إجابة / م. أسرار إبراهيم المشوخي .

بطاقة رقم (٢١)

مثال ١ : حل العبارة التربيعية ٢ س^٢^ + ٥ س + ٣

الحل : ٢ س^٢^ + ٥ س + ٣ = (٢ س + ٣) (س + ١)

٢س + ٣
س + ١

+ ٢ س
+ ٣س
+ ٥ س

إذا كان الحد الأخير موجب يكون الحدان متشابهان في الإشارة مثل إشارة الحد الأوسط

تدريب ١ :

حل العبارة التربيعية ٢ س^٢^ + ٩ س + ٧

(٢س + ٧)(س + ١)

٢س +٧
س +١

٢س
٧س
٩س

حل العبارة التربيعية ٢ س^٢^ + ٢٧ س + ١٣

(٢س + ١)(س + ١٣)

٢س +١
س +١٣

٢٦س
١س
٢٧س ✓

مثال ٢ : حل العبارة التربيعية ٣ س^٢^ + ٨ س + ٤

الحل : ٣ س^٢^ + ٨ س + ٤ = (٣ س + ٢) (س + ٢)

٣س + ٢
س + ٢

+ ٦ س
+ ٢س
٨س

تدريب ٢ :

حل العبارة التربيعية ٧ س^٢^ + ٢٤ س + ٩

(٧س + ٣)(س + ٣)

٧س +٣
س +٣

٢١س
٣س
٢٤س ✓

حل العبارة التربيعية ٥ س^٢^ + ١٧ س + ٦

(٥س + ٢)(س + ٣)

٥س +٢
س +٣

١٥س
٢س
١٧س

١٨

مكتبة زهور الأقصى

الحد الأخير سالب تكون الإشارات مختلفة في القوسين

مثال ٣: حل العبارة التربيعية ٥ س^{٢} + ٢ س − ٧

الحل : ٥ س^{٢} + ٢ س − ٧ = (٥ س + ٧) (س − ١)

٥ س + ٧
س − ١

− ٥ س
+ ٧ س
٢ س

تدريب ٣ :

حل العبارة التربيعية ٢ س^{٢} + ٣ س − ٥

(٢ س + ٥) (س − ١)

٢ س +٥
س −١

−٢ س
+ ٥ س
٣ س

مثال ٤ : حل العبارة التربيعية ٣ س^{٢} + ٢ س − ٢١

الحل : ٣ س^{٢} + ٢ س − ٢١ = (٣ س − ٧) (س + ٣)

٣ س − ٧
س + ٣

+ ٩ س
− ٧ س
٢ س

تدريب ٤ :

حل العبارة التربيعية ٥ س^{٢} + ١٧ س − ١٢

(٥ س − ٣) (س + ٤)

٥ س −٣
س +٤

٢٠ س
−٣ س
١٧ س

نشاط ختامي : حل كلاً من العبارات التربيعية التالية :

١) ٧ س^{٢} + ١٨ س + ١١

٧ س +١١
س +١

٧ س
١١ س
١٨ س

٢) ٣ س^{٢} + ١٦ س + ٢٠

(٣ س + ١٠) (س + ٢)

٣ س +١٠
س +٢

٦ س
١٠ س
١٦ س

٣) ٦ س^{٢} − ١١ س − ١٠

(٢ س − ٥) (٣ س + ٢)

٢ س −٥
٣ س +٢

٤ س
−١٥ س
−١١ س

مكتبة زهور الأقصى

بطاقة رقم (٢٢)

تمهيد : أكمل الفراغ

س^{٢} = س × س (٣)^{٢} = ٣ × ٣ = ٩ (٥)^{٢} = ٥ × ٥ = ٢٥

الفرق بين مساحتي مربعين تساوي مساحة مستطيل، طوله (مجموع ضلعي المربعين)، وعرضه الفرق بين طولي ضلعي المربعين، ويعبر عن ذلك بالرموز

س^{٢} – ص^{٢} = (س + ص) (س – ص)

مثال ١ : حلل المقدار : س^{٢} – ١٦

س^{٢} – ١٦ = س^{٢} – (٤)^{٢} = (س – ٤) (س + ٤)

تدريب ١: حلل المقدار: س^{٢} – ٤٩

(س – ٧) (س + ٧)

مثال ٢ : حلل المقدار: ص^{٢} – ٢٥ ع^{٢}

ص^{٢} – (٥ ع)^{٢} = (ص – ٥ ع) (ص + ٥ ع)

تدريب ٢ : حلل المقدار : ص^{٢} – ٩ ع^{٢}

(ص – ٣ع) (ص + ٣ع)

مثال ٣ : حلل المقدار ٣٦ ل^{٢} – ٤٩

٣٦ ل^{٢} – ٤٩ = (٦ ل)^{٢} – ٧^{٢} = (٦ ل – ٧) (٦ ل + ٧)

تدريب ٣ : حلل المقدار : ١٦ س^{٢} – ٨١

(٤س – ٩) (٤س + ٩)

٢٠

مثال(٤): باستخدام مفكوك الفرق بين مربعين جد ناتج ما يلي :

$(١٢)^{٢} - (٩)^{٢}$

المقدار = $(١٢)^{٢} - (٩)^{٢} = (١٢ - ٩)(١٢ + ٩)$

$= ٣ \times ٢١ = ٦٣$

تدريب (٤): باستخدام مفكوك الفرق بين مربعين جد ناتج كل مما يلي:

أ) $(٢٧)^{٢} - (٢٣)^{٢} = (٢٧ - ٢٣)(٢٧ + ٢٣)$

$= ٤ \times ٥٠ = \boxed{٢٠٠}$

ب) $١٦٩ - ٤٩ = (١٣)^{٢} - (٧)^{٢} = (١٣ - ٧)(١٣ + ٧)$

$= ٦ \times ٢٠ = \boxed{١٢٠}$

نشاط ختامي: أ) حلل المقادير الجبرية التالية :

١) $س^{٢} - ١٠٠ = (س - ١٠)(س + ١٠)$

٢) $٤ل^{٢} - ٩ = (٢ل - ٣)(٢ل + ٣)$

٣) $ص^{٢} - ٦٤س^{٢} = (ص - ٨س)(ص + ٨س)$

٤) $١٦ - ٤٩س^{٢} = (٤ - ٧س)(٤ + ٧س)$

ب) باستخدام مفكوك الفرق بين مربعين جد ناتج كلاً مما يلي:

١) $(٣٠)^{٢} - (٢٥)^{٢} = (٣٠ - ٢٥)(٣٠ + ٢٥) = ٥ \times ٥٥ = \boxed{٢٧٥}$ ٢

٢) $١٩٦ - ٦٤ = (١٤)^{٢} - (٨)^{٢} = (١٤ - ٨)(١٤ + ٨) = ٦ \times ٢٢ = \boxed{١٣٢}$ ١

تمهيد : جد ناتج كلا مما يلي :

أ) ١٢ ÷ ٦ = ...٢...   ب) ٤ س ÷ ٢ س = ...٢....   ج) ١٠ ص^{٣} ÷ ٥ص^{٢} = ...٢..ص

عند قسمة مقدار جبري على حد جبري لا يساوي صفر ، يمكن قسمة كل حد من حدود المقدار الجبري على هذا الحد .

مثال (١) : أجد ناتج القسمة :

(٢٤هـ^{٢} + ٨ هـ^{٤}) ÷ (٨هـ)

$$= \frac{\text{٢٤هـ}^{٢} + \text{٨ هـ}^{٤}}{\text{٨ هـ}} = \frac{\text{٢٤هـ}^{٢}}{\text{٨ هـ}} + \frac{\text{٨ هـ}^{٤}}{\text{٨ هـ}} = \text{٣هـ} + \text{هـ}^{٣}$$

تدريب ١ : أجد ناتج القسمة :

١) (٢٧س^{٢} + ٩ س) ÷ (٩ س)

$$\frac{\text{٢٧س}^{٢}}{\text{٩س}} + \frac{\text{٩س}}{\text{٩س}} = \boxed{\text{٣س} + ١}$$

٢) (١٦س^{٥} + ٣٢س^{٣}) ÷ (٨س^{٣})

$$\frac{\text{١٦س}^{٥}}{\text{٨س}^{٣}} + \frac{\text{٣٢س}^{٣}}{\text{٨س}^{٣}} = \boxed{\text{٢س}^{٢} + ٤}$$

عند القسمة نطرح الأسس

مثلاً $\frac{\text{س}^{٥}}{\text{س}^{٢}} = \text{س}^{٥-٢} = \boxed{\text{س}^{٣}}$

٣) (٢١ص^{٢} + ٤٩ص^{٧}) ÷ (٧ص^{٢})

$$\frac{\text{٢١ص}^{٢}}{\text{٧ص}^{٢}} + \frac{\text{٤٩ص}^{٧}}{\text{٧ص}^{٢}} = \boxed{٣ + \text{٧ ص}^{٥}}$$

مكتبة زهور الأقصى

مثال ٢ : **أجد ناتج القسمة :**

(١٢ل^{٣}م^{٢} − ٢١ ل م^{٢}) ÷ (٣ل م^{٢})

$$\frac{\text{١٢ل}^{٣}\text{م}^{٢} - \text{٢١ ل م}^{٢}}{\text{٣ل م}^{٢}} = \frac{\text{١٢ل}^{٣}\text{م}^{٢}}{\text{٣ل م}^{٢}} - \frac{\text{٢١ ل م}^{٢}}{\text{٣ل م}^{٢}} = \text{٤ل}^{٢} - \text{٧}$$

تدريب ٢ : **أجد ناتج القسمة :**

١) (٢٧أ^{٢}س^{٥} + ٩ س) ÷ (٩ أس)

$$\frac{\text{٢٧أ}^{٢}\text{س}^{٥} + \text{٩س}}{\text{٩ أس}} = \frac{\text{٢٧أ}^{٢}\text{س}^{٥}}{\text{٩أس}} + \frac{\text{٩س}}{\text{٩أس}} =$$

$$\text{٣ أ س}^{٤} + \frac{١}{\text{أ}}$$

٢) (٢٤س^{٢}ص − ١٢س^{٣}) ÷ (٣س)

$$\frac{\text{٢٤ س}^{٢}\text{ص}}{\text{٣س}} - \frac{\text{١٢س}^{٣}}{\text{٣س}} = \text{٨ س ص} - \text{٤ س}^{٢}$$

٣) (٨س^{٥}ص^{٢} + ٤ س^{٣}ص^{٧}) ÷ (٤س^{٣}ص)

$$\frac{\text{٨ س}^{٥}\text{ص}^{٢}}{\text{٤س}^{٣}\text{ص}} + \frac{\text{٤ س}^{٣}\text{ص}^{٧}}{\text{٤س}^{٣}\text{ص}} = \text{٢س}^{٢}\text{ص} + \text{ص}^{٦}$$

عند قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر لا يساوي صفر ، نحلل البسط والمقام ثم نختصر .

مثال (٣) : **أجد ناتج القسمة :**

(س^{٢} + ٧ س + ١٠) ÷ (س + ٥)

$$= \frac{\text{س}^{٢} + \text{٧ س} + ١٠}{\text{س} + ٥} = \frac{(\text{س} + ٢)\cancel{(\text{س} + ٥)}}{\cancel{(\text{س} + ٥)}} = (\text{س} + ٢)$$

تدريب ٣: أجد ناتج القسمة :

١) (س^{٢} + ٢ س + ١) ÷ (س + ١)

$$\frac{س^٢ + ٢س + ١}{س + ١} = \frac{(\cancel{س + ١})(س + ١)}{(\cancel{س + ١})} = \boxed{س + ١}$$

٢) (س^{٢} + ٨س − ٢٠) ÷ (س + ١٠)

$$\frac{س^٢ + ٩س - ٢٠}{س + ١٠} = \frac{(\cancel{س + ١٠})(س - ٢)}{\cancel{س + ١٠}} = \boxed{س - ٢}$$

٣) (٢س^{٢} + ٥ س + ٣) ÷ (٢س + ٣)

$$\frac{٢س^٢ + ٥س + ٣}{(٢س + ٣)} = \frac{(\cancel{٢س + ٣})(س + ١)}{(\cancel{٢س + ٣})} = \boxed{س + ١}$$

نشاط ختامي : أجد ناتج القسمة :

١) (١٥ س^{٣}ص − ١٠ س^{٢} ص^{٢}) ÷ (٥ س^{٢}ص)

$$\frac{١٥ س^٣ ص}{٥ س^٢ ص} - \frac{١٠ س^٢ ص^٢}{٥ س^٢ ص} = \boxed{٣س - ٢ص}$$

٢) (س^{٢} − ١٠ س + ٢٥) ÷ (س − ٥)

$$\frac{س^٢ - ١٠س + ٢٥}{س - ٥} = \frac{(\cancel{س - ٥})(س - ٥)}{(\cancel{س - ٥})} = \boxed{س - ٥}$$

٣) (س^{٢} + ٧ س + ١٢) ÷ (س + ٣)

$$\frac{س^٢ + ٧س + ١٢}{س + ٣} = \frac{(\cancel{س + ٣})(س + ٤)}{(\cancel{س + ٣})}$$

$$\boxed{س + ٤}$$

مكتبة المعهد الأقصى

بطاقة رقم (٢٤)

الموضوع : نظرية فيثاغورس

الهدف : ١ يتعرف نظرية فيثاغورس

٢ يجد طول الضلع المجهول في المثلث القائم الزاوية

تمهيد:

العدد المربع : هو حاصل ضرب العدد في نفسه مثل : $٣^{٢} = ٣ \times ٣$

جد قيمة كلاً مما يلي :

$٤^{٢} = \underline{١٦}$ $٦^{٢} = \underline{٣٦}$ $٩^{٢} = \underline{٨١}$

الجذر التربيعي للعدد المربع : هو العدد الذي إذا ضرب في نفسه كان الناتج العدد المربع.

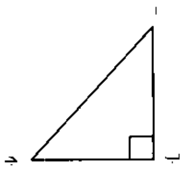
جد قيمة مما يلي :

$\sqrt{٩} = ٣$ $\sqrt{٨١} = \underline{٩}$ $\sqrt{١٤٤} = \underline{١٢}$

تذكر أن : ١) أنواع المثلث من حيث الزوايا : مثلث حاد الزوايا ، مثلث قائم الزاوية ، مثلث منفرج الزاوية.

٢) يسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة الوتر .

في الشكل المقابل :

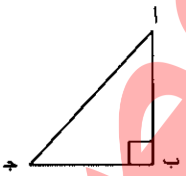


حدد : ١) الوتر . ٢) ضلعا الزاوية القائمة.

١) الوتر هو أ جـ ٢) ضلعي القائمة هما أ ب ، ب جـ

<u>هل هناك علاقة تربط طول الوتر بأطوال ضلعي الزاوية القائمة في أي مثلث قائم الزاوية؟</u>

<u>نظرية فيثاغورس :</u>



في المثلث القائم الزاوية تكون مساحة المربع المنشأ على الوتر تساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعي الزاوية القائمة.

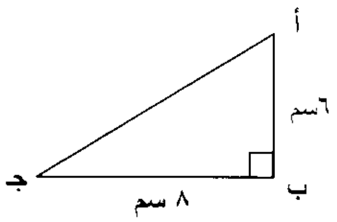
أي أن (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

في المثلث القائم يكون مربع الوتر = مجموع مربعي ضلعي القائمة.

أي أن: (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

مكتبة زهور الأقصى

مثال (١): في الشكل المقابل جد طول أ ج :



المثلث قائم الزاوية

(أ ج)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب ج)^{٢} (نظرية فيثاغورس)

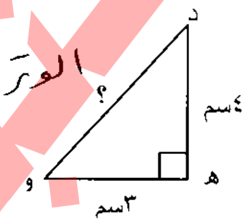
(أ ج)^{٢} = ٦^{٢} + ٨^{٢}

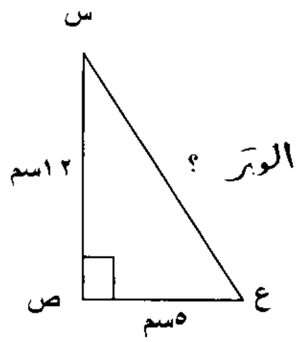
(أ ج)^{٢} = ٣٦ + ٦٤

(أ ج)^{٢} = ١٠٠

أ ج = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠سم

تدريب (١): في كل من الأشكال التالية : جد طول الضلع المجهول .





(د و)^{٢} = (د ه)^{٢} + (ه و)^{٢}

(٤)^{٢} + (٣)^{٢}

١٦ + ٩ = ٢٥

د و = $\sqrt{٢٥}$ = $\boxed{٥}$ سم

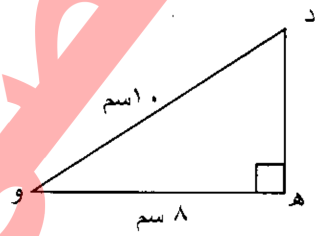
(س ع)^{٢} = (س ص)^{٢} + (ص ع)^{٢}

(١٢)^{٢} + (٥)^{٢}

١٤٤ + ٢٥ = ١٦٩

س ع = $\sqrt{١٦٩}$ = ١٣

مثال (٢): في الشكل المقابل جد طول د ه :



(د ه)^{٢} = (د و)^{٢} – (ه و)^{٢}

(د ه)^{٢} = ١٠^{٢} – ٨^{٢}.

(د ه)^{٢} = ١٠٠ – ٦٤

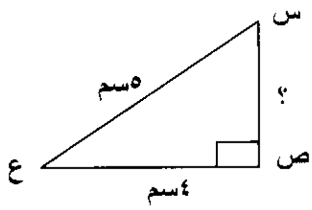
(د ه)^{٢} = ٣٦

د ه = $\sqrt{٣٦}$ = ٦سم

إذا كان الوتر معلوم
نطرح مربع الوتر - مربع الضلع
المعلوم .

مكتبة زهور الأقصى

تدريب (٢): في الشكل المقابل جد طول س ص :



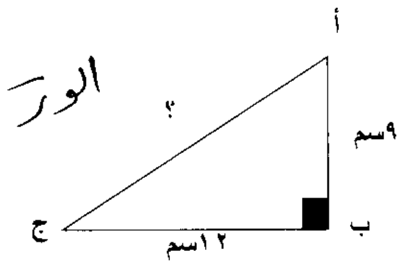
$(س ص)^2 = (س ع)^2 - (ص ع)^2$

$= (٥)^2 - (٤)^2$

$٢٥ - ١٦ = ٩$

$س ص = \sqrt{٩} = ٣$

نشاط ختامي : في كلٍ من الأشكال الآتية جد طول الضلع المجهول :



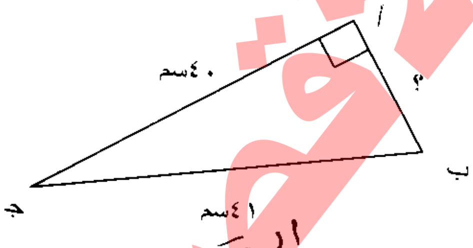
$(أ ج)^2 = (أ ب)^2 + (ب ج)^2$

$(٩)^2 + (١٢)^2$

$٨١ + ١٤٤$

٢٢٥

$أ ج = \sqrt{٢٢٥} = \boxed{١٥}$



$(أ ب)^2 = (ب ج)^2 - (أ ج)^2$

$(٤١)^2 - (٤٠)^2$

$١٦٨١ - ١٦٠٠$

$= ٨١$

$أ ب = \sqrt{٨١} = ٩$ سم

$٤٠ \times ٤٠ = ١٦٠٠$

٤١×٤١: ٤١ + ١٦٤٠ = ١٦٨١

مكتبة صور الأقصى

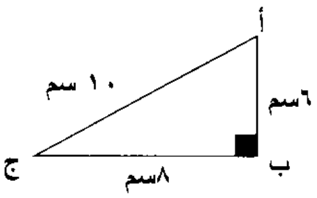
بطاقة رقم (٢٥)

تمهيد:

جد قيمة كل مما يأتي :

(٦)^{٢} = ٣٦ ، (٨)^{٢} = ٦٤ ، (١٠)^{٢} = ١٠٠

(٦)^{٢} + (٨)^{٢} = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠ = (١٠)^{٢}



المثلث حقق نظرية فيثاغورس

أكمل الفراغ :

١- الضلع المقابل للزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية يسمى ....الوتر............

٢- أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية هو ......الوتر..........................

٣- في المثلث .....قائم الزاوية مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي ضلعي القائمة .

عكس نظرية فيثاغورس :

إذا كانت مساحة المربع المنشأ على أطول أضلاع المثلث تساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين فإن الزاوية المقابلة للضلع الأكبر تكون قائمة ".

أي أنه : إذا كان (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} فإن المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب .

مثال (١): أ ب ج مثلث فيه ا ب = ٦ سم ، ب ج = ٨ سم ، أ ج = ١٠سم بين نوع المثلث أ ب ج .

الحل : بتربيع أطوال أضلاع المثلث (أ ج)^{٢} = (١٠)^{٢} = ١٠٠

(أ ب)^{٢} = (٦)^{٢} = ٣٦ (ب ج)^{٢} = (٨)^{٢} = ٦٤

نجمع المربعين الصغيرين (أ ب)^{٢} + (ب ج)^{٢} = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

(ا ج)^{٢} =(ا ب)^{٢} + (ب ج)^{٢}

إذا المثلث ا ب ج **قائم الزاوية** في ب .

تدريب (١) :

١) أ ب ج مثلث فيه أ ب = ٣سم ، ب ج = ٤ سم ، أ ج = ٥سم

بين أن المثلث أ ب ج قائم الزاوية .

(أ ج)^2 = (٥)^2 = $\boxed{٢٥}$

(أ ب)^2 + (ب ج)^2 = (٣)^2 + (٤)^2

٩ + ١٦ = $\boxed{٢٥}$

∵ (أ ج)^2 = (أ ب)^2 + (ب ج)^2 ∴ المثلث قائم .

٢) س ص ع مثلث فيه س ص = ٥سم ، ص ع =١٢ سم ، س ع =١٣ سم بين ما إذا كان المثلث س ص ع قائم الزاوية أم لا .

(س ع)^2 = (١٣)^2 = $\boxed{١٦٩}$

(س ص)^2 + (ص ع)^2

(٥)^2 + (١٢)^2

٢٥ + ١٤٤ = $\boxed{١٦٩}$

∵ (س ع)^2 = (س ص)^2 + (ص ع)^2 إذن المثلث قائم .

مثال (٢): ا ب ج مثلث فيه أ ب = ٥ سم ، ب ج = ٧ سم ، أ ج = ٨سم

هل المثلث ا ب ج قائم الزاوية ؟ ولماذا ؟

الحل : بتربيع أطوال أضلاع المثلث ا ب ج

(أ ب)^2 = (٥)^2 = ٢٥

(ب ج)^2 = (٧)^2 = ٤٩

(أ ج)^2 = (٨)^2 = ٦٤

نجمع المربعين الصغيرين (ا ب)^2 + (ب ج)^2 = ٢٥ + ٤٩ = ٧٤

(أ ج)^2 =٦٤

(أ ج)^2 ≠ (أ ب)^2 + (ب ج)^2

إذا المثلث ا ب ج ليس قائم الزاوية

٣٠

مكتبة رمز الأقصى

تدريب (٢) :

١) س ص ع مثلث فيه س ص = ٢ سم ، ص ع = ٣ سم ، س ع = ٤سم .

هل المثلث س ص ع قائم الزاوية ؟ ولماذا ؟

(س ع)^٢ = (٤)^٢ = $\boxed{١٦}$

(س ص)^٢ + (ص ع)^٢

(٢)^٢ + (٣)^٢

٤ + ٩ = $\boxed{١٣}$

١٦ ≠ ١٣ ليس تام .

٢) أي الأطوال الآتية يمكن أن تشكل أطوالا لأضلاع مثلث قائم الزاوية؟

٦ سم ، ٧ سم ، $\boxed{٩سم}$

(٦)^٢ + (٧)^٢ = ٣٦ + ٤٩ = $\boxed{٨٥}$

(٩)^٢ = (٨١)

٨٥ ≠ ٨١ ليس تام .

٩ سم ، ١٢ سم ، ١٥سم

(٩)^٢ + (١٢)^٢ = ٨١ + ١٤٤ = $\boxed{٢٢٥}$

(١٥)^٢ = (٢٢٥)

٢٢٥ = ٢٢٥ ∴ المثلث تام .

تسمى الأعداد الطبيعية التي تحقق نظرية فيثاغورس أعداداً فيثاغورية

مثال (٣): هل الأعداد ٦ ، ٨ ، ١٠ أعداد فيثاغورية

الحل : نعم ، لأنها تحقق نظرية فيثاغورس

(١٠)^٢ = ١٠٠ (٦)^٢ = ٣٦ (٨)^٢ = ٦٤

(٦)^٢ + (٨)^٢ = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠ = (١٠)^٢

٣١

مكتبة زهور الأقصى

تدريب (٣):

١) هل الأعداد ٥، ٧ ، ١٠ أعداد فيثاغورية

$(٥)^٢ + (٧)^٢ = ٢٥ + ٤٩ = ٧٤$

$(١٠)^٢ = ١٠٠$ (لا) لأن $٧٤ \neq ١٠٠$

٢) هل الأعداد ٥، ١٢ ، ١٥ أعداد فيثاغورية

$(٥)^٢ + (١٢)^٢ = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩$

$(١٥)^٢ = ٢٢٥$.

غير متساويان ليست فيثاغورية .

نشاط ختامي :

السؤال الأول : ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخطأ :

١- (✗) الأعداد ٤ ، ٤ ، ٧ تعتبر أعدادا فيثاغورية . $(٤)^٢ + (٤)^٢ = ١٦ + ١٦ = ٣٢ \neq (٧)^٢ = ٤٩$

٢- (✓) الأعداد ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ تعتبر أعدادا فيثاغورية $(١٥)^٢ + (٢٠)^٢ = ٢٢٥ + ٤٠٠ = ٦٢٥ = (٢٥)^٢$ $= ٦٢٥$

٣- (✓) المثلث الذي أطوال أضلاعه (٥ سم ، ١٢ سم ، ١٣سم) قائم الزاوية .

$(٥)^٢ + (١٢)^٢ = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩ = (١٣)^٢$

السؤال الثاني : أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي :

أي المجموعات الآتية لا تمثل أعدادا فيثاغورية ؟

أ) (٣ ، ٤ ، ٥) ✓ ب) (٦ ، ٨ ، ١٠) ✓ ج) (٤ ، ١٠ ، ١٢) د) (١٢ ، ٥ ، ١٣) ✓

بطاقة رقم (٣٦)

الموضوع : تطابق المثلثات (الحالة الاولى والثانية)

الهدف : ١- يتعرف الى الحالة الاولى والثانية من تطابق المثلثات

٢- يبين ان المثلثين متطابقان.

تمهيد :

تذكر أن: ١) تتطابق القطع المستقيمة إذا كانت متساوية في الطول.

٢) تتطابق الزوايا إذا كانت متساوية في القياس.

٣) للمثلث ٦ عناصر هي ٣ زوايا ، ٣ أضلاع.

المثلثات المتطابقة أضلاعها المتناظرة متساوية و قياسات زواياها المتناظرة متساوية.

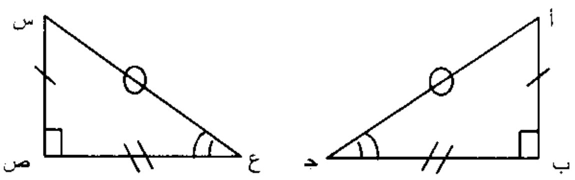
في الشكل المجاور.

Δ أ ب جـ ≅ Δ س ص ع (≅رمز التطابق)

أي أن: ق ∢ أ = ق ∢ س | أ ب = س ص

ق ∢ ب = ق ∢ ص | جـ ب = ص ع

ق ∢ جـ = ق ∢ ع | أ جـ = س ع



ملاحظة: عند كتابة المثلثين المتطابقين يراعى أن يكون لهما نفس الترتيب في كتابة الرؤوس المتطابقة.

يمكن التحقق من تطابق مثلثين اعتمادا على حالات تتضمن الاتية:

حالات تطابق المثلثات :

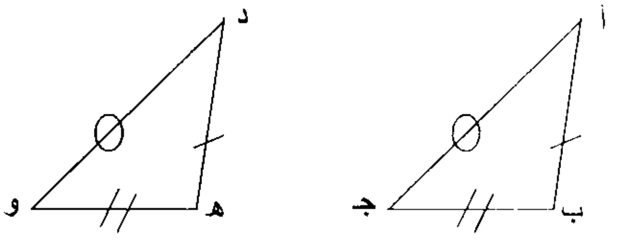
الحالة الأولى: تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع، ويعبر عن هذه الحالة بالرموز (ض ، ض ، ض)

يتطابق مثلثان إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثين متساوية.

مكتبة نور الأقصى

في الشكل المقابل : بين أن ∆ أ ب جـ ≅ ∆ د هـ و .

ثم اذكر نتائج التطابق :



البرهان: ∆ أ ب جـ ، ∆ د هـ و فيهما:

أب = د هـ

ب جـ = هـ و

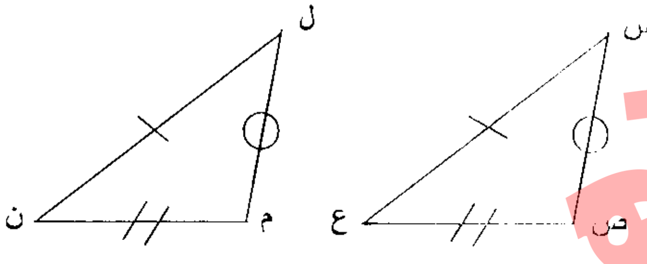
أجـ = د و

∴ ∆ أ ب جـ ≅ ∆ د هـ و . وينتج أن :

ق ∡ أ = ق ∡ د ق ∡ ب = ق ∡ هـ ق ∡ جـ = ق ∡ و

في الشكل المقابل : بين أن ∆ س ص ع ≅ ∆ ل م ن .

ثم اذكر نتائج التطابق :



∆ س ع ص ، ∆ ل م ن فيهما :

س ص = ...ل م....

ص ع = ...م ن....

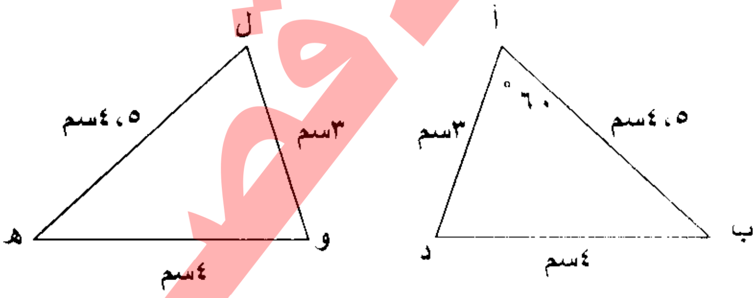
س ع = ...ل ن....

∴ ∆ س ص ع ≅ ....ل م ن....

نتائج التطابق : ١) ق ∡ س = ...ق ∡ ل.... ٢) ق ∡ ص = ...∡ م.... ٣) ق ∡ ع = ...∡ ن....

في الشكل المقابل : ١) أثبت أن ∆ أ ب د ≅ ∆ ل هـ و

٢) أوجد ق ∡ ل



١) ∆ أ ب د ، ∆ ل هـ و فيهما :

أ ب = ل هـ = ٤,٥ سم

أ د = ل و = ٣,٥ سم

ب د = هـ و = ٤ سم

∴ ∆ أ ب د ≅ ∆ ل هـ و .

ينتج من التطابق : ق ∡ أ = ق ∡ ل

∴ ق ∡ ل = ٦٠°

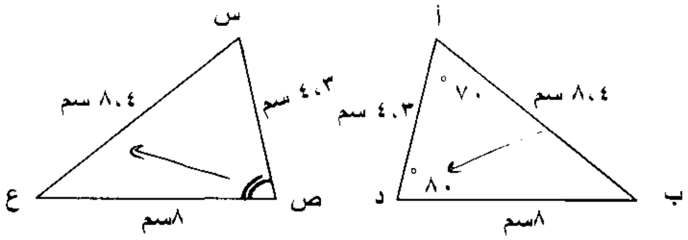
٣٤

مكتبة زهور الأقصى

في الشكل المقابل :

١) أثبت أن   Δ أ ب د ≅ Δ س ع ص :

٢) جد ق ∡ ص .



Δ أ ب د ، Δ س ع ص فيهما

١- أ ب = س ع = ٨,٤ سم

٢- ب د = ع ص = ٨ سم

٣- أ د = س ص = ٤,٣ سم

∴ Δ أ ب د ≅ Δ س ع ص

وينتج أن ق ∡ ص = ق ∡ د = ٨٠° .

تساوي الزوايا الثلاث المتناظرة في مثلثين لا يكفي لتطابق هذين المثلثين .

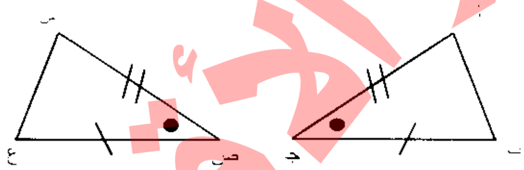
الحالة الثانية: **تطابق مثلثين بضلعين وزاوية محصورة ويعبر عن هذه الحالة بالرموز (ض ، ز ، ض).**

يتطابق مثلثان إذا تساوى طولا ضلعين في كل منهما وتساوى قياس الزاوية المحصورة بين هذين الضلعين في كل منهما.

مثال (٣): **في الشكل المقابل :**

١) بين أن المثلثين متطابقان.

٢) اكتب نتائج التطابق.



Δ أ ب جـ ، Δ س ع ص فيهما :

أ جـ = س ص

ب جـ = ع ص

ق ∡ جـ = ق ∡ ص

∴ Δ أ ب جـ ≅ Δ س ع ص

وينتج من التطابق أن :

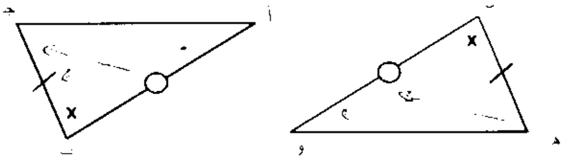
١) أ ب = س ع   ٢) ق ∡ أ = ق ∡ س   ٣) ق ∡ ب = ق ∡ ع

مكتبة زهور الأقصى

في الشكل المقابل :

١) أثبت أن المثلثين متطابقان.

٢) اذكر نتائج التطابق.



Δ ن هـ و ، Δ ب جـ أ فيهما/

١- هـ ن = ب جـ

٢- ن و = أ ب

٣- ق ∡ ن = ق ∡ ب

∴ Δ ن هـ و ≅ Δ ب جـ أ

حسب حالة (ض ز ض)

وينتج من التطابق/ (ز ، ض ، ز)

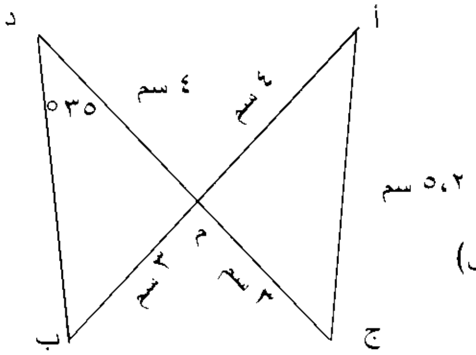
١- ق ∡ هـ = ق ∡ جـ

٢- ق ∡ و = ق ∡ أ

٣- هـ و = أ جـ

في الشكل المقابل : ١) بين أن Δ أ جـ م يطابق Δ د ب م .

٢) جد ق ∡ أ . ٣) جد طول د ب .



الحل : Δ أ جـ م ، Δ د ب م فيهما:

أ م = د م = ٤ سم

جـ م = ب م = ٣ سم

ق ∡ أ م جـ ≅ ق ∡ د م ب (لأنهما متقابلتان بالرأس)

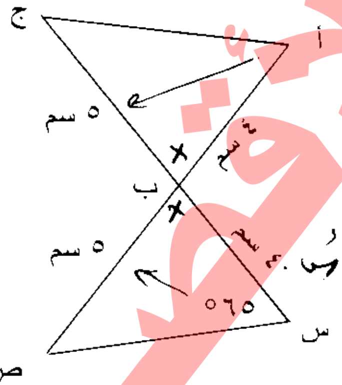
∴ Δ أ جـ م ≅ Δ د ب م (ض ، ز ، ض)

ينتج من التطابق أن : ق ∡ أ = ق ∡ د

∴ ق ∡ أ = ٣٥°

د ب = أ جـ = ٥،٢ سم

في الشكل المقابل :



١) بين أن المثلثين متطابقان.

٢) جد ق ∡ أ .

Δ أ ب جـ ، Δ س ص ب فيهما

١- ق ∡ أ ب جـ = ق ∡ س ب ص بالتقابل بالرأس

٢- أ ب = س ب = ٤ سم

٣- ب جـ = ب ص = ٥ سم

∴ المثلثان متطابقان حسب حالة ض ، ز ، ض ومنتج من التطابق ق ∡ أ = ق ∡ س = ٦٥°.

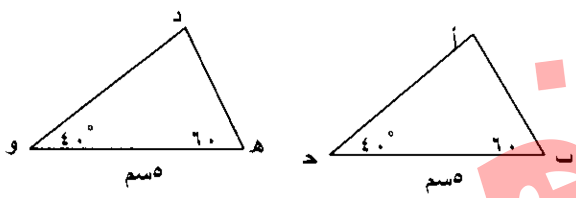
نشاط ختامي : تمارين ومسائل س١ ص٧٨ من الكتاب المدرسي .

مكتبة زهور الأقصى

الحالة الثالثة: تطابق مثلثين بزاويتين وضلع ويعبر عن هذه الحالة بالرموز : (ض ، ز ، ز)

يتطابق مثلثان إذا تساوى فيهما طول ضلع وقياس الزاويتين المرسومتين عند نهايتي ذلك الضلع

مثال (١): **في الشكل المقابل : ١) بين أن المثلثين متطابقان. ٢) اذكر نتائج التطابق.**



∆ أ ب جـ ، ∆ د هـ و فيهما :

ق ∡ ب = ق ∡ هـ = ٦٠°

ق ∡ جـ = ق ∡ و = ٤٠°

ب جـ = هـ و = ٥ سم

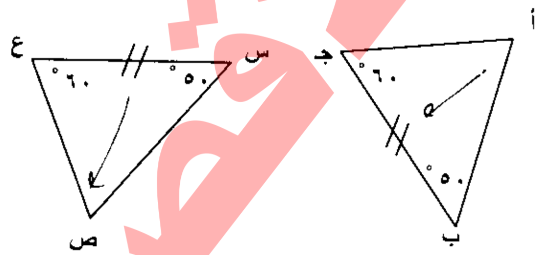
∴ ∆ أ ب جـ ≅ ∆ د هـ و

وينتج أن ق ∡ أ = ق ∡ د ، أ ب = د هـ ، أ جـ = د و

تدريب (١): في الشكل المقابل :

١) أثبت أن المثلثين متطابقان.

٢) ماذا ينتج من التطابق؟



△ أ ب ج ، △ س ص ع فيهما /

١- ق ∡ ب = ق ∡ س

٢- ق ∡ ج = ق ∡ ع

٣- ب ج = س ع

∴ المثلثان متطابقان

وينتج أن /

ق ∡ أ = ق ∡ ص

أ ج = ص ع

أ ب = س ص .

ملاحظة / الضلع الذي يقابل الزاوية التي قياسها ٥٠ في المثلث الأول = الضلع الذي يقابل الزاوية التي قياسها ٥٠ في المثلث الثاني

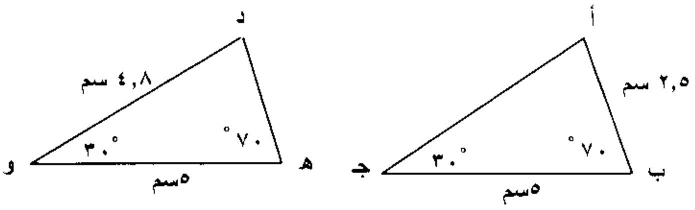
حكلة ١ .

مكتبة زهور الأقصى

مثال (٢): بين أن المثلثين أ ب جـ ، د هـ و متطابقان :

ثم جد ١) أ جـ

٢) د هـ



الحل: Δ أ ب جـ ، Δ د هـ و فيهما :

ب جـ = هـ و = ٥سم

ق ∡ ب = ق ∡ هـ = ٧٠°

ق ∡ جـ = ق ∡ و = ٣٠°

∴ Δ أ ب جـ ≅ Δ د هـ و وينتج أن :

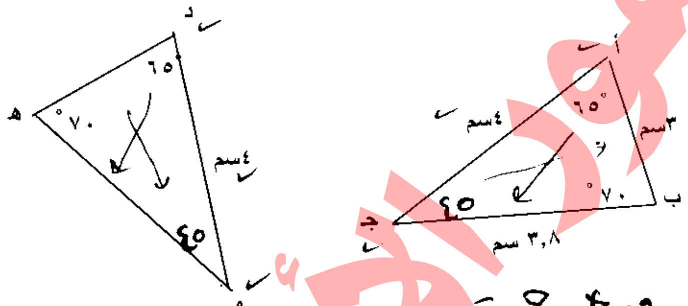
١) أ جـ = د و = ٤,٨سم

٢) د هـ = أ ب = ٢,٥ سم

تدريب (٢): **أثبت أن المثلثين أ ب جـ ، د هـ و متطابقان :**

ثم جد : ١) طول هـ و

٢) طول د هـ



ق ∡ ج = ١٣٥

١٨٠ − (٧٠ + ٦٥) = ٤٥° ،

Δ أ ب ج ، د هـ و فيهما

① أ ج = و د = ٤ سم .

② ق ∡ أ = ق ∡ د = ٦٥° .

③ ق ∡ ج = ق ∡ و = ٤٥° .

∴ Δ أ ب ج ≅ Δ د هـ و .

وينتج من التطابق

* هـ و = ب ج = ٣,٨ سم .

* د هـ = أ ب = ٣ سم .

يقابل ∡٤٥ .

يقابل ∡٤٥

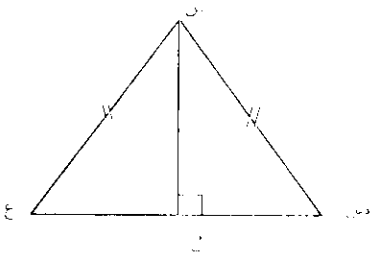
٣٨

مكتبة زهرة الأقصى

الحالة الرابعة : **تطابق مثلثين بوتر وضلع قائمة.**

يتطابق مثلثان قائما الزاوية إذا تساوى طولا وتر وضلع قائمة في أحدهما مع نظائرهما في المثلث الآخر.

مثال (٢): في الشكل المقابل : بين أن ∆ س ص ل يطابق المثلث س ع ل .



∆ س ص ل ، ∆ س ع ل قائما الزاوية

س ص = س ع (الوتر)

س ل ضلع مشترك (ضلع قائمة)

إذا المثلثان متطابقان حسب الحالة الرابعة

تدريب (٣) : في الشكل المقابل بين أن ∆ أ ب ج يطابق المثلث س ص ع .

∆ أ ب ج ، ∆ س ص ع قائما الزاوية منهما

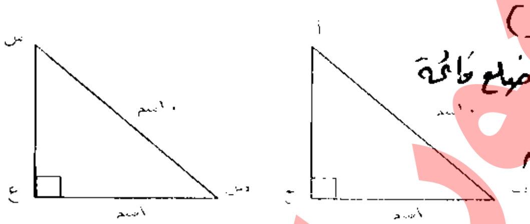
أ ب = س ص = ١٠ (وتر)

ب ج = ص ع = ٨ سم ضلع قائمة

∴ المثلثان متطابقان

حسب الحالة

الرابعة (وتر وضلع قائمة)



نشاط ختامي : **تمارين عامة السؤال الأول فرع ٤ + ٥ من الكتاب المدرسي**

الموضوع : تشابه المثلثات .

الهدف : ١ - يتعرف حالات تشابه المثلثات .

٢ - يبين ان المثلثين متشابهان .

يتشابه مثلثان إذا تساوت قياسات الزوايا المتناظرة في المثلثين، ويرمز للتشابه بالرمز ≈.

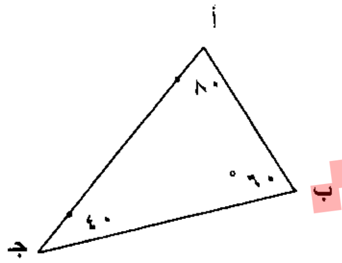
مثال (١) : أ) هل المثلث أ ب جـ ≈ المثلث د هـ و ؟

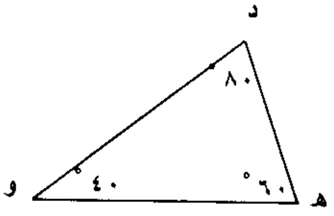
∵ ق ∡ أ = ق ∡ د = ٨٠°

ق ∡ ب = ق ∡ هـ = ٦٠°

ق ∡ جـ = ق ∡ و = ٤٠° حمم ظ

∴ Δ أ ب جـ ≈ Δ د هـ و





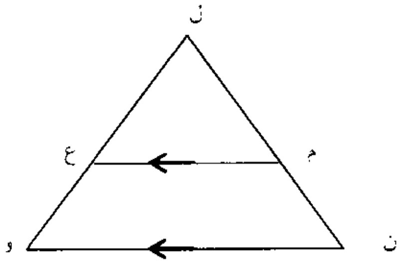
ب) بين أن Δ ل ن و ≈ Δ ل م ع

∡ ل مشتركة

∡ ن = ∡ ل م ع (بالتناظر)

∡ و = ∡ ل ع م (بالتناظر)

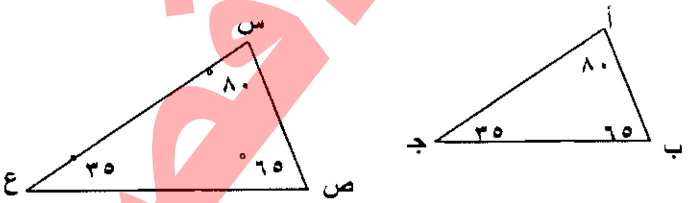
إذا المثلثان متشابهان



ملاحظة : [illegible]

تدريب (١) في الشكل المقابل :

هل المثلث أ ب ج يشابه المثلث س ص ع ؟



ق ∡ أ = ق ∡ س = ٨٠°

ق ∡ ب = ق ∡ ص = ٦٥° .

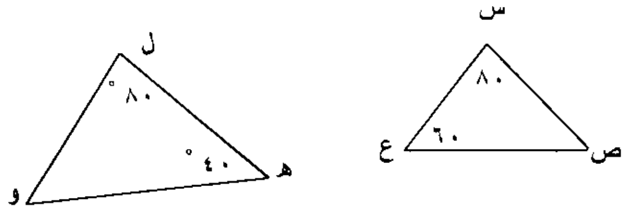
ق ∡ جـ = ق ∡ ع = ٣٥° .

∴ المثلثان متشابهان .

مكتبة زهور الأقصى

مثال (٢): **في الشكل المقابل :**

هل المثلثان متشابهان ؟



<u>الحل:</u> في Δ س ص ع

ق ∡ ص = ١٨٠ – (٨٠ + ٦٠)

= ١٨٠ – ١٤٠ = ٤٠°

في المثلث ل هـ و

ق ∡ و = ١٨٠ – (٨٠ + ٤٠)

= ١٨٠ – ١٢٠ = ٦٠°

∵ ق ∡ س = ق ∡ ل = ٨٠°

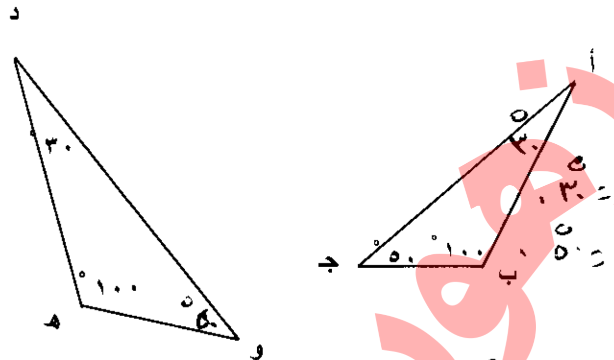
ق ∡ ص = ق ∡ هـ = ٤٠°

ق ∡ ع = ق ∡ و = ٦٠°

∴ Δ س ص ع ≈ Δ ل هـ و

تدريب (٢): في الشكل المقابل :

هل المثلثان متشابهان ؟



ق ∡ أ = ١٨٠ – (١٠٠ + ٥٠) = ٣٠ (١٥٠)

ق ∡ و = ١٨٠ – (١٠٠ + ٣٠) = ٥٠ (١٣٠)

① ق ∡ أ = ق ∡ د

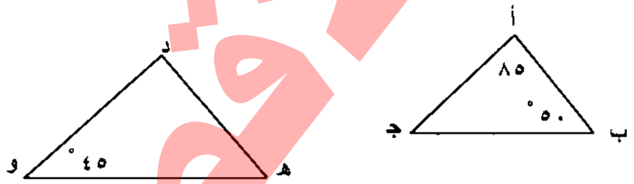
② ق ∡ جـ = ق ∡ و

③ ق ∡ ب = ق ∡ هـ ∴ المثلثان متشابهان

مثال (٣): في الشكل المقابل :

Δ أ ب جـ ≈ Δ د هـ و

جد ق ∡ د ، ق ∡ جـ ، ق ∡ هـ :



الحل: ∵ Δ أ ب جـ ≈ Δ د هـ و

∴ ق ∡ أ = ق ∡ د

∴ ق ∡ د = ٨٥°

∴ ق ∡ جـ = ق ∡ و

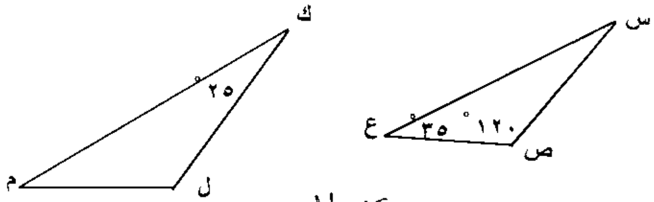
∴ ق ∡ جـ = ٤٥°

∴ ق ∡ ب = ق ∡ هـ

∴ ق ∡ هـ = ٥٠°

مكتبة زهور الأقصى

١) في الشكل المقابل :



Δ س ص ع ≈ Δ ك ل م

جد ق ∢ س ، ق ∢ ل ، ق ∢ م

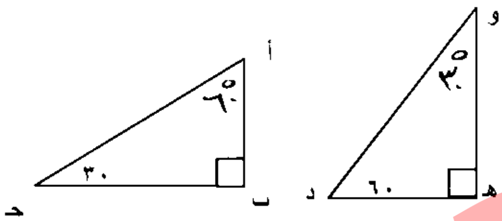
ب المثلثان متشابهان ، ∴ الزوايا المتناظرة متساوية ،

ق ∢ س = ق ∢ ك = ٢٥° .

ق ∢ ص = ق ∢ ل = ١٢٠° (منفرجة حسب الرسم)

ق ∢ ع = ق ∢ م = ٣٥° .

٢) في الشكل المقابل :



Δ أ ب جـ ≈ Δ د هـ و

جد ق ∢ هـ ، ق ∢ و ، ق ∢ أ :

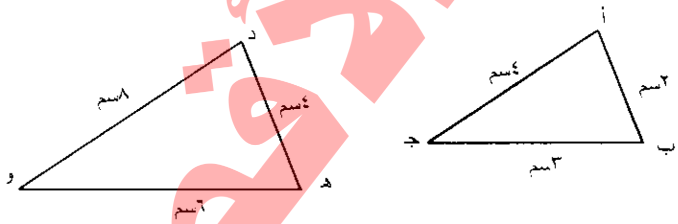
الزوايا متساوية لأن المثلثان متشابهان

ق ∢ و = ٣٠° .

ق ∢ أ = ٦٠° .

يتشابه مثلثان إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة فيهما متناسبة.

مثال (٤) : في الشكل المقابل :



هل Δ أ ب جـ ≈ Δ د هـ و ؟

$\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{٢ \div ٢}{٤ \div ٢} = \frac{١}{٢}$

$\frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{٣ \div ٣}{٦ \div ٣} = \frac{١}{٢}$

$\frac{\text{أ جـ}}{\text{د و}} = \frac{٤ \div ٤}{٨ \div ٤} = \frac{١}{٢}$

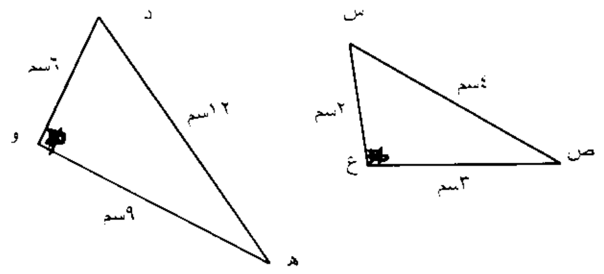
$\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{د و}}$ أي أن الأضلاع المتناظرة متناسبة.

مكتبة زهور الأقصى

∴ Δ أ ب جـ ≈ Δ د هـ و.

تدريب (٩) : في الشكل المقابل :

هل Δ س ص ع ≈ Δ د هـ و ؟



س ع / د و = ٢ / ٦ = ١ / ٣

ص ع / و هـ = ٣ / ٩ = ١ / ٣

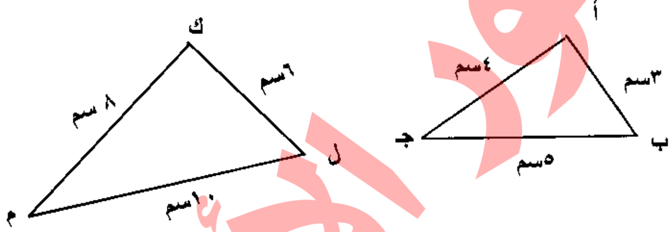
س ص / د هـ = ٤ / ١٢ = ١ / ٣ ⇐ س ع / د و = ص ع / و هـ = س ص / د هـ

∵ أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة

إذن المثلثان متشابهان .

في الشكل المقابل :

هل Δ أ ب جـ ≈ Δ ك ل م ؟



أ ب / ك ل = ٣ / ٦ = ١ / ٢

ب جـ / ل م = ٥ / ١٠ = ١ / ٢

أ جـ / ك م = ٤ / ٨ = ١ / ٢

∴ أ ب / ك ل = ب جـ / ل م = أ جـ / ك م ∵ الأضلاع متناسبة

∴ المثلثان متشابهان

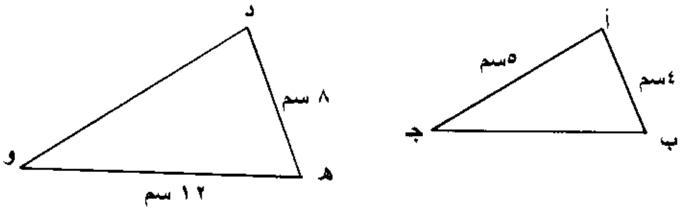
∴ Δ أ ب جـ ≈ Δ ك ل م .

مكتبة زهرة الأقصى

مثال (٥) في الشكل المقابل :

Δ أ ب جـ ≈ Δ د هـ و

جد طول ب جـ ، د و ؟



الحل: ∵ Δ أ ب جـ ≈ Δ د هـ و

∴ أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة.

$$\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{د و}}$$

$$\frac{٤}{٨} = \frac{\text{ب جـ}}{١٢} = \frac{٥}{\text{د و}}$$

$$\frac{٤}{٨} = \frac{\text{ب جـ}}{١٢} \Longleftarrow \text{ب جـ} = \frac{\cancel{٤}^{١} \times \cancel{١٢}^{٦}}{\cancel{٨}_{\cancel{٢}}} = ٦ \text{ سم}$$

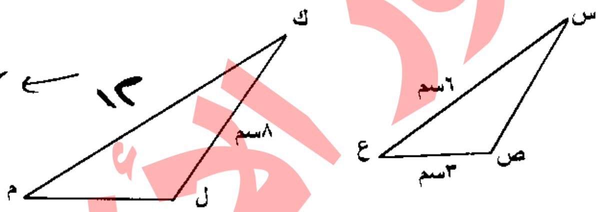
$$\frac{٤}{٨} = \frac{٥}{\text{د و}} \Longleftarrow \text{د و} = \frac{٥ \times \cancel{٨}^{٢}}{\cancel{٤}_{١}} = ١٠ \text{ سم}$$

تمرين (٣)

في الشكل المقابل :

Δ س ص ع ≈ Δ ك ل م

أوجد طول س ص ، طول ل م :



١٢ ← سوف نعتبر ك م = ١٢ سم حتى نكمل حل السؤال

السؤال غير كامل

∵ المثلثان متشابهان

∴ الأضلاع متناسبة

$$\frac{\text{س ص}}{\text{ل ك}} = \frac{\text{ص ع}}{\text{م ل}} = \frac{\text{س ع}}{\text{ك م}}$$

$$\frac{\text{س ص}}{٨} = \frac{٣}{\text{ل م}} = \frac{٦}{١٢}$$

$$\text{ل م} = \frac{\cancel{١٢}^{٦} \times \cancel{٣}^{١}}{\cancel{٦}} = ٦$$

$$\text{س ص} = \frac{\cancel{٨}^{٢} \times ٦}{\cancel{١٢}} = ٤$$

نشاط ختامي تمارين ومسائل سؤال ١ الفرع ج + س٣ صفحة ٨٦ من الكتاب المدرسي .

مكتبة زهور الأقصى