إجابة / م. أسرار إبراهيم المشوخي .

بطاقة رقم (٢١)

مثال ١ : حلل العبارة التربيعية ٢ س^٢ + ٥ س + ٣

الحل : ٢ س^٢ + ٥ س + ٣ = (٢ س + ٣) (س + ١)

٢س + ٣

س + ١

+ ٢ س

+ ٣س

+ ٥ س

إذا كانت الحد الأخير موجب يكون الحدان متشابهان في الإشارة مثل إشارة الحد الأوسط

تدريب ١ :

حلل العبارة التربيعية ٢ س^٢ + ٩ س + ٧

(٢س + ٧)(س + ١)

٢س +٧

س +١

٢س

٧س

٩س

حلل العبارة التربيعية ٢ س^٢ + ٢٧ س + ١٣

(٢س + ١)(س + ١٣)

٢س +١

س +١٣

٢٦س

١س

٢٧س

مثال ٢ : حلل العبارة التربيعية ٣ س^٢ + ٨ س + ٤

الحل : ٣ س^٢ + ٨ س + ٤ = (٣ س + ٢) (س + ٢)

٣س + ٢

س + ٢

+ ٦ س

+ ٢س

٨س

تدريب ٢ :

حلل العبارة التربيعية ٧ س^٢ + ٢٤ س + ٩

(٧س + ٣)(س + ٣)

٧س +٣

س +٣

٢١س

٣س

٢٤س

حلل العبارة التربيعية ٥ س^٢ + ١٧ س + ٦

(٥س + ٢)(س + ٣)

٥س +٢

س +٣

١٥س

٢س

١٧س

٢) الحد الأخير سالب تكون الإشارة مختلفة في القوسين

مثال ٣: حلل العبارة التربيعية ٥ س^{٢} + ٢ س − ٧

الحل: ٥ س^{٢} + ٢ س − ٧ = (٥ س + ٧) (س − ١)

٥س + ٧
س − ١

− ٥ س
+ ٧ س
٢س

تدريب ٣:

حلل العبارة التربيعية ٢ س^{٢} + ٣ س − ٥

(٢س + ٥)(س − ١)

٢س +٥
س −١

−٢س
+٥س
٣س

مثال ٤: حلل العبارة التربيعية ٣ س^{٢} + ٢ س − ٢١

الحل: ٣ س^{٢} + ٢ س − ٢١ = (٣ س − ٧) (س + ٣)

٣ س − ٧
س + ٣

+ ٩ س
− ٧ س
٢س

تدريب ٤:

حلل العبارة التربيعية ٥ س^{٢} + ١٧ س − ١٢

(٥س − ٣)(س + ٤)

٥س −٣
س +٤

٢٠س
−٣س
١٧س

نشاط ختامي: حلل كلاً من العبارات التربيعية التالية:

١) ٧ س^{٢} + ١٨ س + ١١

٧س +١١
س +١

٧س
١١س
١٨س

٢) ٣ س^{٢} + ١٦ س + ٢٠

(٣س + ١٠)(س + ٢)

٣س +١٠
س +٢

٦س
١٠س
١٦س

٣) ٦ س^{٢} − ١١ س − ١٠

(٢س − ٥)(٣س + ٢)

٢س −٥
٣س +٢

٤س
−١٥س
−١١س

تمهيد : أكمل الفراغ

س^{٢} = س × س   (^{٣})^{٢} = ٣ × ٣ = ٩   (٥)^{٢} = ٥ × ٥ = ٢٥

الفرق بين مساحتي مربعين تساوي مساحة مستطيل، طوله (مجموع ضلعي المربعين)، وعرضه الفرق بين طولي ضلعي المربعين، ويعبر عن ذلك بالرموز

س^{٢} − ص^{٢} = (س + ص) (س − ص)

مثال ١ : **حلل المقدار :** س^{٢} − ١٦

س^{٢} − ١٦ = س^{٢} − (٤)^{٢} = (س − ٤) (س + ٤)

تدريب ١ : **حلل المقدار:** س^{٢} − ٤٩

(٧ + س) (٧ − س)

مثال ٢ : **حلل المقدار:** ص^{٢} − ٢٥ ع^{٢}

ص^{٢} − (٥ ع)^{٢} = (ص − ٥ ع) (ص + ٥ ع)

تدريب ٢ : **حلل المقدار :** ص^{٢} − ٩ ع^{٢}

(٣ع + ص) (ص − ٣ع)

مثال ٣ : **حلل المقدار** ٣٦ ل^{٢} − ٤٩

٣٦ ل^{٢} − ٤٩ = (٦ ل)^{٢} − ٧^{٢} = (٦ ل − ٧) (٦ ل + ٧)

تدريب ٣ : **حلل المقدار :** ١٦ س^{٢} − ٨١

(٩ + ٤س) (٩ − ٤س)

٢٠

مثال (٤) : باستخدام مفكوك الفرق بين مربعين جد ناتج ما يلي :

$(١٢)^{٢} - (٩)^{٢}$

المقدار = $(١٢)^{٢} - (٩)^{٢} = (١٢ - ٩)(١٢ + ٩)$

$= ٣ \times ٢١ = ٦٣$

تدريب (٤) : باستخدام مفكوك الفرق بين مربعين جد ناتج كل مما يلي:

أ) $(٢٧)^{٢} - (٢٣)^{٢} = (٢٧ - ٢٣)(٢٧ + ٢٣)$

$= ٤ \times ٥٠ = \boxed{٢٠٠}$

ب) $١٦٩ - ٤٩ = (١٣)^{٢} - (٧)^{٢} = (١٣ - ٧)(١٣ + ٧)$

$= ٦ \times ٢٠ = \boxed{١٢٠}$

نشاط ختامي: أ) حلل المقادير الجبرية التالية :

١) $س^{٢} - ١٠٠$ $\quad (س - ١٠)(س + ١٠)$

٢) $٤ل^{٢} - ٩$ $\quad (٢ل - ٣)(٢ل + ٣)$

٣) $ص^{٢} - ٦٤س^{٢}$ $\quad (ص - ٨س)(ص + ٨س)$

٤) $١٦ - ٤٩س^{٢}$ $\quad (٤ - ٧س)(٤ + ٧س)$

ب) باستخدام مفكوك الفرق بين مربعين جد ناتج كلاً مما يلي:

١) $(٣٠)^{٢} - (٢٥)^{٢} = (٣٠ - ٢٥)(٣٠ + ٢٥) = ٥ \times ٥٥ = \boxed{٢٧٥}$ ٢

٢) $١٩٦ - ٦٤ = (١٤)^{٢} - (٨)^{٢} = (١٤ - ٨)(١٤ + ٨)$

$= ٦ \times ٢٢ = \boxed{١٣٢}$ ١

تمهيد : جد ناتج كلا مما يلي :

أ) ١٢ ÷ ٦ = ...٢.... ب) ٤ س ÷ ٢ س = ...٢.... ج) ١٠ ص^{٣} ÷ ٥ص^{٢} = ...٢..ص

عند قسمة مقدار جبري على حد جبري لا يساوي صفر ، يمكن قسمة كل حد من حدود المقدار الجبري على هذا الحد .

مثال (١) : **أجد ناتج القسمة :**

$$(\text{٢٤هـ}^{٢} + \text{٨ هـ}^{٤}) \div (\text{٨هـ})$$

$$= \frac{\text{٢٤هـ}^{٢} + \text{٨ هـ}^{٤}}{\text{٨ هـ}} = \frac{\text{٢٤هـ}^{٢}}{\text{٨ هـ}} + \frac{\text{٨ هـ}^{٤}}{\text{٨ هـ}} = \text{٣هـ} + \text{هـ}^{٣}$$

تدريب ١ : **أجد ناتج القسمة :**

١) (٢٧س^{٢} + ٩ س) ÷ (٩ س)

$$\frac{\text{٢٧س}^{٢}}{\text{٩س}} + \frac{\text{٩س}}{\text{٩س}} = \boxed{\text{٣س} + ١}$$

٢) (١٦س^{٥} + ٣٢س^{٣}) ÷ (٨س^{٣})

$$\frac{\text{١٦س}^{٥}}{\text{٨س}^{٣}} + \frac{\text{٣٢س}^{٣}}{\text{٨س}^{٣}} = \boxed{\text{٢س}^{٢} + ٤}$$

عند القسمة نطرح الأسس

مثلاً $\frac{\text{س}^{٥}}{\text{س}^{٢}} = \text{س}^{٥-٢} = \boxed{\text{س}^{٣}}$

٣) (٢١ص^{٢} + ٤٩ص^{٧}) ÷ (٧ص^{٢})

$$\frac{\text{٢١ص}^{٢}}{\text{٧ص}^{٢}} + \frac{\text{٤٩ص}^{٧}}{\text{٧ص}^{٢}} = \boxed{٣ + \text{٧ص}^{٥}}$$

مثال ٢ : أجد ناتج القسمة :

$$(\text{١٢ل}^{٣}\text{م}^{٢} - \text{٢١ ل م}^{٢}) \div (\text{٣ل م}^{٢})$$

$$\frac{\text{١٢ل}^{٣}\text{م}^{٢} - \text{٢١ ل م}^{٢}}{\text{٣ل م}^{٢}} = \frac{\text{١٢ل}^{٣}\text{م}^{٢}}{\text{٣ل م}^{٢}} - \frac{\text{٢١ ل م}^{٢}}{\text{٣ل م}^{٢}} = \text{٤ل}^{٢} - ٧$$

تدريب ٢ : أجد ناتج القسمة :

١) $(\text{٢٧أ}^{٢}\text{س}^{٥} + \text{٩ س}) \div (\text{٩ أس})$

$$= \frac{\text{٢٧أ}^{٢}\text{س}^{٥} + \text{٩س}}{\text{٩أس}} = \frac{\text{٢٧أ}^{٢}\text{س}^{٥}}{\text{٩أس}} + \frac{\text{٩س}}{\text{٩أس}} = \text{٣أس}^{٤} + \frac{١}{\text{أ}}$$

٢) $(\text{٢٤س}^{٢}\text{ص} - \text{١٢س}^{٣}) \div (\text{٣س})$

$$\frac{\text{٢٤س}^{٢}\text{ص}}{\text{٣س}} - \frac{\text{١٢س}^{٣}}{\text{٣س}} = \text{٨س ص} - \text{٤س}^{٢}$$

٣) $(\text{٨س}^{٥}\text{ص}^{٢} + \text{٤ س}^{٣}\text{ص}^{٧}) \div (\text{٤س}^{٣}\text{ص})$

$$\frac{\text{٨س}^{٥}\text{ص}^{٢}}{\text{٤س}^{٣}\text{ص}} + \frac{\text{٤س}^{٣}\text{ص}^{٧}}{\text{٤س}^{٣}\text{ص}} = \text{٢س}^{٢}\text{ص} + \text{ص}^{٦}$$

عند قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر لا يساوي صفر ، نحلل البسط والمقام ثم نختصر .

مثال (٣) : أجد ناتج القسمة :

$$(\text{س}^{٢} + \text{٧ س} + ١٠) \div (\text{س} + ٥)$$

$$= \frac{\text{س}^{٢} + \text{٧ س} + ١٠}{\text{س} + ٥} = \frac{(\text{س} + ٢)\cancel{(\text{س} + ٥)}}{\cancel{(\text{س} + ٥)}} = (\text{س} + ٢)$$

تدريب ٣: أجد ناتج القسمة :

١) (س^٢ + ٢ س + ١) ÷ (س + ١)

$\frac{س^٢ + ٢ س + ١}{س + ١} = \frac{(س + ١)(\cancel{س + ١})}{(\cancel{س + ١})} = \boxed{س + ١}$

٢) (س^٢ + ٨س − ٢٠) ÷ (س + ١٠)

$\frac{س^٢ + ٩ س - ٢٠}{س + ١٠} = \frac{(س - ٢)(\cancel{س + ١٠})}{\cancel{س + ١٠}} = \boxed{س - ٢}$

٣) (٢س^٢ + ٥ س + ٣) ÷ (٢س + ٣)

$\frac{٢س^٢ + ٥س + ٣}{(٢س + ٣)} = \frac{(س + ١)(\cancel{٢س + ٣})}{(\cancel{٢س + ٣})} = \boxed{س + ١}$

نشاط ختامي : أجد ناتج القسمة :

١) (١٥ س^{٣}ص − ١٠ س^٢ ص^٢) ÷ (٥ س^{٢}ص)

$\frac{١٥ س^٣ ص}{٥ س^٢ ص} - \frac{١٠ س^٢ ص^٢}{٥ س^٢ ص} = \boxed{٣ س - ٢ ص}$.

٢) (س^٢ − ١٠ س + ٢٥) ÷ (س − ٥)

$\frac{س^٢ - ١٠ س + ٢٥}{س - ٥} = \frac{(س - ٥)(\cancel{س - ٥})}{(\cancel{س - ٥})} = \boxed{س - ٥}$

٣) (س^٢ + ٧ س + ١٢) ÷ (س + ٣)

$\frac{س^٢ + ٧ س + ١٢}{س + ٣} = \frac{(س + ٤)(\cancel{س + ٣})}{(\cancel{س + ٣})}$

$\boxed{س + ٤}$

بطاقة رقم (٢٤)

الموضوع : نظرية فيثاغورس

الهدف : ١ يتعرف نظرية فيثاغورس

٢ يجد طول الضلع المجهول في المثلث القائم الزاوية

تمهيد:

العدد المربع : هو حاصل ضرب العدد في نفسه مثل : $٣^٢ = ٣×٣$

جد قيمة كلاً مما يلي :

$٤^٢ = \underline{١٦}$ $\qquad$ $٦^٢ = \underline{٣٦}$ $\qquad$ $٩^٢ = \underline{٨١}$

الجذر التربيعي للعدد المربع : هو العدد الذي إذا ضرب في نفسه كان الناتج العدد المربع.

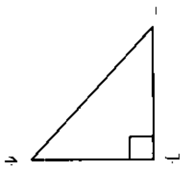
جد قيمة مما يلي :

$\sqrt{٩} = ٣$ $\qquad$ $\sqrt{٨١} = \underline{٩}$ $\qquad$ $\sqrt{١٤٤} = \underline{١٢}$

تذكر أن : ١) أنواع المثلث من حيث الزوايا : مثلث حاد الزوايا ، مثلث قائم الزاوية ، مثلث منفرج الزاوية.

٢) يسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة الوتر.

في الشكل المقابل :

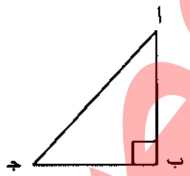


حدد : ١) الوتر . ٢) ضلعا الزاوية القائمة.

١) الوتر هو أ جـ ٢) ضلعي القائمة هما أ ب ، ب جـ

<u>هل هناك علاقة تربط طول الوتر بأطوال ضلعي الزاوية القائمة في أي مثلث قائم الزاوية؟</u>

<u>نظرية فيثاغورس :</u>



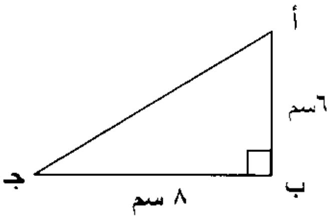
في المثلث القائم الزاوية تكون مساحة المربع المنشأ على الوتر تساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعي الزاوية القائمة.

أي أن $(أ\,جـ)^٢ = (أ\,ب)^٢ + (ب\,جـ)^٢$

في المثلث القائم يكون مربع الوتر = مجموع مربعي ضلعي القائمة.

أي أن: $(أ\,جـ)^٢ = (أ\,ب)^٢ + (ب\,جـ)^٢$

مثال (١): في الشكل المقابل جد طول أ جـ :



المثلث قائم الزاوية

$(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$ (نظرية فيثاغورس)

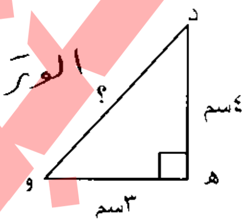
$(أ جـ)^2 = ٦^2 + ٨^2$

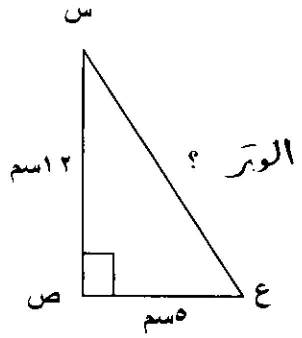
$(أ جـ)^2 = ٣٦ + ٦٤$

$(أ جـ)^2 = ١٠٠$

$أ جـ = \sqrt{١٠٠} = ١٠$سم

تدريب (١): **في كل من الأشكال التالية : جد طول الضلع المجهول .**





$(د و)^2 = (د هـ)^2 + (هـ و)^2$

$(٤)^2 + (٣)^2$

$١٦ + ٩ = ٢٥$

$د و = \sqrt{٢٥} = \boxed{٥}$ سم

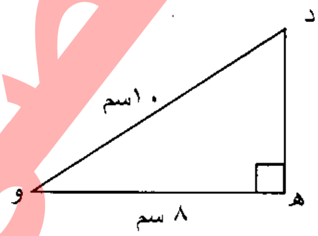
$(س ع)^2 = (س ص)^2 + (ص ع)^2$

$(١٢)^2 + (٥)^2$

$١٤٤ + ٢٥ = ١٦٩$

$س ع = \sqrt{١٦٩} = ± ١٣$

مثال (٢): في الشكل المقابل جد طول د هـ :



$(د هـ)^2 = (د و)^2 - (هـ و)^2$

$(د هـ)^2 = ١٠^2 - ٨^2$

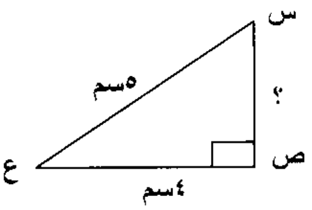
$(د هـ)^2 = ١٠٠ - ٦٤$

$(د هـ)^2 = ٣٦$

$د هـ = \sqrt{٣٦} = ٦$سم

إذا كان الوتر معلوم
نطرح مربع الوتر - مربع الضلع
المعلوم .

تدريب (٢): في الشكل المقابل جد طول س ص :



$(س ص)^2 = (س ع)^2 - (ص ع)^2$

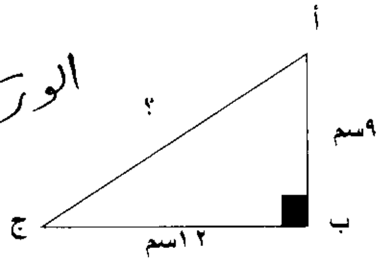
$= (٥)^2 - (٤)^2$

$٢٥ - ١٦ = ٩$

$س ص = \sqrt{٩} = ٣$

نشاط ختامي : في كلٍ من الأشكال الآتية جد طول الضلع المجهول :

الوتر



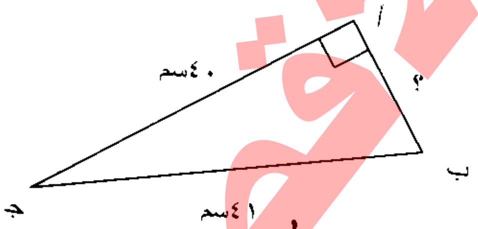
$(أ ج)^2 = (أ ب)^2 + (ب ج)^2$

$(٩)^2 + (١٢)^2$

$٨١ + ١٤٤$

٢٢٥

$أ ج = \sqrt{٢٢٥} = \boxed{15}$



الوتر

$(أ ب)^2 = (ب جـ)^2 - (أ جـ)^2$

$(٤١)^2 - (٤٠)^2$

$١٦٨١ - ١٦٠٠$

$= ٨١$

$أ ب = \sqrt{٨١} = ٩$

$٤٠ \times ٤٠ = ١٦٠٠$

$$\begin{array}{r} ٤١ \\ ٤١ \\ \hline ٤١ \\ +١٦٤٠ \\ \hline ١٦٨١ \end{array}$$

بطاقة رقم (٢٥)

تمهيد:

جد قيمة كل مما يأتي :

$(٦)^{٢} = ٣٦$ ، $(٨)^{٢} = ٦٤$ ، $(١٠)^{٢} = ١٠٠$

$(٦)^{٢} + (٨)^{٢} = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠ = (١٠)^{٢}$

المثلث حقق نظرية فيثاغورس

أكمل الفراغ :

١- **الضلع المقابل للزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية يسمى** ....الوتر..........

٢- **أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية هو** ......الوتر..........

٣- **في المثلث** .....قائم **الزاوية مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي ضلعي القائمة .**

عكس نظرية فيثاغورس :

إذا كانت مساحة المربع المنشأ على أطول أضلاع المثلث تساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين فإن الزاوية المقابلة للضلع الأكبر تكون قائمة ".

أي أنه : إذا كان $(أ\,جـ)^{٢} = (أ\,ب)^{٢} + (ب\,جـ)^{٢}$ **فإن المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب .**

مثال (١): أ ب ج مثلث فيه ا ب = ٦ سم ، ب ج = ٨ سم ، أ ج = ١٠سم بين نوع المثلث أ ب ج .

الحل : بتربيع أطوال أضلاع المثلث $(أ\,ج)^{٢} = (١٠)^{٢} = ١٠٠$

$(أ\,ب)^{٢} = (٦)^{٢} = ٣٦$ $(ب\,ج)^{٢} = (٨)^{٢} = ٦٤$

نجمع المربعين الصغيرين $(أ\,ب)^{٢} + (ب\,ج)^{٢} = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠$

$(ا\,ج)^{٢} = (ا\,ب)^{٢} + (ب\,ج)^{٢}$

إذا المثلث ا ب ج **قائم الزاوية** في ب .

تدريب (١) :

١) أ ب ج مثلث فيه أ ب = ٣سم ، ب ج = ٤ سم ، أ ج = ٥سم

بين أن المثلث أ ب ج قائم الزاوية .

(أ ج)^{٢} = (٥)^{٢} = $\boxed{٢٥}$

(أ ب)^{٢} + (ب ج)^{٢} = (٣)^{٢} + (٤)^{٢}

٩ + ١٦ = $\boxed{٢٥}$

∵ (أ ج)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب ج)^{٢} إذن المثلث قائم .

٢) س ص ع مثلث فيه س ص = ٥سم ، ص ع = ١٢ سم ، س ع = ١٣ سم بين ما إذا كان المثلث س ص ع قائم الزاوية أم لا .

(س ع)^{٢} = (١٣)^{٢} = $\boxed{١٦٩}$

(س ص)^{٢} + (ص ع)^{٢}

(٥)^{٢} + (١٢)^{٢}

٢٥ + ١٤٤ = $\boxed{١٦٩}$

∵ (س ع)^{٢} = (س ص)^{٢} + (ص ع)^{٢} إذن المثلث قائم .

مثال (٢): ا ب ج مثلث فيه أ ب = ٥ سم ، ب ج = ٧ سم ، أ ج = ٨سم

هل المثلث ا ب ج قائم الزاوية ؟ ولماذا ؟

الحل : بتربيع أطوال أضلاع المثلث ا ب ج

(أ ب)^{٢} = (٥)^{٢} = ٢٥

(ب ج)^{٢} = (٧)^{٢} = ٤٩

(أ ج)^{٢} = (٨)^{٢} = ٦٤

نجمع المربعين الصغيرين (ا ب)^{٢} + (ب ج)^{٢} = ٢٥ + ٤٩ = ٧٤

(أ ج)^{٢} = ٦٤

(أ ج)^{٢} ≠ (أ ب)^{٢} + (ب ج)^{٢}

إذا المثلث ا ب ج ليس قائم الزاوية

٣٠

تدريب (٢) :

١) س ص ع مثلث فيه س ص = ٢ سم ، ص ع = ٣ سم ، س ع = ٤سم .

هل المثلث س ص ع قائم الزاوية ؟ ولماذا ؟

$(\text{س ع})^2 = (٤)^2 = \boxed{١٦}$

$(\text{س ص})^2 + (\text{ص ع})^2$

$(٢)^2 + (٣)^2$

$٤ + ٩ = \boxed{١٣}$

$١٦ \neq ١٣$ ليس تام .

٢) أي الأطوال الآتية يمكن أن تشكل أطوالا لأضلاع مثلث قائم الزاوية؟

٦ سم ، ٧ سم ، $\boxed{\text{٩سم}}$

$(٦)^2 + (٧)^2 = ٣٦ + ٤٩ = \boxed{٨٥}$

$(٩)^2 = (٨١)$

$٨٥ \neq ٨١$ ليس تام .

٩ سم ، ١٢ سم ، ١٥سم

$(٩)^2 + (١٢)^2 = ٨١ + ١٤٤ = \boxed{٢٢٥}$

$(١٥)^2 = \boxed{٢٢٥}$

$٢٢٥ = ٢٢٥$ ∴ المثلث قائم .

تسمى الأعداد الطبيعية التي تحقق نظرية فيثاغورس أعداداً فيثاغورية

مثال (٣): هل الأعداد ٦، ٨ ، ١٠ أعداد فيثاغورية

الحل : نعم ، لأنها تحقق نظرية فيثاغورس

$(١٠)^٢ = ١٠٠$ $(٦)^٢ = ٣٦$ $(٨)^٢ = ٦٤$

$(٦)^٢ + (٨)^٢ = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠ = (١٠)^٢$

تدريب (٣):

١) هل الأعداد ٥، ٧ ، ١٠ أعداد فيثاغورية

(٥)^٢ + (٧)^٢ = ٢٥ + ٤٩ = ٧٤

(١٠)^٢ = ١٠٠ (لا) لأن ٧٤ ≠ ١٠٠

٢) هل الأعداد ٥، ١٢ ، ١٥ أعداد فيثاغورية

(٥)^٢ + (١٢)^٢ = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩

(١٥)^٢ = ٢٢٥ .

غير متساويان ليست فيثاغورية .

نشاط ختامي :

السؤال الأول : ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخطأ :

١- (✗) الأعداد ٤ ، ٤ ، ٧ تعتبر أعدادا فيثاغورية . (٤)^٢+(٤)^٢ = ١٦+١٦ = ٣٢ ≠ (٧)^٢ = ٤٩

٢- (✓) الأعداد ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ تعتبر أعدادا فيثاغورية (١٥)^٢ + (٢٠)^٢ = ٢٢٥ + ٤٠٠ = ٦٢٥ = (٢٥)^٢ = ٦٢٥

٣- (✓) المثلث الذي أطوال أضلاعه (٥ سم ، ١٢ سم ، ١٣سم) قائم الزاوية .

(٥)^٢+(١٢)^٢ = ٢٥+١٤٤ = ١٦٩ = (١٣)^٢

السؤال الثاني : أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي :

أي المجموعات الآتية لا تمثل أعدادا فيثاغورية ؟

أ) (٣ ، ٤ ، ٥) ✓ ب) (٦ ، ٨ ، ١٠) ✓ ج) (٤ ، ١٠ ، ١٢) د) (١٢ ، ٥ ، ١٣) ✓

٣٢

بطاقة رقم (٣)

الموضوع : تطابق المثلثات (الحالة الاولى والثانية)

الهدف : ١- يتعرف الى الحالة الاولى والثانية من تطابق المثلثات

٢- يبين ان المثلثين متطابقان.

تمهيد :

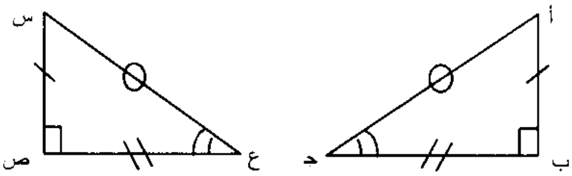
تذكر أن: ١) تتطابق القطع المستقيمة إذا كانت متساوية في الطول.

٢) تتطابق الزوايا إذا كانت متساوية في القياس.

٣) للمثلث ٦ عناصر هي ٣ زوايا ، ٣ أضلاع.

المثلثات المتطابقة أضلاعها المتناظرة متساوية و قياسات زواياها المتناظرة متساوية.

في الشكل المجاور.



Δ أ ب جـ ≅ Δ س ص ع (≅رمز التطابق)

أي أن: ق ∢ أ = ق ∢ س | أ ب = س ص

ق ∢ ب = ق ∢ ص | جـ ب = ص ع

ق ∢ جـ = ق ∢ ع | أ جـ = س ع

ملاحظة: عند كتابة المثلثين المتطابقين يراعى أن يكون لهما نفس الترتيب في كتابة الرؤوس المتطابقة.

يمكن التحقق من تطابق مثلثين اعتمادا على حالات تتضمن الاتية:

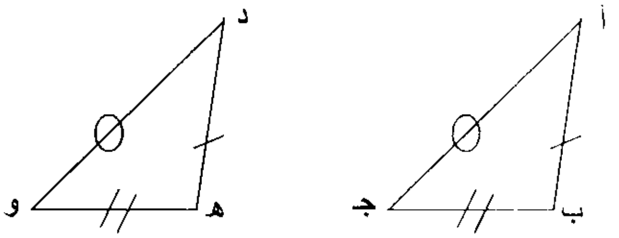
حالات تطابق المثلثات :

الحالة الأولى: تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع، ويعبر عن هذه الحالة بالرموز (ض ، ض ، ض)

يتطابق مثلثان إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثين متساوية.

في الشكل المقابل : بين أن   Δ أ ب جـ ≅ Δ د هـ و .

ثم اذكر نتائج التطابق :



البرهان: Δ أ ب جـ ، Δ د هـ و فيهما:

أب = د هـ

ب جـ = هـ و

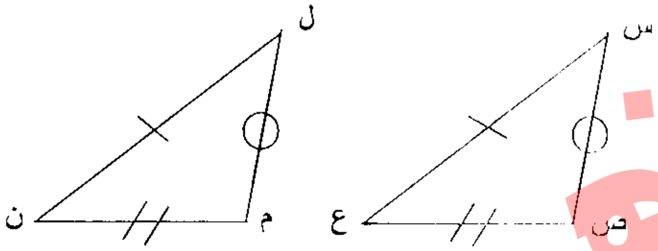
أجـ = د و

∴ Δ أ ب جـ ≅ Δ د هـ و . وينتج أن :

ق ∡ أ = ق ∡ د   ق ∡ ب = ق ∡ هـ   ق ∡ جـ = ق ∡ و

في الشكل المقابل : بين أن   Δ س ص ع ≅ Δ ل م ن .

ثم اذكر نتائج التطابق :



البرهان: Δ س ع ص ، Δ ل م ن فيهما :

س ص = ل م

ص ع = م ن

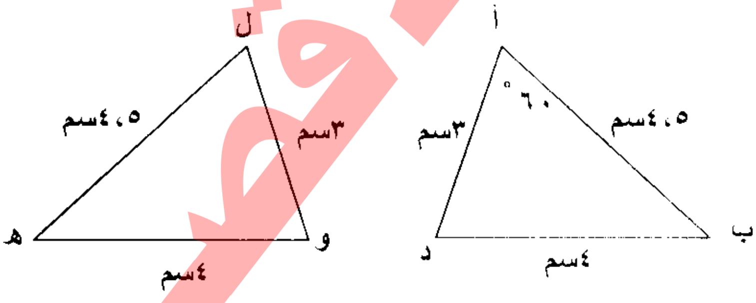
س ع = ل ن

∴ Δ س ص ع ≅ ل م ن

نتائج التطابق : ١) ق ∡ س = ق ∡ ل   ٢) ق ∡ ص = ق ∡ م   ٣) ق ∡ ع = ق ∡ ن

في الشكل المقابل : ١) أثبت أن   Δ أ ب د ≅ Δ ل هـ و

٢) أوجد ق ∡ ل



١) Δ أ ب د ، Δ ل هـ و فيهما :

أ ب = ل هـ = ٤،٥ سم

أ د = ل و = ٣،٥ سم

ب د = هـ و = ٤ سم

∴ Δ أ ب د ≅ Δ ل هـ و .

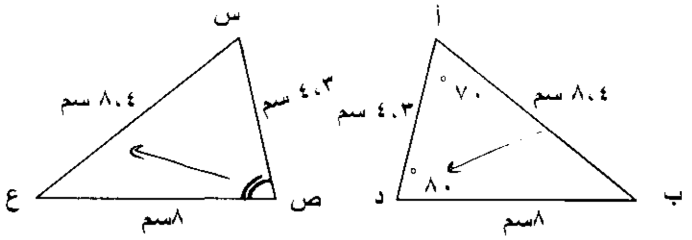
ينتج من التطابق : ق ∡ أ = ق ∡ ل

∴ ق ∡ ل = ٦٠°

في الشكل المقابل :

١) أثبت أن Δ أ ب د ≅ Δ س ع ص :

٢) جد ق ∡ ص .



Δ أ ب د ، Δ س ع ص فيهما

١- أ ب = س ع = ٨.٤ سم

٢- ب د = ص ع = ٨ سم

٣- أ د = س ص = ٤.٣ سم

∴ Δ أ ب د ≅ Δ س ع ص

وينتج أن ق ∡ ص = ق ∡ د = ٨٠° .

تساوي الزوايا الثلاث المتناظرة في مثلثين لا يكفي لتطابق هذين المثلثين .

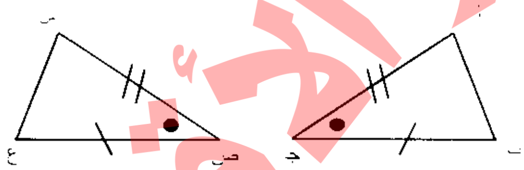
الحالة الثانية: **تطابق مثلثين بضلعين وزاوية محصورة ويعبر عن هذه الحالة بالرموز (ض ، ز ، ض).**

يتطابق مثلثان إذا تساوى طولا ضلعين في كل منهما وتساوى قياس الزاوية المحصورة بين هذين الضلعين في كل منهما.

مثال (٣): **في الشكل المقابل :**

١) بين أن المثلثين متطابقان.

٢) اكتب نتائج التطابق.



Δ أ ب جـ ، Δ س ع ص فيهما :

أ جـ = س ص

ب جـ = ع ص

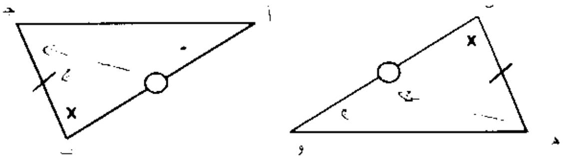
ق ∡ جـ = ق ∡ ص

∴ Δ أ ب جـ ≅ Δ س ع ص

وينتج من التطابق أن :

١) أ ب = س ع   ٢) ق ∡ أ = ق ∡ س   ٣) ق ∡ ب = ق ∡ ع

في الشكل المقابل :



١) أثبت أن المثلثين متطابقان.

٢) اذكر نتائج التطابق.

Δ ن هـ و ، Δ ب جـ أ فيهما

١- هـ ن = ب جـ

٢- ن و = أ ب

٣- ق ∡ ن = ق ∡ ب

∴ Δ ن هـ و ≅ Δ ب جـ أ

حسب حالة (ض ز ض)

وينتج من التطابق (ز ، ض ، ز)

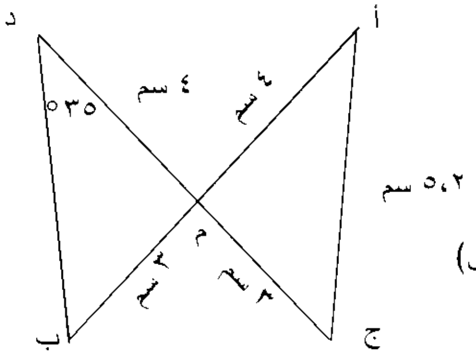
١- ق ∡ هـ = ق ∡ جـ

٢- ق ∡ و = ق ∡ أ

٣- هـ و = أ جـ

في الشكل المقابل : ١) بين أن Δ أ جـ م يطابق Δ د ب م .

٢) جد ق ∡ أ . ٣) جد طول د ب .



Δ أ جـ م ، Δ د ب م فيهما:

أ م = د م = ٤ سم

جـ م = ب م = ٣ سم

ق ∡ أ م جـ ≅ ق ∡ د م ب (لأنهما متقابلتان بالرأس)

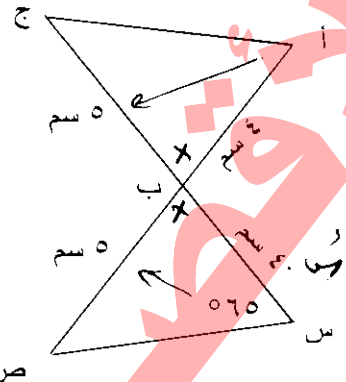
∴ Δ أ جـ م ≅ Δ د ب م (ض ، ز ، ض)

ينتج من التطابق أن : ق ∡ أ = ق ∡ د

∴ ق ∡ أ = ٣٥°

د ب = أ جـ = ٥,٢ سم

في الشكل المقابل :



١) بين أن المثلثين متطابقان.

٢) جد ق ∡ أ .

Δ أ ب جـ ، Δ س ص ب فيهما

١- ق ∡ أ ب جـ = ق ∡ س ب ص بالتقابل بالرأس

٢- أ ب = ب س = ٤ سم

٣- ب جـ = ب ص = ٥ سم

∴ المثلثان متطابقان حسب حالة (ض ، ز ، ض) وينتج من التطابق ق ∡ أ = ق ∡ س = ٦٥°.

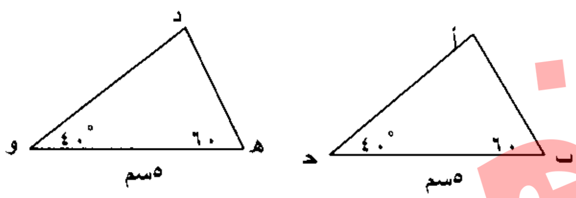
نشاط ختامي : تمارين ومسائل س١ ص٧٨ من الكتاب المدرسي .

الحالة الثالثة: تطابق مثلثين بزاويتين وضلع ويعبر عن هذه الحالة بالرموز : (ض ، ز ، ز)

يتطابق مثلثان إذا تساوى فيهما طول ضلع وقياس الزاويتين المرسومتين عند نهايتي ذلك الضلع

مثال (١): في الشكل المقابل : ١) بين أن المثلثين متطابقان. ٢) اذكر نتائج التطابق.

Δ أ ب جـ ، Δ د هـ و فيهما :



ق ∡ ب = ق ∡ هـ = ٦٠°

ق ∡ جـ = ق ∡ و = ٤٠°

ب جـ = هـ و = ٥ سم

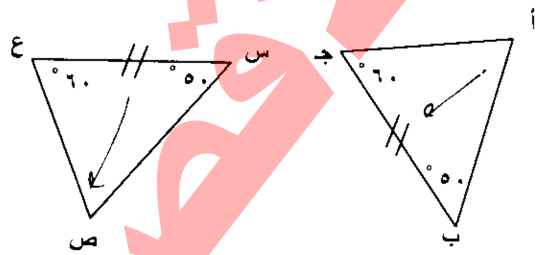
∴ Δ أ ب جـ ≅ Δ د هـ و

وينتج أن ق ∡ أ = ق ∡ د ، أ ب = د هـ ، أ ج = د و

تدريب (١): في الشكل المقابل :

١) أثبت أن المثلثين متطابقان.

٢) ماذا ينتج من التطابق؟



Δ أ ب ج ، Δ س ص ع فيهما /

١- ق ∡ ب = ق ∡ س

٢- ق ∡ ج = ق ∡ ع

٣- ب ج = س ع

∴ المثلثان متطابقان

وينتج أن /

ق ∡ أ = ق ∡ ص

أ ج = ص ع

أ ب = س ص .

ملاحظة / الضلع الذي يقابل الزاوية التي قياسها ٥٠ في المثلث الأول = الضلع الذي يقابل الزاوية التي قياسها ٥٠ في المثلث الثاني

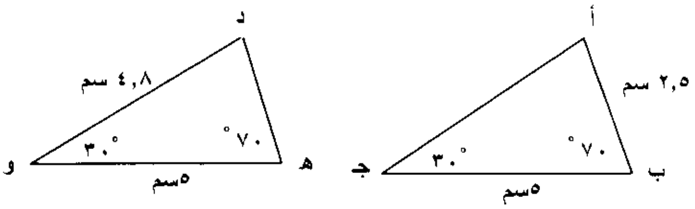
حالة ١ .

٣٧

مثال (٢). بين أن المثلثين أ ب جـ ، د هـ و متطابقان :

ثم جد ١) أ جـ

٢) د هـ



الحل: Δ أ ب جـ ، Δ د هـ و فيهما :

ب جـ = هـ و = ٥سم

ق ∢ ب = ق ∢ هـ = ٧٠°

ق ∢ جـ = ق ∢ و = ٣٠°

∴ Δ أ ب جـ ≅ Δ د هـ و وينتج أن :

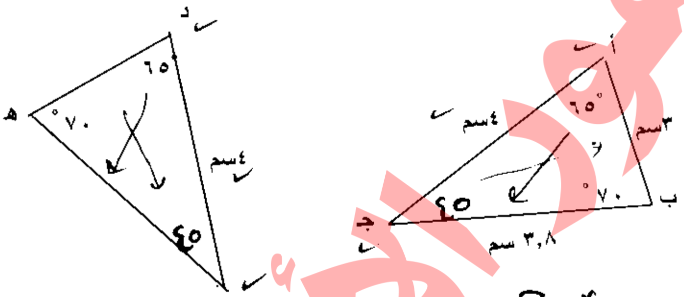
١) أ جـ = د و = ٤,٨سم

٢) د هـ = أ ب = ٢,٥ سم

تدريب (٢): **أثبت أن المثلثين أ ب جـ ، د هـ و متطابقان :**

ثم جد : ١) طول هـ و

٢) طول د هـ



Δ أ ب جـ ، د هـ و فيهما

① أ جـ = و د = ٤ سم .

② ق ∢ أ = ق ∢ د = ٦٥° .

③ ق ∢ جـ = ق ∢ و = ٤٥° .

∴ Δ أ ب جـ ≅ Δ د هـ و .

وينتج من التطابق

* هـ و = ب جـ = ٣,٨ سم .

* د هـ = أ ب = ٣ سم .

ق ∢ جـ = ١٣٥

١٨٠ - (٦٥ + ٧٠) = ٤٥° ،

يقابل ∢٤٥ .

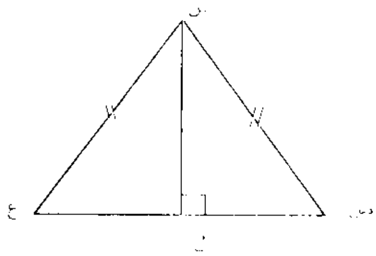
يقابل ∢٤٥

٣٨

الحالة الرابعة : **تطابق مثلثين بوتر وضلع قائمة.**

يتطابق مثلثان قائما الزاوية إذا تساوى طولا الوتر وضلع قائمة في أحدهما مع نظيريهما في المثلث الآخر .

مثال (٢): في الشكل المقابل : بين أن Δ س ص ل يطابق المثلث س ع ل .



Δ س ص ل ، Δ س ع ل قائما الزاوية

س ص = س ع (الوتر)

س ل ضلع مشترك (ضلع قائمة)

إذا المثلثان متطابقان حسب الحالة الرابعة

تدريب (٣) : في الشكل المقابل بين أن Δ أ ب جـ يطابق المثلث س ص ع .

Δ أ ب جـ ، Δ س ص ع قائما الزاوية فيهما

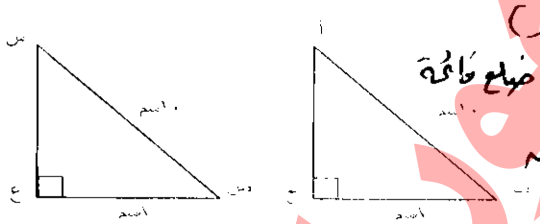
أ ب = س ص = ١٠ سم (الوتر)

ب جـ = ص ع = ٨ سم ضلع قائمة

∴ المثلثان متطابقان

حسب الحالة

الرابعة (وتر وضلع قائمة)



نشاط ختامي : **تمارين عامة السؤال الأول فرع ٤ + ٥ من الكتاب المدرسي**

بطاقة رقم (٢٨)

الموضوع : تشابه المثلثات .

الهدف : ١ - يتعرف حالات تشابه المثلثات .

٢ - يبين ان المثلثين متشابهين.

يتشابه مثلثان إذا تساوت قياسات الزوايا المتناظرة في المثلثين، ويرمز للتشابه بالرمز ≈.

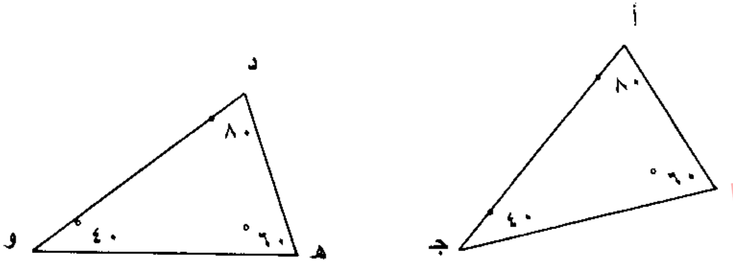
مثال (١) : أ) هل المثلث أ ب جـ ≈ المثلث د هـ و ؟

∵ ق ∡ أ = ق ∡ د = ٨٠°

ق ∡ ب = ق ∡ هـ = ٦٠°

ق ∡ جـ = ق ∡ و = ٤٠° حمم ظ

∴ Δ أ ب جـ ≈ Δ د هـ و



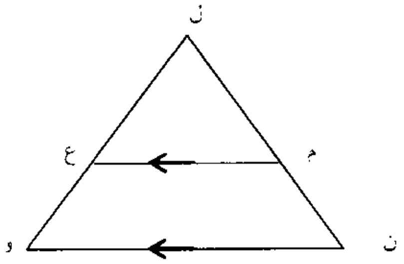
ب) بين أن Δ ل ن و ≈ Δ ل م ع

∡ ل مشتركة

∡ ن = ∡ ل م ع (بالتناظر)

∡ و = ∡ ل ع م (بالتناظر)

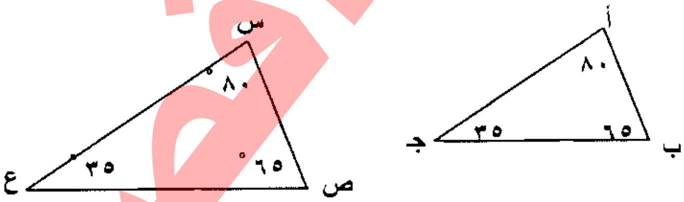
إذا المثلثان متشابهان



ملاحظة : [illegible]

تدريب (١) : في الشكل المقابل :

هل المثلث أ ب ج يشابه المثلث س ص ع ؟



ق ∡ أ = ق ∡ س = ٨٠°

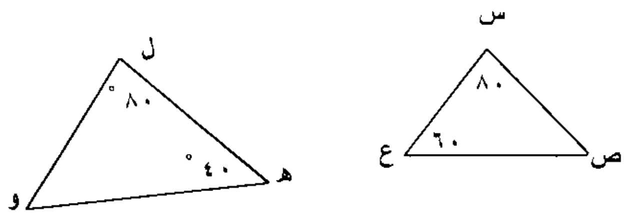
ق ∡ ب = ق ∡ ص = ٦٥° ،

ق ∡ جـ = ق ∡ ع = ٣٥° .

∴ المثلثان متشابهان .

مثال (٢): **في الشكل المقابل :**

هل المثلثان متشابهان ؟



__الحل:__ في Δ س ص ع

ق ∢ ص = ١٨٠ − (٨٠ + ٦٠)

= ١٨٠ − ١٤٠ = ٤٠°

في المثلث ل هـ و

ق ∢ و = ١٨٠ − (٨٠ + ٤٠)

= ١٨٠ − ١٢٠ = ٦٠°

∵ ق ∢ س = ق ∢ ل = ٨٠°

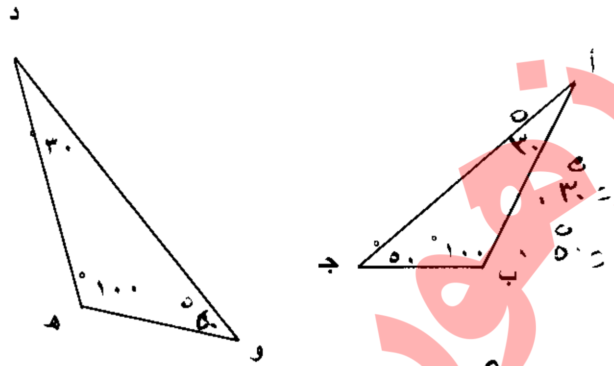
ق ∢ ص = ق ∢ هـ = ٤٠°

ق ∢ ع = ق ∢ و = ٦٠°

∴ Δ س ص ع ≈ Δ ل هـ و

تدريب (٢): في الشكل المقابل :

هل المثلثان متشابهان ؟



ق ∢ أ = ١٨٠ − (١٠٠ + ٥٠) = ٣٠° ١٥٠

ق ∢ و = ١٨٠ − (١٠٠ + ٣٠) = ٥٠° ١٣٠

① ق ∢ أ = ق ∢ د

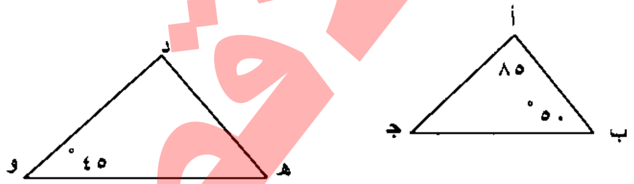
② ق ∢ جـ = ق ∢ و

③ ق ∢ ب = ق ∢ هـ ، المثلثان متشابهان .

مثال (٣): في الشكل المقابل :

Δ أ ب جـ ≈ Δ د هـ و

جد ق ∢ د ، ق ∢ جـ ، ق ∢ هـ :



الحل: ∵ Δ أ ب جـ ≈ Δ د هـ و

∴ ق ∢ أ = ق ∢ د

∴ ق ∢ د = ٨٥°

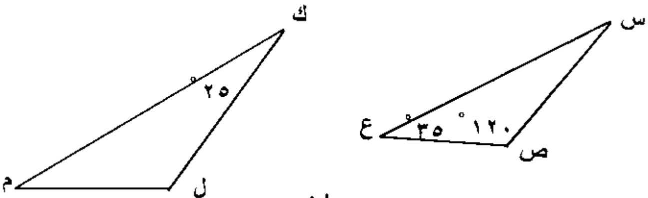
∴ ق ∢ جـ = ق ∢ و

∴ ق ∢ جـ = ٤٥°

∴ ق ∢ ب = ق ∢ هـ

∴ ق ∢ هـ = ٥٠°

١) في الشكل المقابل :



Δ س ص ع ≈ Δ ك ل م

جد ق∠ س ، ق∠ ل ، ق∠ م

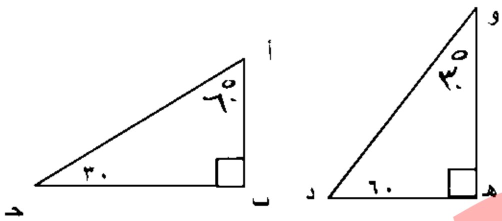
ب) المثلثان متشابهان ، ∴ الزوايا المتناظرة متساوية ،

ق∠ س = ق∠ ك = ٢٥° .

ق∠ ص = ق∠ ل = ١٢٠° (منفرجة متطابقة)

ق∠ ع = ق∠ م = ٣٥° .

٢) في الشكل المقابل :



Δ أ ب جـ ≈ Δ د هـ و

جد ق∠ هـ ، ق∠ و ، ق∠ أ :

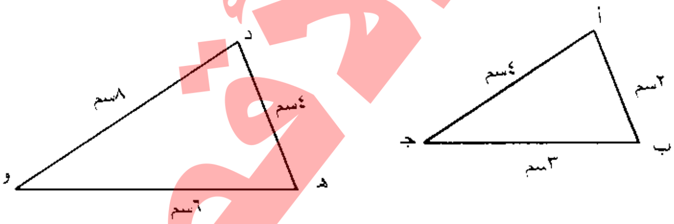
الزوايا متساوية لأن المثلثان متشابهان

ق∠ و = ٣٠° .

ق∠ أ = ٦٠° .

يتشابه مثلثان إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة فيهما متناسبة.

مثال (٤) : في الشكل المقابل :



هل Δ أ ب جـ ≈ Δ د هـ و ؟

$\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{٢ \div ٢}{٤ \div ٢} = \frac{١}{٢}$

$\frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{٣ \div ٣}{٦ \div ٣} = \frac{١}{٢}$

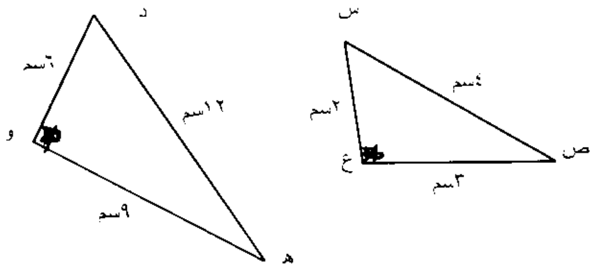
$\frac{\text{أ جـ}}{\text{د و}} = \frac{٤ \div ٤}{٨ \div ٤} = \frac{١}{٢}$

$\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{د و}}$ أي أن الأضلاع المتناظرة متناسبة.

∴ Δ أ ب جـ ≈ Δ د هـ و.

تدريب (٨): في الشكل المقابل :

هل Δ س ص ع ≈ Δ د هـ و ؟



$$\frac{\text{سع}}{\text{دو}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\text{صع}}{\text{وهـ}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

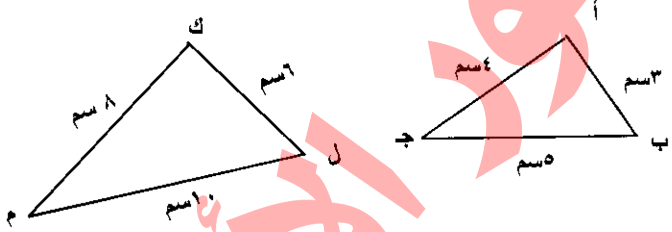
$$\frac{\text{سص}}{\text{دهـ}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \Leftarrow \frac{\text{سع}}{\text{دو}} = \frac{\text{صع}}{\text{وهـ}} = \frac{\text{سص}}{\text{دهـ}}$$

∵ أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة

إذن المثلثان متشابهان .

في الشكل المقابل :

هل Δ أ ب جـ ≈ Δ ك ل م ؟



$$\frac{\text{أب}}{\text{كل}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\text{بجـ}}{\text{لم}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

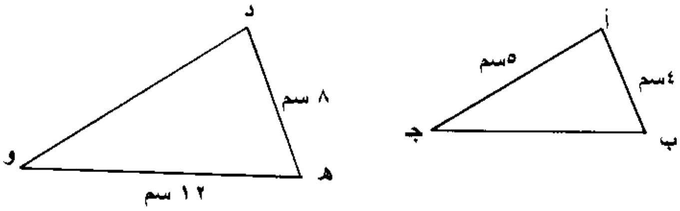
$$\frac{\text{أجـ}}{\text{كم}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{كل}} = \frac{\text{بجـ}}{\text{لم}} = \frac{\text{أجـ}}{\text{كم}}$ ∵ الأضلاع متناسبة

∴ المثلثان متشابهان

∴ Δ أبجـ ≈ Δ كلم .

مثال (٥) في الشكل المقابل :



Δ أ ب جـ ≈ Δ د هـ و

جد طول ب جـ ، د و ؟

الحل: ∵ Δ أ ب جـ ≈ Δ د هـ و

∴ أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة.

$$\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{د و}}$$

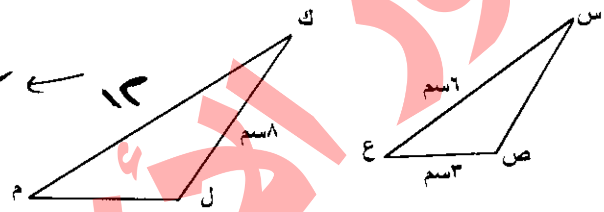
$$\frac{٤}{٨} = \frac{\text{ب جـ}}{١٢} = \frac{٥}{\text{د و}}$$

$$\frac{٤}{٨} = \frac{\text{ب جـ}}{١٢} \Longleftarrow \text{ب جـ} = \frac{\cancel{٤}^{١} \times \cancel{١٢}^{٦}}{\cancel{٨}_{\cancel{٢}}} = ٦ \text{ سم}$$

$$\frac{٤}{٨} = \frac{٥}{\text{د و}} \Longleftarrow \text{د و} = \frac{٥ \times \cancel{٨}^{٢}}{\cancel{٤}_{١}} = ١٠ \text{ سم}$$

تدريب (٣)

في الشكل المقابل :



Δ س ص ع ≈ Δ ك ل م

أوجد طول س ص ، طول ل م :

١٢ ← سوف نعتبر ك م = ١٢ حتى نكمل حل السؤال

السؤال غير كامل

∵ المثلثان متشابهان

∴ الأضلاع متناسبة

$$\frac{\text{س ص}}{\text{ك ل}} = \frac{\text{ص ع}}{\text{ل م}} = \frac{\text{س ع}}{\text{ك م}}$$

$$\frac{\text{س ص}}{٨} = \frac{٣}{\text{ل م}} = \frac{٦}{١٢}$$

$$\text{ل م} = \frac{\cancel{١٢}^{٦} \times \cancel{٣}^{١}}{\cancel{٦}} = ٦$$

$$\text{س ص} = \frac{٦ \times ٨}{١٢} = ٤$$

نشاط ختامي تمارين ومسائل سؤال ١ الفرع ج + س٣ صفحة ٨٦ من الكتاب المدرسي .