to ١}$ $\frac{ن(س)-١}{س-١}$ = ٦ فما قيمة $\lim_{س \to ١}$ $\frac{ن(س)-س}{لو س}$ ؟

أ) صفر ب) ٥ ج) ٦ د) ٧

٥. الشكل المجاور يمثل منحنى ن′(س) للاقتران ن(س) إذا علمت أن ن′(−٥) = ن′(١) = ٠ فما الفترة التي يكون فيها ن(س) متناقص؟



أ) [−٥،١] ب)]−∞،−٥] ج) [١،∞[د) ع − [−٥،١]

٦. إذا كان المستقيم ص = ٣ ١س − ٧ يمس منحنى الاقتران ن(س) = س^{٣} + ب س^{٢} عند س = ١ فأوجد ب ؟

أ) ١،٥ ب) −١،٥ ج) −٥،١ د) ٥

٧. ن(س) = س^{٢} − ٣٢ لو س فما عدد النقط الحرجة لـ ن(س) علي مجاله ؟

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٣

٨. إذا كان ن(س) كثير حدود وكان ن′(س$_{١}$) − ن′(س$_{٢}$) > صفر ∀س$_{١}$ < س$_{٢}$ حيث س$_{١}$،س$_{٢}$ ∈ ع فإن؟

أ) ن(س)متزايد علي ع ب) ن(س)متناقص علي ع

ج) ن(س)مقعر للأسفل علي ع د) ن(س)مقعر للأعلى علي ع

٩. إذا كانت ص = هـ^{س} فما قيم الثابت أ التي تحقق المعادلة ص″ − ٥ص′ + ٦ص = ٠ ؟

أ) ٣،٢ ب) −٢،−٣ ج) ٠،٣٢ د) ٠،−٢،−٣

١٠. س = جام ، ص = جتام فإن $\frac{د ص}{د س}$ ؟

أ) $\frac{س}{ص}$ ب) $-\frac{س}{ص}$ ج) $\frac{ص}{س}$ د) س ص

١١. إذا كان ن(س) اقتراناً متصلاً ومتناقصاً علي الفترة [٤،١] فإن إحدى العبارات الآتية صحيحة دائماً؟

أ) ن(٢) > ن(٣) ب) ن(٢) > ن(٣) ج) ن(٢) = ن(٣) د) ن′(٢) = ن′(٣)

١٢. الاقتران ن(س) متصل علي ع ، ن(٣) = ٧، ن′(٣) = ٠، ن″(٣) = −٤ فإن إحدى العبارات الآتية صحيحة ؟

أ) عند س = ٣ توجد قيمة عظمى محلية ب) عند س = ٣ توجد قيمة صغرى محلية

ج) عند س = ٣ توجد قيمة عظمى مطلقة د) عند س = ٣ توجد قيمة صغرى مطلقة

١٣. ن(س) = س^{٣} ، هـ(س) = $\frac{ب}{٢س-١}$ ، س ≠ $\frac{١}{٢}$ ، ب > صفر وكان (ن ○ هـ)′(١) = −٨٤ فما قيمة الثابت ب ؟

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٨ د) ١٦

١٤. إذا كان ن^{٢} ($\sqrt{٢س+١}$) = ٥س^{٢} − ١ فما قيمة ن′(٢) علماً بأن ن(س) > ٠ ؟

أ) ٥ ب) ١٠ $\sqrt{٢}$ ج) $\frac{٥}{٢}$ د) ١٠

١٥. إذا كان ن(س) كثير حدود له نقطة حرجة عند س = ب ، س ≠ ٠ ، وكانت ن″(س) = ٣ب^{٢} − س^{٢} فماذا تمثل النقطة (ب،ن(ب)) ؟

أ) نقطة انعطاف ب) نقطة صغرى محلية

ج) عظمى محلية د) انعطاف أفقي

السؤال الثاني :-

١) إذا كان ق(س) = { س^{٢} + أس ، ١ ≤ س < ٢ ؛ س^{٣} − ٦س + ب ، ٢ ≤ س ≤ ٣ } يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة علي [١،٣] جد :

أ- الثابتين أ،ب

ب- جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية

أ- ن(س) متصل عند س = ٢

٤ + ٢أ = ٨ − ١٢ + ب

٤ + ٢أ = −٤ + ب

٢أ − ب = −٨ ← ١

ق′(س) = { ٢س + أ ، ١ < س < ٢ ؛ ٣س^{٢} − ٦ ، ٢ < س < ٣ }

ن′(٢) = ن′(٢)

٤ + أ = ١٢ − ٦ ⇐ ٤ + أ = ٦

أ = ٢

بالتعويض في معادلة ١

٢أ − ب = −٨

٢ × ٢ − ب = −٨ ⇐ ٤ − ب = −٨

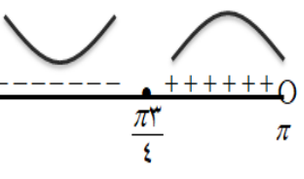
ب = ١٢

---

٢) إذا كان ن(س) = جا^{٢}س − $\frac{١}{٢}$ جتا٢س ، س ∈]٠،π[أوجد :

أ- فترات التقعر للأعلى وللأسفل لـ ن(س) .

ب- نقاط الانعطاف وزوايا الانعطاف للاقتران ن(س).



ن(س) = جا^{٢}س − $\frac{١}{٢}$ جتا٢س ⇐ ٤ جتا٢س = ٠

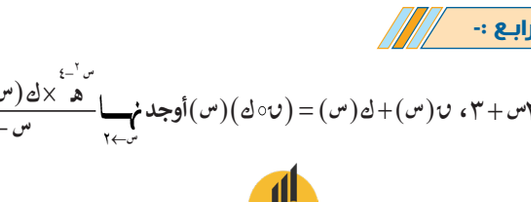
ن′(س) = ٢ جاس جتاس + $\frac{١}{٢}$ × ٢ جا٢س ⇐ س = $\frac{π}{٤}$

ن″(س) = جا٢س + جا٢س

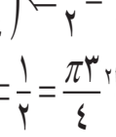
ن″(س) = ٢ جا٢س

أ-]٠، $\frac{π}{٤}$[∪]$\frac{π٣}{٤}$، π[ن(س) مقعر للأعلى

]$\frac{π}{٤}$، $\frac{π٣}{٤}$[ن(س) مقعر للأسفل



ب- نقاط الانعطاف



(ن(π/٤) ، π/٤) ⇐ ١/٢ = جا^{٢} π/٤ − ١/٢ جتا٢ π/٤

(ن(٣π/٤) ، ٣π/٤) ⇐ ١/٢ = جا^{٢} ٣π/٤ − ١/٢ جتا٢ ٣π/٤

زوايا الانعطاف

ظاهـ = ن″(π/٤) = ٢ جا^{٢} π/٤ = ٢ ⇐ هـ = ٦٣

ظاهـ = ن″(٣π/٤) = ٢ جا^{٢} ٣π/٤ = −٢ ⇐ هـ = ١١٧

امتحان الكتاب الأول/ القسم الثاني

يتكون من أربعة أسئلة وعلى المشترك الإجابة على سؤالين

السؤال الرابع :-

١) ن(س) = ٢س + ٣ ، ن(س) + ك(س) = (ن ○ ك)(س) أوجد $\lim_{س \to ٢}$ $\frac{هـ^{س^{٢}-٤} \times ك′(س) - ك′(٢)}{س - ٢}$.

ن(س) = ٢س + ٣ ⇐ ن(٢) = ٤ + ٣ = ٧

ن′(س) = ٢ ⇐ ن′(٢) = ٢

ن(٢) + ك(٢) = ن(ك(٢))

٧ + ك(٢) = ٢ك(٢) + ٣ ⇐ ك(٢) = ٤

ن′(س) + ك′(س) = ن′(ك(س)) × ك′(س)

ن′(٢) + ك′(٢) = ن′(ك(٢)) × ك′(٢)

٢ = ٢ك′(٢) − ك′(٢)

٢ = ك′(٢)

$\lim_{س \to ٢}$ $\frac{هـ^{س^{٢}-٤} \times ك′(س) - ك′(٢) \times ٢س \times هـ^{س^{٢}-٤}}{١}$

= $\frac{هـ \times ك′(٢) - ك′(٢) \times ٢ \times ٢ \times هـ}{١}$

= $\frac{١ \times ١ - ٢ \times ٢ \times ٤}{١}$ = ٢ + ١٦ = ١٨

السؤال الثالث :-

١) قذف جسم رأسياً للأعلى من سطح برج بحيث ارتفاعه من البرج ف بالأمتار يعطى بالعلاقة ف = ٢٠ن − ٥ن^{٢} فإذا كان أقصي ارتفاع وصل إليه الجسم عن سطح الأرض يساوي ٨٠م أوجد :

أ- ارتفاع البرج .

ب- سرعة الجسم عندما يكون علي ارتفاع ٣٥م من سطح الأرض.

ج- المسافة المقطوعة خلال الثواني الخمس الأولى .

ف = ٢٠ن − ٥ن^{٢}

أقصى ارتفاع عن سطح الأرض = ٨٠م

ع = ٢٠ − ١٠ن ، عند أقصى ارتفاع ع = ٠ ⇐ ٢٠ = ١٠ن ⇐ ن = ٢

ف(٢) = (٢٠ × ٢) − (٥ × ٤) ⇐ = ٤٠ − ٢٠ = ٢٠م

أ- ∴ طول البرج = ٨٠ − ٢٠ = ٦٠م

ب- عندما يكون الجسم علي ارتفاع ٣٥م من سطح الارض يكون هابط

٦٠ − ٣٥ = ٢٥ ∴ ف(ن) = −٢٥

٢٠ن − ٥ن^{٢} = −٢٥ بالقسمة علي ٥

٤ن − ن^{٢} = −٥ ⇐ ن^{٢} − ٤ن − ٥ = ٠

(ن − ٥)(ن + ١) = ٠

ن = ٥ ، ن = −١ مرفوض

ع(٥) = ٢٠ − (١٠ × ٥) = −٣٠ م/ث

ج- ف(المقطوعة) = ٢ × اقصى ارتفاع − ف(٥)

ف(ن) = (٢٠ × ٢) − (١٠٠ − ١٢٥)

= ٤٠ + ٢٥ = ٦٥م

القيم الصغرى المحلية

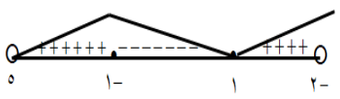
ن(١) = صفر مطلقة

ن(−٢) = صفر مطلقة

القيم العظمى المحلية

ن(−١) = ١ × ٤ = ٤

ن(٥) = ٧ × ١٦ = ١١٢ وهي مطلقة



٢) إذا كان ن(س) = (س + ٢)(س − ١)^{٢} معرفاً علي [−٢،٥] فجد :

أ- مجالات التزايد والتناقص لـ ن(س) .

ب- القيم القصوى المحلية والمطلقة لـ ن(س) وبين نوعها .

ن(س) متصل علي [−٢،٥]

ن′(س) = [(س + ٢)(٢)(س − ١) × ١] + [(س − ١)^{٢} × ١]

ن′(س) = (س + ٢)(٢س − ٢) + (س − ١)^{٢}

ن′(س) = ٢س^{٢} − ٢س + ٤س − ٤ + س^{٢} − ٢س + ١

ن′(س) = ٣س^{٢} − ٣ = ٠

٣س^{٢} = ٣

س^{٢} = ١ ⇐ س = ١ ، س = −١

∴ ن(س) متزايد ن(س) متناقص

[−٢،−١] ∪ [١،٥]

[−١،١]

لتحميل المزيد زوروا موقع زهور الأقصى www.zohoralaqsa.com

٢) جد معادلة العمودي علي المماس لمنحنى العلاقة $(س+٢ص)^{٣}-٤س+٦ص=٤٣$ عند نقطة تقاطع منحناها مع المستقيم $٦ص=٩-٣س$.

$٦ص+٣س=٩$ بالقسمة علي ٣

$٢ص+س=٣$ نعوض في معادلة المنحنى

$٢٧-٤س+٩-٣س=٤٣$

$-٧س+٣٦=٤٣$

$-٧س=٧ \Leftarrow س=-١$

بالتعويض في معادلة المستقيم

$٦ص=٩-٣\times-١ \Leftarrow ص=٢$ نقطة التقاطع $(-١،٢)$

نشتق معادلة العلاقة لإيجاد الميل

$٣(س+٢ص)^{٢}\times(١+٢ص')-٤+٦ص'=٠$

$٣\times٩(١+٢ص')-٤+٦ص'=٠ \Leftarrow ص'=\frac{-٢٣}{٦٠}$

معادلة العمودي $(ص-٢)=\frac{٦٠}{٣٢}(٢س+١)$

السؤال الخامس :

١) إذا كانت $ص=أجتا(لـو_هـ س)+ب جا(لـو_هـ س)$

أثبت أن $س^{٢}\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}+س\frac{دص}{دس}+ص=٠$.

$ص'=-أجا(لـو_هـ س)\times\frac{١}{س}+ب جتا(لـو_هـ س)\times\frac{١}{س}$

$س ص'=-أجا(لـو_هـ س)+ب جتا(لـو_هـ س)$

$س ص''+ص'=-أجتا(لـو_هـ س)\times\frac{١}{س}-ب جا(لـو_هـ س)\times\frac{١}{س}$

$س ص''+س ص'=-أجتا(لـو_هـ س)-ب جا(لـو_هـ س)$

$س^{٢}ص''+س ص'=-ص$

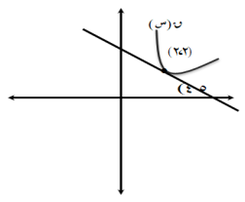
$س^{٢}ص''+س ص'+ص=٠$

---

٢) إذا كان $ن(س^{٣}-٣)=\frac{هـ^{٢}(س)}{ل(س)}$ ، $ل(س)\neq٠$ وكانت معادلة العمودي علي المماس لمنحنى $هـ(س)$ عند $س=٢$ هي $٣س-٦ص=١٢$

وكان منحنى $ل(س)$ كما في الشكل المجاور

جد $ن'(٥)$.



$هـ(س)$	$ل(س)$
$٣\times٢-٦ص=١٢$	$ل(٢)=٢$
$-٦ص=٦$	$ل'(٢)=-١$
$هـ(٢)=-١$	
$هـ'(٢)=-٢$	

نشتق

$ن'(س^{٣}-٣)\times٣س^{٢}=\frac{ل(س)\times٢هـ(س)\times هـ'(س)-هـ^{٢}(س)\times ل'(س)}{ل^{٢}(س)}$

عندما $س=٢$

$ن'(٢)\times١٢=\frac{ل(٢)\times٢هـ(٢)\times هـ'(٢)-هـ^{٢}(٢)\times ل'(٢)}{ل^{٢}(٢)}$

$ن'(٢)\times١٢=\frac{٢\times٢\times-١\times-٢\times-١}{٤}$

$ن'(٢)=\frac{٣}{١٦}$

السؤال السادس :

١) إذا علمت أن $ن(س)=س+هـ^{٣}(س)$ وكان متوسط تغير $هـ(س)$ في $[١،٣]$ يساوي ٦

احسب متوسط تغير $ن(س)$ في نفس الفترة

علماً بأن $هـ(٣)\times هـ(١)=٥$ ، $هـ^{٢}(٣)+هـ^{٢}(١)=١١$.

$\frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س}=\frac{هـ(٣)-هـ(١)}{٢}=٦$

$هـ(٣)-هـ(١)=١٢ \leftarrow ١$

$\frac{\Delta ن(س)}{\Delta س}=\frac{ن(٣)-ن(١)}{٢}$

$=\frac{(٣+هـ^{٣}(٣))-(١+هـ^{٣}(١))}{٢}$

$=\frac{٢+هـ^{٣}(٣)-هـ^{٣}(١)}{٢}$

$=\frac{٢+(هـ(٣)-هـ(١))(هـ^{٢}(٣)+هـ(٣)هـ(١)+هـ^{٢}(١))}{٢}$

$=\frac{٢+(٢)(١٢)(٥+١١)}{٢}=٩٧$

---

٢) $ن(س)$ كثير حدود من الدرجة الثانية يمر منحناه بنقطة الاصل ويحقق شروط نظرية رول علي الفترة $[٠،٤]$ إذا كانت القيمة الصغرى للاقتران $ن(س)$ في هذه الفترة تساوى -٤

جد قاعدة الاقتران $ن(س)$.

$ن(س)=أس^{٢}+بس+جـ$

$ن(٠)=٠ \Leftarrow جـ=٠$

$\therefore ن(س)$ يحقق رول في الفترة $[٠،٤]$

$ن(٠)=ن(٤)$

$٠=١٦أ+٤ب$

$\therefore ب=-٤أ$

$ن(س)=أس^{٢}-٤أس$

$ن'(س)=٢أس-٤أ$

$س=٢$

$ن(٢)=-٤$

$ن(٢)=٤أ-٨أ=-٤أ$

$-٤أ=-٤ \Leftarrow أ=١$

$\therefore ب=-٤$

$\therefore ن(س)=س^{٢}-٤س$

السؤال السابع :

١) $ن(س)$ كثير حدود معرف $[١،٣]$ يقع في الربع الرابع ومتزايد علي مجاله وكان $هـ(س)=١٠-س^{٢}$ معرفاً علي $[١،٣]$،

جد مجالات التزايد والتناقص للاقتران $ل(س)=(هـ(س)\times ن(س))^{٢}$ علي نفس الفترة.

$ن(س)>٠$ $ن'(س)<٠$

$هـ(س)<٠$ $هـ'(س)>٠$ في الفترة $[١،٣]$

$ل'(س)=٢(هـ(س)\times ن(س))(هـ(س)\times ن'(س)+ن(س)\times هـ'(س))$

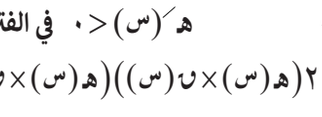
$ل'(س)=٢(+\times-)(+\times-+(+\times+))$

$-\times-=+<٠$

$\therefore ل(س)$ متناقص علي $[١،٣]$

---

٢) مثلث متساوي الساقين طول قاعدته ٦سم وارتفاعه ٨سم يراد رسم مستطيل داخله بحيث يقع رأسان منه على قاعدة المثلث ويقع كل من الرأسين الأخرين على ساقي المثلث أوجد أبعاد المستطيل لتكون مساحته أكبر ما يمكن.



$م=٢س ص \leftarrow ١$

$ظاهـ=\frac{ص}{٣-س}=\frac{٨}{٣}$

$ص=\frac{٨}{٣}(٣-س)$ التعويض في ١

$م=\frac{١٦}{٣}(٣س-س^{٢})$

$م'=\frac{١٦}{٣}(٣-٢س)$

$\frac{١٦}{٣}(٣-٢س)=٠$

$س=\frac{٣}{٢}$

$ص=\frac{٨}{٣}(٣-\frac{٣}{٢})=٤$

ابعاد المستطيل $=٢س=٢\times\frac{٣}{٢}=٣$ سم

$ص=٤$ سم

امتحان الكتاب الثاني/ القسم الأول

يتكون من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عليها

السؤال الأول : يتكون من 15 فقرة اختيار من متعدد

١. إذا كان العنصر الخامس في تجزئة نونية منتظمة للفترة $[٢،١٢]$ يساوي $\frac{١٤}{٣}$ فما عدد الفترات التجزئة ؟

أ) ١٠ ب) ١١ ج) ١٢ د) ١٣

٢. ما ناتج $\int_{ا}^{ب} قتا^{٢}س\,ق ظا^{٢}س\,د س$ ؟

أ) $\frac{ظاس-ظتاس+جـ}{ظاس ظتاس+جـ}$ ب) ظاس+ظتاس+جـ

ج) ظاس ظتاس+جـ د) ظاس+ظتاس+س+جـ

٣. إذا كان $\begin{vmatrix} ا & ٢ب \\ جـ & د \end{vmatrix}=٦$ أوجد $\begin{vmatrix} ٣جـ & ٣د \\ ا & ب \end{vmatrix}$ ؟

أ) -٦ ب) -٩ ج) ٣ د) ٩

٤. إذا كان $ن(س)$ معرف علي الفترة $[١،٣]$ وكان $\sigma_{ن}(ن)=١+\frac{٢+٤+٦+---+٢ن}{ن^{٢}-٢ن}$ جد $\int_{١}^{٣} ن(س)\,د س$ ؟

أ) -٢ ب) ٢ ج) ١ د) -١

٥. إذا كان $\int \frac{س}{س+جاس}\,د س=م(س)$ فما هو $\int \frac{جاس}{س+جاس}\,د س$ ؟

أ) $س م(س)+جـ$ ب) $س-م(س)+جـ$ ج) $\frac{س}{م(س)}+جـ$ د) $\frac{م(س)}{س}+جـ$

٦. إذا كانت س من الرتبة ن وكان $|س^{-١}|=\frac{١}{٩}$ ، $|\frac{٢}{٣}س|=\frac{١٦}{٩}$ فما قيمة ن ؟

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

٧. إذا كان $-٩\leq ن(س)\leq-٣$ ، $س\in[٦،٢]$ ، $م\geq\int_{٢}^{٦}|٥+ن(س)|\,د س$ فما قيمة $م$ علي الترتيب ؟

أ) ١٦،٠ ب) ١٦،٠ ج) -٦،-١٢ د) ١٢،٦

٨. إذا كانت $ا،ب،جـ،د،هـ$ مصفوفات بحيث $ا\times ب=جـ+هـ\times د$ وكانت ا من الرتبة ٢×٣ والمصفوفة د من الرتبة ٧×٥ فإن رتبة المصفوفة هـ هي؟

أ) ٣×٥ ب) ٢×٥ ج) ٣×٧ د) ٢×٧

٩. $\int \frac{(٤س^{٢}-٤س+١)^{٧}}{(٢س-١)^{٢}}\,د س$ ؟

أ) $\frac{(٢س-١)^{١٣}}{١٣}+جـ$ ب) $\frac{(س-١)^{١٣}}{٢٦}+جـ$ ج) $\frac{(٢س-١)^{١٣}}{٢٦}+جـ$ د) $\frac{(٢س-١)^{٨}}{١٦}+جـ$

١٠. عند حل النظام من معادلتين خطيتين متغيرين بطريقة كريمر وجد أن $|أ س(٠)(١٢)^{-١}|=٨$، $|٤أص|=|أ س|$ جد قيمة ص؟

أ) -٢ ب) ٢ ج) ٤ د) -٤

١١. إذا كان $\int_{١}^{٥} ن(س)+٢)\,د س=٣$ ، $\int_{١}^{٣} ن(س)\,د س=٦$ أوجد $\int_{٤}^{٦} ن(س-١)\,د س$ ؟

أ) صفر ب) ٦ ج) -١١ د) -٢

١٢. معتمداً علي الشكل المجاور فإن $\int_{أ}^{جـ}(ن-هـ)(س)\,د س$ ؟

أ) ٣ ب) -٣ ج) ١٣ د) -١٣

١٣. إذا كان $٢س\,لـو_{هـ} س\,د س=س^{٢}\,لـو_{هـ} س-\int ع\,د هـ$ فما قيمة ع؟

أ) $لـو_{هـ} س\,د س$ ب) $س^{٢}\,د س$ ج) $س\,د س$ د) $س\,لـو_{هـ} س\,د س$

١٤. إذا كان $\int_{ب}^{لـو_{هـ} ب} هـ^{٢س}\,د س=\frac{٣}{٢}$ فما قيمة الثابت ب ؟

أ) ٢ ب) $٢،٢-$ ج) ١ د) هـ

١٥. إذا كان $ن(س)$ اقتراناً قابلاً للتكامل علي $[٦،٠]$ فإن احدي العبارات التالية صحيحة؟

أ) $\int_{ب}^{جـ} ن(ص)\,د ص=س-جتاس$ ب) $\int_{ب}^{جـ} ن(ص)\,د ص=س-جتاس-١$

ج) $\int_{ب}^{جـ} ن(ص)\,د ص=س-جتاس+١$ د) $\int_{ب}^{جـ} ن(ص)\,د ص=س-جتاس+٣$

لتحميل المزيد زوروا موقع زهور الأقصى www.zohoralaqsa.com

السؤال الثاني :

١) استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{١}^{٣} س\left(١-\frac{٣}{س}\right) ﻫس$.

$\int_{١}^{٣} س\left(١-\frac{٣}{س}\right) ﻫس$

ن(س) = س − ٣ [١،٣]

$س_ر = ا + \frac{ب-ا}{ن} \times ر$

$= ١ + \frac{٢}{ن} ر$

$ن(س_ر) = ١ + \frac{٢}{ن} ر - ٣$

$= \frac{٢}{ن} ر - ٢$

$ق(ن، \sigma_ن) = \frac{٢}{ن}\left[\frac{٢}{ن} \times \frac{ن(ن+١)}{٢} - ٢ن\right]$

$= \frac{١ + ن٢ -}{ن}$

$\int_{١}^{٣} (س - ٣) ﻫس = \lim_{ن \to \infty} \frac{١ + ن٢ -}{ن} = ٢-$

---

٢) إذا كانت ا = $\begin{bmatrix} ٥ & ٢- \\ ٣- & ٤ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ١ & ٢- \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$ حل المعادلة $ا^{-١}(س^{-١}ب)^{-١} = ٢ق + ب$.

$ا^{-١} + \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} = ا^{-١}(س^{-١}ب)^{-١}$

$ا^{-١} = ا^{-١}(س^{-١}ب)^{-١}$ بالضرب ا من اليمين $\begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ٤ & ٤ \end{bmatrix}$

$(س^{-١}ب)^{-١} \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ٤ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ & ٣- \\ ٤ & ٢- \end{bmatrix}$

$(س^{-١}ب)^{-١} = \begin{bmatrix} ١٧- & ٧- \\ ١٨ & ١٤ \end{bmatrix}$

ب$^{-١}$س = $\begin{bmatrix} ١٧- & ٧- \\ ١٨ & ١٤ \end{bmatrix}$ بالضرب ب من اليمين

س = $\begin{bmatrix} ١٧- & ٧- \\ ١٨ & ١٤ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٢- & ١ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$

---

٣) جد $\int ق^{٢}س \overline{هـ^{ظاس}} ﻫس$.

ص = $\overline{هـ^{ظاس}}$

ص^{٢} = ظاس

٢صﻫص = $ق^{٢}س ﻫس$

$ﻫس = \frac{٢ص}{ق^{٢}س} ﻫص$

$\int ق^{٢}س هـ^{ص} \times \frac{٢ص}{ق^{٢}س} ﻫص$

$\int ٢ص هـ^{ص} ﻫص$

ن = ٢ص $ﻫع = هـ^{ص} ﻫص$

$ون = ٢ﻫص$ ع = $هـ^{ص}$

$= ٢ص هـ^{ص} - ٢هـ^{ص} + ج$

$= ٢\overline{هـ^{ظاس}} ظاس - ٢\overline{هـ^{ظاس}} + ج$

السؤال الثالث:

١) إذا كان ت(س) = $\begin{cases} ٢س^{٢} + ٢ج س & ٢ \geq س \geq ٣ \\ ا س - ب & ٣ < س \geq ٥ \end{cases}$ هو الاقتران المكامل للاقتران ن(س)

المتصل على [٢،٥] جد :

أ- قيم ا،ب،ج .

ب- $\int_{٢}^{٤} ن(س) ﻫس$.

أ) ت(٢) = ٠

٢ × ٤ + ٤ج = ٠

٤ج = −٨

ج = −٢

ت(س) متصل عند س = −٢

$\lim_{س \to ٣^{+}} ت(س) = \lim_{س \to ٣^{-}} ت(س)$

١٢ − ١٨ = ب

ا٣ − ب = ٦ ⇐ ١

ت$'$(س) = ن(س)

$= \begin{cases} ٤س + ٢ج & ٢ < س < ٣ \\ ا & ٣ < س < ٥ \end{cases}$

ت$'(٣^{+})$ = ت$'(٣^{-})$

ا = ١٢ − ٤ = ٨ بالتعويض في ١

ب = ٢٤ − ٦

ب = ٢٤ − ٦ = ١٨

ب) $\int_{٢}^{٤} ن(س) ﻫس$ = ت(٤) − ت(٢)

٨ × ٤ − ١٨ = ٠ = ١٤

---

٢) حل النظام الاتي باستخدام طريقة جاوس س − ص + ع = ٦ ، س + ٢ص + ع = ٣ ، ٢س + ص − ع = ٠ .

$\begin{bmatrix} ١ & ١- & ١ \\ ١ & ٢ & ١ \\ ٢ & ١ & ١- \end{bmatrix} \begin{vmatrix} ٦ \\ ٣ \\ ٠ \end{vmatrix} \begin{matrix} ص_{١} + ص_{٢} - \\ ٢ص_{١} + ص_{٣} - \end{matrix}$

$\begin{bmatrix} ١ & ١- & ١ \\ ٠ & ٣ & ١ \\ ٠ & ٣ & ٣- \end{bmatrix} \begin{vmatrix} ٦ \\ ٣- \\ ١٢- \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ ص_{٢} + ص_{٣} - \\ \end{matrix}$

$\begin{bmatrix} ١ & ١- & ١ \\ ٠ & ٣ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٩- \end{bmatrix} \begin{vmatrix} ٦ \\ ٣- \\ ٩- \end{vmatrix}$

ع = ٣ ص = −١ س + ١ + ٣ = ٦ ⇐ س = ٢

−٣ع = −٩ ٣ص = −٣ س − ص + ع = ٦

---

٣) جد التكاملات الاتية :

أ- $\int ظتاس لـو_{هـ} جاس ﻫس$

ب- $\int \frac{(س^{٣} - س)^{٥}}{س^{١٨}} ﻫس$

أ- ص = $لـو_{هـ}$ جاس

$\frac{ﻫص}{ﻫس} = \frac{جتاس}{جاس}$

$\frac{ﻫص}{ﻫس}$ = ظتاس

$ﻫس = \frac{ﻫص}{ظتاس}$

$\int ظتاس لـو_{هـ} ص \frac{ﻫص}{ظتاس}$

$\int لـو_{هـ} ص ﻫص$

$= ص لـو_{هـ} ص - ص + ج$

$= لـو_{هـ} جاس لـو_{هـ} جاس - لـو_{هـ} جاس + ج$

ب- $\int \frac{(س^{٣} - س)^{٥}}{س^{١٨}} ﻫس$

$\int \frac{(س^{٢} - ١)^{٥}}{س^{١٣}} ﻫس$

$\int \frac{(س^{٢} - ١)^{٥}}{(س^{٢})^{٥}} \times \frac{١}{س^{٣}} ﻫس$

$\int \left(\frac{س^{٢} - ١}{س^{٢}}\right)^{٥} \times \frac{١}{س^{٣}} ﻫس$

$\int (١ - س^{-٢})^{٥} \times \frac{١}{س^{٣}} ﻫس$

ص = $١ - س^{-٢}$

ﻫص = $٢س^{-٣} ﻫس$

$ﻫس = \frac{ﻫص}{٢س^{-٣}}$

$\int ص^{٥} \times \frac{١}{س^{٣}} \times \frac{س^{٣}}{٢} ﻫص$

$\frac{١}{٢} \frac{ص^{٦}}{٦} + ج$

$\frac{١}{١٢}\left(١ - \frac{١}{س^{٢}}\right) + ج$

امتحان الكتاب الثاني/ القسم الثاني

يتكون من أربعة أسئلة وعلى المشترك الإجابة على سؤالين

السؤال الرابع:

١) إذا كان ن$'$(س) = ا س − ٣س^{٢} فجد قاعدة الاقتران ن(س) علماً بأن المستقيم ٢س = ٣ − ٢ص عمودي على مماس منحنى الاقتران ن(س) عند النقطة (−١، ن(−١)) .

٢ × −١ = ١ − ٣ − ٢ص

−٢ − ٣ = −٢ص

ص = $\frac{٥}{٢}$

ن(−١) = $\frac{٥}{٢}$

ن$'$(−١) = ١+

ن(−١) = −ا − ٣ = ١

−ا = ٤ ⇐ ا = −٤

ن$'$(س) = −٤س − ٣س^{٢}

ن(س) = $\int (-٤س - ٣س^{٢}) ﻫس$

ن(س) = $-٢س^{٢} - س^{٣} + ج$

$= -٢ + ١ + ج = \frac{٥}{٢}$

$ج = ١ + \frac{٥}{٢} \Leftarrow ج = \frac{٧}{٢}$

ن(س) = $-٢س^{٢} - س^{٣} + \frac{٧}{٢}$

---

٢) باستخدام خصائص المحدد أثبت أن $\begin{vmatrix} س + ص & ع + س & ص + ع \\ ٢ع & ٢ص & ٢س \\ ا٣ & ا٣ & ا٣ \end{vmatrix}$ = صفر .

نأخذ عامل مشترك ٢ من ص^{٢} ، ا٣ من ص^{٣}

$\begin{vmatrix} س + ص & ع + س & ص + ع \\ ع & ص & س \\ ١ & ١ & ١ \end{vmatrix}$ ص$_{٢}$ + ص$_{١}$

$\begin{vmatrix} س + ص + ع & س + ص + ع & س + ص + ع \\ ع & ص & س \\ ١ & ١ & ١ \end{vmatrix}$

$(س + ص + ع)\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ع & ص & س \\ ١ & ١ & ١ \end{vmatrix}$ = صفر

لتحميل المزيد زوروا موقع زهور الأقصى www.zohoralaqsa.com

٣) جد $\int_{\text{ـ}}^{\text{ـ}} س\sqrt{س^{٤}+س^{٨}}\,د س$ ، $س>٠$.

$\int_{\text{ـ}}^{\text{ـ}} س^{٣}\sqrt{١+س^{٤}}\,د س$

$ص=\sqrt{١+س^{٤}}$

$ص^{٢}=١+س^{٤}$

$٢ص د ص=٤س^{٣}د س$

$\frac{ص}{٢س^{٣}}د ص=د س$

$\int_{\text{ـ}}^{\text{ـ}} س^{٣}ص\times\frac{ص د ص}{٢س^{٣}}$

$\frac{١}{٢}\int_{\text{ـ}}^{\text{ـ}} ص^{٢}د ص$

$=\frac{١}{٢}\frac{ص^{٣}}{٣}+جـ$

$=\frac{\left(\sqrt{١+س^{٤}}\right)^{٣}}{٦}+جـ$

السؤال الخامس :-

١) عند حل نظام من معادلتين بطريقة كريمر وجد أن $ا س+ا ص=\begin{bmatrix}٩ & ١٠\\ ٧ & ٢\end{bmatrix}$ ،

$ا س-٢ا ص=\begin{bmatrix}٣ & ١١-\\ ٢- & ١٠-\end{bmatrix}$ فما قيمة س،ص.

$ا س+ا ص=\begin{bmatrix}٩ & ١٠\\ ٧ & ٢\end{bmatrix}$ ← ١

$ا س^{+}-٢ا ص^{-}=\begin{bmatrix}٣ & ١١-\\ ٢- & ١٠-\end{bmatrix}$ ← ٢

بالطرح

$٣ا ص=\begin{bmatrix}٦ & ٢١\\ ٩ & ١٢\end{bmatrix}$

$ا ص=\begin{bmatrix}٢ & ٧\\ ٣ & ٤\end{bmatrix}$ بالتعويض في ١

$ا س=\begin{bmatrix}٩ & ١٠\\ ٧ & ٢\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}٢ & ٧\\ ٣ & ٤\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}٧ & ٣\\ ٤ & ٢-\end{bmatrix}$

$ا=\begin{bmatrix}٢ & ٣\\ ٣ & ٢-\end{bmatrix}\Leftarrow |ا|=-٤-٩=-١٣$

$|ا س|=-١٤+١٢=-٢٦$

$|ا ص|=٨-٢١=-١٣$

$س=\frac{|ا س|}{|ا|}=\frac{-٢٦}{-١٣}=٢$ ، $ص=\frac{|ا ص|}{|ا|}=\frac{-١٣}{-١٣}=١$

---

٢) جد $\int_{\text{ـ}}^{\text{ـ}} \frac{لـو س}{س^{٢}+٢س+١}د س$.

$ن=لـو س$ $\quad د ع=(س+١)^{-٢}د س$

$د ن=\frac{١}{س}د س$ $\quad ع=\frac{(س+١)^{-١}}{-١}$

$\int_{\text{ـ}}^{\text{ـ}} \frac{لـو س}{س^{٢}+٢س+١}د س=\frac{-لـو س}{(س+١)}+\int_{\text{ـ}}^{\text{ـ}} \frac{١}{س(س+١)}د س$ ← ١

$\frac{١}{س(س+١)}=\frac{ا}{س}+\frac{ب}{س+١}$

عندما س=صفر

$ا=١$

عندما س=-١

$ب=-١$

بالتعويض في ١

$=\frac{-لـو س}{(س+١)}+\int_{\text{ـ}}^{\text{ـ}} \frac{١}{س}د س+\int_{\text{ـ}}^{\text{ـ}} \frac{-١}{س+١}د س$

$=\frac{-لـو س}{س+١}+لـو|س|-لـو|س+١|+جـ$

٣) إذا كانت σ تجزئة منتظمة للفترة $[ا^{٢}، ١٩]$ وكان العنصر الثامن فيها يساوي $\frac{٣٢}{٣}$ وكان $س_{٢}+س_{٩}=\frac{٤٩}{٣}$ فما قيمة كل من $ا، ن$.

$ل=\frac{ب-ا}{ن}=\frac{١٩-ا}{ن}$

$\frac{٣٢}{٣}=ا+٧ل$ ← ١

$س٢+س٩=\frac{٤٩}{٣}$

$ا+٢ل+ا+٩ل=\frac{٤٩}{٣}$

$ا^{٢}+١١ل=\frac{٤٩}{٣}$ ← ٢

يضرب ١ في ٢

$ا^{٢}+٤ل=\frac{٦٤}{٣}$

$-ا^{٢}+١١ل=-\frac{٤٩}{٣}$

$٣ل=٥ \quad ل=\frac{٥}{٣}$

$\frac{٣٢}{٣}=ا+\frac{٣٥}{٣}$

$ا=-١$

بالتعويض في ل

$ن=١٢$

السؤال السادس :-

١) من نقطة على ارتفاع ٨٠م من سطح الأرض قذف جسم رأسياً للأعلى بسرعة ابتدائية مقدارها ا م/ث ويتسارع -١٠ م/ث^{٢} فإذا كان أقصى وصل إليه الجسم علي سطح الأرض يساوي ١٢٥ م أوجد ا .

$ع(٠)=ا \quad ، \quad ت=-١٠$

$ع=\int_{\text{ـ}}^{\text{ـ}} -١٠ د ن=-١٠ن+جـ_{١}$

$ا=-١٠\times٠+جـ_{١}$

$جـ=ا$

$ع=-١٠ن+ا$

$ف=\int_{\text{ـ}}^{\text{ـ}} (-١٠ن+ا)د ن$

$ف=-٥ن^{٢}+ان+جـ_{٢}$

$ف=-٥ن^{٢}+ان$

$٤٥=٨٠-١٢٥=ف$

$٤٥=-٥ن^{٢}+ان$ ← ١

نضع ع = ٠

$٠=-١٠ن+ا$

$ا=١٠ن$ بالتعويض في ١

$٤٥=-٥ن^{٢}+١٠ن^{٢}$

$٤٥=+٥ن^{٢}$

$ن^{٢}=٩\Leftarrow ن=٣$

$\therefore ا=١٠\times٣=٣٠$

---

٢) حل المعادلة المصفوفة $س\begin{bmatrix}١ & ٦\\ ٥ & ٧\end{bmatrix}-٣س=\begin{bmatrix}٨\\ ١٠\end{bmatrix}$.

$\begin{bmatrix}٨\\ ١٠\end{bmatrix}=س\left(\begin{bmatrix}١ & ٦\\ ٥ & ٧\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}٠ & ٣\\ ٣ & ٠\end{bmatrix}\right)$

$\begin{bmatrix}٨\\ ١٠\end{bmatrix}=س\begin{bmatrix}١ & ٣\\ ٢ & ٧\end{bmatrix}$

$س=\frac{١}{٧-٦}\begin{bmatrix}٢ & ١-\\ ٣ & ٧-\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٨\\ ١٠\end{bmatrix}$

$س=-\begin{bmatrix}٦ & ٢٦-\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٦-\\ ٢٦\end{bmatrix}$

---

٣) ابحث في قابلية التكامل للاقتران $ن(س)=\frac{(س+٣)^{٣}-٦٤}{س-١}$ علي $[٤،٠]$.

$ن(س)$ غير متصل عند $س=١$

$ن(س)=\frac{(س+٣)-٤)((س+٣)^{٢}+٤(س+٣)+١٦)}{(س-١)}$

نفرض أن

$هـ(س)=(س+٣)^{٢}+٤(س+٣)+١٦$ متصل علي $[٤،٠]$ لأنه كثير حدود

$\therefore هـ(س)$ قابل للتكامل علي $[٤،٠]$

$\therefore ن(س)=هـ(س)$ لجميع قيم س $\in [٤،٠]$ ما عدا عند $س=١$

$\therefore ن(س)$ قابل للتكامل علي $[٤،٠]$

السؤال السابع :-

١) احسب مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنين $ن(س)=س^{٣}$ ، $هـ(س)=٢س-س^{٢}$.

إيجاد نقط التقاطع

$ن(س)=هـ(س)$

$س^{٣}=٢س-س^{٢}$

$س^{٣}+س^{٢}-٢س=٠$

$س(س^{٢}+س-٢)=٠$

$س=٠ \quad (س+٢)(س-١)=٠$

$س=-٢، س=١$

$م=\int_{-٢}^{٠} (س^{٣}-(٢س-س^{٢}))د س+\int_{٠}^{١} (٢س-س^{٢}-س^{٣})د س$

$=|-٠.٤٢|+٢.٧$

$=٠.٤٢+٢.٧=٣.١٢$ وحدة مربعة

---

٢) إذا كان $ن''(س)$ يقع في الربع الأول $\frac{هـ''}{ن'(س)}>٠$ ، $\forall س\in[٢،١]$ أثبت أن $\int_{١}^{٢} \left(-ن(س)+\frac{لـو س}{ن'(س)}\right)د س>$ صفر.

$ن'(س)>٠ \quad ن(س)>٠$

لـو $س>٠$ في $[٢،١]$

$-ن(س)<٠$ ، $\frac{لـو س}{ن'(س)}=\frac{+}{+}>٠$

$\therefore -ن(س)+\frac{لـو س}{ن'(س)}>٠$

$\therefore \int_{١}^{٢} \left(-ن(س)+\frac{لـو س}{ن'(س)}\right)د س>٠$

$\therefore \int_{١}^{٢} \left(-ن(س)+\frac{لـو س}{ن'(س)}\right)د س>٠$

---

٣) جد س التي تجعل $\frac{١}{٢}\begin{vmatrix}٢ & ٢س & ١-\\ ٠ & ١- & ٤\\ ١ & س & ٢\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}١٧ & ٢-\\ س & ٢\end{vmatrix}$.

فك المحدد من العمود الثالث

$\frac{١}{٢}(-٢س-٣٤)=٢\begin{vmatrix}٤ & ١-\\ ١ & س\end{vmatrix}+٢\begin{vmatrix}٢س & ١-\\ ١- & ٤\end{vmatrix}$

$٢(٤س+١)+٢(١-٨س)=-س-١٧$

$٨س+٢+٢-١٦س+س=-١٧$

$-٧س+٤=-١٧$

$-٧س=-٢١ \Leftarrow س=٣$

لتحميل المزيد زوروا موقع زهور الأقصى www.zohoralaqsa.com