بطاقات التعلم الذاتي في الرياضيات

الصف الحادي عشر

الفرعين العلمي والصناعي

الفصل الدراسي الأول

إعداد

لجنة مبحث الرياضيات

قسم الإشراف التربوي -مديرية التربية والتعليم – غرب غزة

إشراف عام

الإدارة العامة للإشراف والتأهيل التربوي

غزة ٢٠٢٠م

فريق الإعداد

د. رحمة محمد عودة	مشرف تربوي – غرب غزة
أ. هدى سالم الزريعي	مشرف تربوي –غرب غزة
أ. إبراهيم محمود صالحة	مشرف تربوي –غرب غزة
أ. سائد زياد الحلاق	معلم – مدرسة التقوى الثانوية للبنين
أ. أحلام حسين يوسف	معلم – مدرسة زهرة المدائن الثانوية للبنات
أ. أسماء فؤاد الحصري	معلم – مدرسة بلقيس اليمن الثانوية للبنات
أ. رهام نصر السلك	معلم – مدرسة شهداء الشاطئ الثانوية للبنات
أ. سحر خالد البلتاجي	معلم – مدرسة زهرة المدائن الثانوية للبنات
أ. سماح أحمد قزاعر	معلم – مدرسة عرفات للموهوبين الثانوية للبنات
أ. عبير عدنان القزاز	معلم – مدرسة أحمد شوقي الثانوية للبنات

إشراف ومتابعة مديرية التربية

أ. فلاح حمادة الترك	أ. باسم محمد المدهون
رئيس قسم الإشراف – غرب غزة	مشرف تربوي – غرب غزة

إشراف ومتابعة

أ. حاتم عبد الله شحادة	د. إبراهيم رمضان رمضان
مدير دائرة التدريب التربوي	مدير دائرة الإشراف التربوي

د. ريما إبراهيم الخطيب

رئيس قسم تدريب المعلمين

إشراف عام

د. محمود أمين مطر

مدير عام الإشراف والتأهيل التربوي

يمثل إغلاق المدارس في جميع أنحاء العالم نتيجة لجائحة COVID-١٩ خطراً غير مسبوق على تعليم الأطفال وحمايتهم وعافيتهم، ولا يقتصر الأثر السلبي لإغلاق المدارس على تدني مستويات تحصيل الطلبة، بل يتعدى ذلك إلى الأضرار النفسية والسلوكية والصحية والاجتماعية نتيجة غياب دور المدرسة كمؤسسة تربوية.

وقد تسبب إغلاق المدارس بتكلفة اجتماعية واقتصادية باهظة؛ وبالعديد من الآثار التربوية السلبية، حيث أشارت اليونسكو في تقريرها الصادر في ابريل ٢٠١٩ أن إغلاق المدارس والمؤسسات التعليمية تسبب بحرمان الأطفال والشباب من فرص النمو والتطور، حيث يحظى الأطفال بفرص تعليمية أقل خارج المدرسة؛ ولا سيما بالنسبة إلى الأهل محدودي التعليم والموارد.

إن اعتماد برامج التعليم عن بُعد بكافة أشكالها يُسهم في تخفيف الأضرار التربوية الناجمة عن إغلاق المؤسسات التعليمية؛ غير أن أشكال التعليم عن بُعد التي يتم استخدامها يجب أن تنسجم مع خصائص المرحلة العمرية للمتعلمين وإمكاناتهم، كما ينبغي أن تُساعد المتعلمين بشكل أفضل على اكتساب المفاهيم وإتقان المهارات العلمية والحياتية المختلفة.

ومن هذا المنطلق نبعت فكرة تقديم بطاقات التعلم الذاتي للأطفال في المرحلة الأساسية من الأول حتى التاسع الأساسي؛ واستمرارا لنهج الاعتماد في التعلم على جهود الطالب الذاتية في هذه المرحلة الحرجة فقد جاءت بطاقات التعلم الذاتي لطلبة المرحلة الثانوية بحيث ركزت على تقديم المفاهيم والمهارات الأساسية الخاصة بكل صف أو مبحث بأسلوب مُبسط يساعد الطلبة على اكتسابها، حيث تضمنت كل بطاقة مجموعة من الإرشادات الخاصة بالطالب وولي أمره؛ بالإضافة إلى تقديم المفهوم/المهارة بطريقة سهلة وبسيطة مُدعمة بالأمثلة والتدريبات بما يساعد المتعلم على اكتساب المفهوم واتقان المهارة ذاتياً.

والله ولي التوفيق،،،

د. محمود أمين مطر

مدير عام الإشراف والتأهيل التربوي

رقم البطاقة	الموضوع	رقم الصفحة
الوحدة الأولى: "المتجهات والهندسة الفراغية"		
١	تحديد نقطة في الفراغ ثلاثي الأبعاد	٨
٢	المسافة بين نقطتين في الفراغ	١٠
٣	نقطة منتصف قطعة مستقيمة في الفراغ	١١
٤	الكميات القياسية والكميات المتجهة	١٢
٥	المتجهات في المستوى	١٣
٦	تساوي متجهين في المستوى	١٤
٧	متجهات خاصة	١٥
٨	جمع المتجهات وطرحها	١٦
٩	ضرب متجه بعدد حقيقي	١٧
١٠	متجه الوحدة في اتجاه معين	١٩
١١	الخواص الأساسية للعمليات على المتجهات	٢٠
١٢	حل المعادلات المتجهة	٢١
١٣	المتجهات في الفراغ	٢٢
١٤	العمليات على المتجهات في الفراغ	٢٣
١٥	متجه الوحدة في الفراغ	٢٤
١٦	الضرب القياسي (الداخلي)	٢٥
١٧	خواص الضرب القياسي (الداخلي)	٢٦
١٨	نظرية الضرب القياسي (الداخلي)	٢٧
١٩	تعامد المتجهات	٢٨
٢٠	الزوايا الاتجاهية	٢٩
٢١	الضرب الاتجاهي (الخارجي)	٣٠
٢٢	التطبيقات الهندسية على الضرب الخارجي	٣٢
٢٣	مفاهيم ومسلمات في الهندسة الفراغية	٣٣
٢٤	المستقيمات والمستويات في الفراغ	٣٥
٢٥	اختبار نهاية الوحدة الأولى "المتجهات والهندسة الفراغية"	٣٦

رقم البطاقة	الموضوع	رقم الصفحة
	الوحدة الثانية: "المنطق الرياضي"	
٢٦	العبارة الرياضية ونفيها	٣٨
٢٧	جدول الصواب وأدوات الربط	٤١
٢٨	أدوات الربط الشرطية	٤٤
٢٩	تكافؤ العبارات	٤٧
٣٠	الجملة المفتوحة	٥٠
٣١	العبارة المسورة ونفيها	٥٢
٣٢	البرهان الرياضي" البرهان المباشر"	٥٥
٣٣	البرهان الرياضي الاستقراء الرياضي"	٥٦
٣٤	اختبار نهاية الوحدة الثانية "المنطق"	٥٨
	الوحدة الثالثة: "المعادلات والمتباينات"	
٣٥	حل نظام مكون من ثلاث معادلات خطية	٦٠
٣٦	حل نظام من معادلتين في متغيرين: أحدهما خطية والأخرى تربيعية	٦٣
٣٧	حل نظام من معادلتين تربيعيتين في متغيرين	٦٦
٣٨	حل معادلات أسية ولوغاريتمية	٦٨
٣٩	حل أنظمة المتباينات الخطية بمتغيرين	٧١
٤٠	حل معادلات تتضمن القيمة الطلقة	٧٥
٤١	اختبار نهاية الوحدة الثالثة "المعادلات والمتباينات"	٧٨
	الإجابات النهائية للبطاقات	
	إجابات بطاقات الوحدة الأولى: المتجهات والهندسة الفراغية البطاقات (١-٢٥)	٨٠
	إجابات بطاقات الوحدة الثانية المنطق الرياضي البطاقات(٢٦-٣٤)	٨٣
	إجابات بطاقات الوحدة الثالثة المعادلات والمتباينات البطاقات(٣٥-٤١)	٨٦

مجموعة من البطاقات المرافقة للكتاب المدرسي؛ والداعمة لتعلم طلبة الصفوف من الأول حتى التاسع الأساسي في المباحث المختلفة، ويركز محتوى تلك البطاقات على المفاهيم والمهارات الأساسية في كل مبحث، بحيث يتم عرض المفهوم أو المهارة مع بعض الأمثلة المُعينة والتوضيحية؛ وتدريبات للتقويم الذاتي، كما تتضمن البطاقة مجموعة من الإرشادات ذات العلاقة بتعلم المهارة؛ وروابط لمحتوى رقمي مُساند (فيديو تعليمي، مقطع صوتي، لعبة تربوية ...).

نصائح وإرشادات

عزيزي ولي الأمر:

التعلم الذاتي مسؤولية شخصية لدى الفرد؛ غير أن الأطفال يحتاجون دعماً وإشرافاً مباشراً من أُمهاتهم وآبائهم ليتمكنوا من التعلم الذاتي بشكل فاعل ومنظم، ولتحقيق هذا الدعم بالشكل المطلوب؛ إليك بعض النصائح والإرشادات:

- تذكر أن التعليم لا يقتصر فقط على الذهاب إلى المدرسة، فهناك الكثير من الأشياء يتعلمها الأطفال خارج المدرسة.
- تذكر أن لكل فرد شخصيته وطبيعته الخاصة، وليس بالضرورة أن تنجح الطريقة التي استخدمها صديقك في التعامل مع طفله، للتعامل مع طفلك أنت.
- لا تحاول التقليل من شأن وقيمة التعلم الذاتي أو جدواه أمام ابنك؛ وتحدث معه عن مسؤوليته عن تعلمه في ظل تعطل الدوام المدرسي.
- عزز كل تقدم يحرزه الطفل؛ وارفع من معنوياته بعبارات الثناء والتشجيع أمام الآخرين، مع مراعاة الثناء عليه بحكمة من غير إفراط أو تفريط.
- ابتعد عن مقارنة طفلك بأقرانه حتى لا تؤثر سلباً على نفسيته وإشعاره بالإحباط.
- عوِّد الطفل على تحمل المسؤولية والاهتمام بنفسه كحل الواجبات والقدرة على اتخاذ القرار بنفسه.
- اغلق الفيسبوك وأي وسيلة تواصل اجتماعي أخرى؛ حتى يصبح بإمكانك التركيز على ما يتعلّمه طفلك.
- خصّص وقتًا ثابتًا لتعلم طفلك كل يوم؛ ولا تكلفه بأي نشاط آخر في وقت التعلّم.
- اختر الوقت الذي يناسب طفلك ولا يتعارض مع أي نشاط آخر يرغب الطفل بالقيام به (مشاهدة طفلك لحلقة كرتون يحبها على التلفاز، وقت النوم، ...) وذلك حتى لا يتشتت ذهن الطفل بالتفكير في هذه الأنشطة.

- ابتعد عن العنف والعصبية والصراخ أثناء متابعتك لدروس طفلك، لأن ذلك يعمل على هدر طاقته؛ وتشويش تفكيره؛ وتشتيت تركيزه.
- أعط الطفل فرصة الحل الفردي للتعرف على إمكاناته وتعزيز نقاط القوة ومعرفة نقاط الضعف.
- فرغ نفسك في أوقات تعلم طفلك؛ وتخلص من التفكير في أي مسؤوليات أخرى.
- تأكد من دافعية طفلك ناحية ما سيتم تعلّمه؛ لأنّ هذا ما سوف يساعده في الاستمرارية والتعلّم.
- تأكد من حالة طفلك البدنية والنفسية مثلًا: حصوله على قدر جيد من النوم، لا يشعر بالجوع؛ حتى تضمن عدم تفكيره في هذه الأشياء أثناء تتعلّم.

آليات التعامل مع بطاقات التعلم الذاتي:

عزيزي ولي الأمر:

هناك مجموعة من الأمور التي ننصح القيام بها قبل وأثناء وبعد تنفيذ جلسات التعلم الخاصة ببطاقات التعلم، وهذه الأمور تتلخص فيما يلي:

١) خصص مكاناً هادئً جيد التهوية؛ وبعيد عن الضوضاء، وحدد ركناً مناسباً في المكان لوضع الكتب ومواد التعلم بما يضمن عدم مقاطعة باقي أفراد الأسرة لجلسة التعلم.
٢) تأكد من وجود القرطاسية المناسبة (قلم، ممحاة، مسطرة، كراسة جانبية، مواد مناسبة للمادة ...)
٣) اقرأ الإرشادات والنصائح المدرجة في كل بطاقة؛ وحاول الالتزام بها ما أمكن.
٤) أخبر الطفل باسم المادة ورقم البطاقة التي ستناقشها معه، واسأله عن الدرس الذي تنتمي له البطاقة.
٥) حدد للطفل المدة الزمنية المتوقعة لإنجاز البطاقة، ويفضل أن تتراوح المدة بين (١٥ – ٢٠) دقيقة.
٦) اجعل من التعلم عملية ممتعة خالية من الإجهاد؛ واطلب منه الرسم أو الغناء أثناء التعلم.
٧) لا تقُم بالمهام بدلاً عن الطفل إذا شعر بالتعب؛ بل امنحه وقتاً للراحة؛ ثم حفزه على الرجوع للبطاقة.
٨) احرص على ربط التعلم بأمثلة من الحياة اليومية للطفل.
٩) علِّم الطفل كيف يفكر من خلال طرح الأسئلة عليه ومناقشته في إجاباته.
١٠) استعن بالكتاب المدرسي لتعميق فهم الطفل لمحتوى المفهوم/المهارة التي تتضمنها البطاقة.
١١) ساعد طفلك على حل تدريبات مشابهة لتلك الواردة في بطاقات التعلم الذاتي.
١٢) تعامل مع أخطاء الطفل بهدوء؛ ولا تترك الخطأ بدون تصحيح.
١٣) أعط الطفل وقتاً مناسباً للراحة.
١٤) لا تناقش مع الطفل أكثر من بطاقة في الجلسة الواحدة.
١٥) أشعر الطفل بأهمية العمل الذي قام به واحتفل معه بإنجازه.

إرشادات للتعامل مع رمز QR

تم إضافة رموز تفاعلية بجانب الروابط المحددة، ولمشاهدة الفيديو المرتبط بالرمز عليك بما يلي:

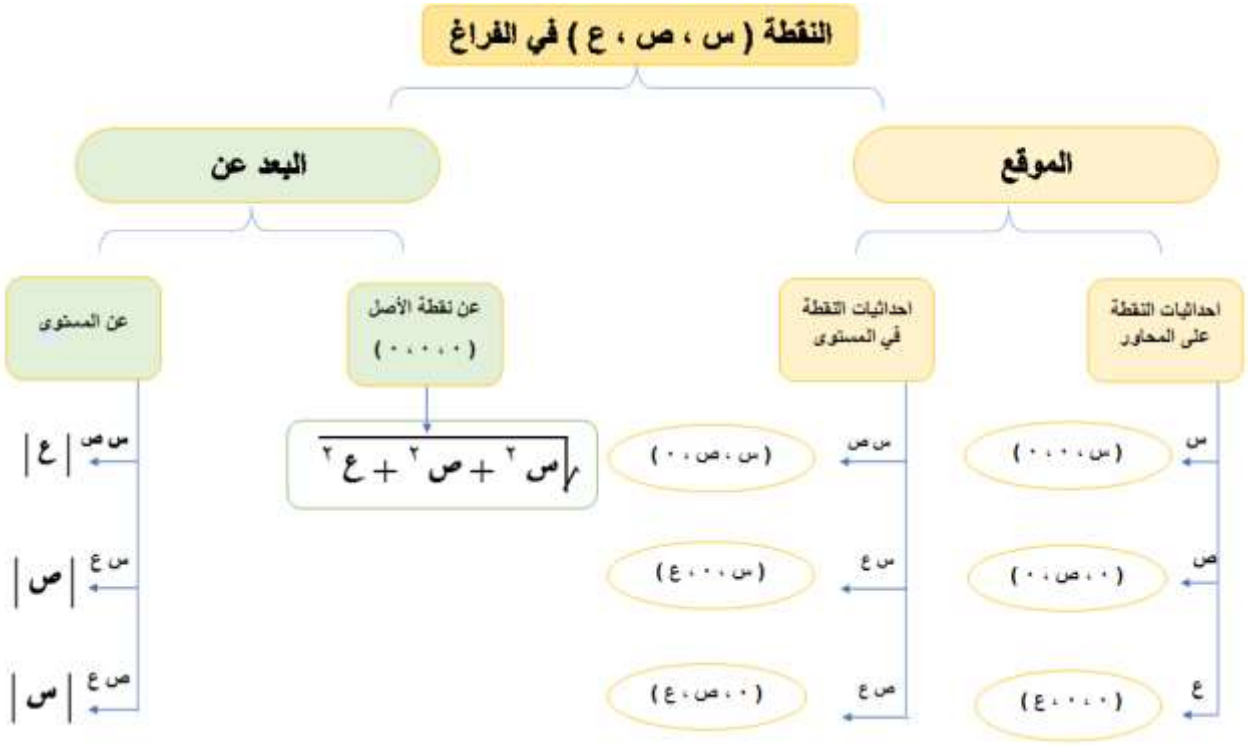
١. تنزيل أي برنامج من المتجر لقراءة رمز QR، وبإمكانك البحث عنه بالصيغة التالية في المتجر (قارئ رمز QR).
٢. عند دخولك للمتجر والبحث عن التطبيق ستجد الكثير من التطبيقات التي تدعم الفكرة، قم بتحميل أي تطبيق من التطبيقات.
٣. الخطوات السابقة ستقوم بعملها مرة واحدة، وهي المرة الأولى فقط لتنزيل التطبيق
٤. بعد تنزيل التطبيق قم بتشغيل التطبيق، وتوجيه الكاميرا الموجودة داخل التطبيق نحو الرمز المحدد، ثم انقر على كلمة فتح الموقع (المتصفح)، لتشاهد الفيديو المرتبط بالرمز.

ملاحظة: بعض الهواتف الذكية الحديثة موجود بها (قارئ QR) بشكل تلقائي.

الأهداف

١- يعرّف الطالب نظام الإحداثيات في الفراغ .
٢- يحدد الطالب موقع نقطة في الفراغ.

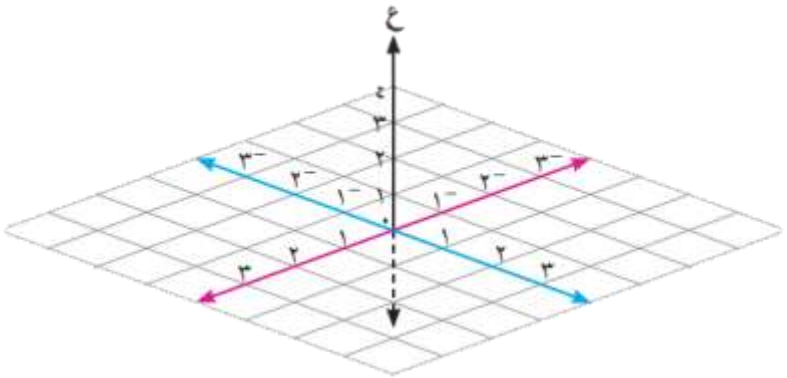
تلخيص المحتوى:



الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

حدد موقع النقاط التالية في الفراغ:



١) النقطة $(٤ ، ٠ ، ٠)$ تقع على محور السينات.
٢) النقطة $(٠ ، ٥ ، ٠)$ تقع على محور .....
٣) النقطة $(٠ ، ٠ ، -٢)$ تقع على محور .....
٤) النقطة $(٢ ، ٣ ، ٠)$ تقع في المستوى **س ص** .
٥) النقطة $(١ ، ٠ ، ٦)$ تقع في المستوى .....
٦) النقطة $(١ ، ٢ ، ٤)$ تقع في الثمن الأول.

نشاط (٢)

إذا كانت أ$(-٢، ٤، ٥)$ ، أجد:

١) بعد النقطة أ عن المستوى صع يساوي ٢

٢) بعد النقطة أ عن المستوى سع يساوي ٤

٣) بعد النقطة أ عن المستوى سص يساوي .....

٤) بعد النقطة أ عن محور س يساوي $|\text{أص}| = \sqrt{\text{ع}^٢ + \text{ص}^٢} = \sqrt{٤^٢ + ٥^٢} = \sqrt{١٦ + ٢٥} =$ ..... وحدة طول

٥) بعد النقطة أ عن محور ص يساوي $|\text{أس}| = \sqrt{\text{ع}^٢ + \text{س}^٢} = \sqrt{٥^٢ + (-٢)^٢} =$ ..... وحدة طول

٦) بعد النقطة أ عن محور ع يساوي ..... وحدة طول

٧) بعد النقطة أ عن نقطة الأصل $|\text{أس}| = \sqrt{\text{ع}^٢ + \text{ص}^٢ + \text{س}^٢} =$ ..... وحدة طول

تدريب

إذا كانت أ$(١، ٣، ٢)$ ، أجد :

١) تقع النقطة أ في .....

٢) بعد النقطة أ عن المستوى سع يساوي ..... وحدة طول

٣) بعد النقطة أ عن محور ص يساوي ..... وحدة طول

٤) بعد النقطة أ عن نقطة الأصل يساوي ..... وحدة طول

تدريب إضافي (١)

إذا كانت النقطة أ$(٢ + ٨، ٨^٢، ١ - ٨)$ تقع في المستوى صع ، فجد إحداثيات النقطة أ

تدريب إضافي (٢)

إذا كانت النقطة ب$(٣م - ٣، ٣، ٨ + م)$ تقع على محور ص ، فجد قيمة كلٍ من م، ٨

الأهداف

١- يذكر الطالب قانون المسافة بين نقطتين في الفراغ.
٢- يجد الطالب المسافة بين نقطتين في الفراغ.

تلخيص المحتوى:

المسافة بين نقطتين في الفراغ أ$(س_١، ص_١، ع_١)$ ، ب$(س_٢، ص_٢، ع_٢)$

$$أب = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢ + (ع_٢ - ع_١)^٢}$$

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

إذا كانت أ$(٢، ٣، -١)$ ، ب$(٦، ١، ٥)$، احسب المسافة بين النقطتين أ،ب

$$أب = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢ + (ع_٢ - ع_١)^٢}$$

$$أب = \sqrt{(٦-٢)^٢ + (٣-١)^٢ + (-٥-١)^٢}$$

$$أب = \sqrt{(٤)^٢ + (\quad)^٢ + (\quad)^٢} = \ldots\ldots\ldots \text{ وحدة طول}$$

نشاط (٢)

إذا كانت أ$(جـ، ١، ٤)$ ، ب$(٣، ٠، ٢)$، وكان أب $= \sqrt{٦}$ ، فما قيمة / قيم جـ ؟

$$أب = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢ + (ع_٢ - ع_١)^٢}$$

$$\sqrt{٦} = \sqrt{(٣-جـ)^٢ + (٠-١)^٢ + (٢-٤)^٢} \qquad \text{(بتربيع الطرفين)}$$

$$٦ = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

إما جـ $= \ldots\ldots\ldots$

أو جـ $= \ldots\ldots\ldots$

الأهداف

١- يذكر الطالب قانون إحداثيات منتصف قطعة مستقيمة في الفراغ.
٢- يحسب الطالب إحداثيات منتصف قطعة مستقيمة في الفراغ.

تلخيص المحتوى:

إحداثيات نقطة منتصف $\overline{أ ب}$: أ$(س_١ ، ص_١ ، ع_١)$ ، ب$(س_٢ ، ص_٢ ، ع_٢)$ هي:

$$\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} ، \frac{ع_١ + ع_٢}{٢} \right)$$

الأنشطة والتدريبات:

نشاط

إذا كانت أ$(٤ ، -٢ ، ١)$ ، ب$(-٢ ، -٤ ، ٣)$، جد إحداثيات:

أ) إحداثيات نقطة منتصف

$$\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} ، \frac{ع_١ + ع_٢}{٢} \right) = (\ldots ، \ldots ، \ldots)$$

ب) طول $\overline{أب}$ $= \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢ + (ع_٢ - ع_١)^٢}$

$\overline{أب}$ $= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ **وحدة**

تدريب

إذا كانت أ$(ل ، ٤ ، -٥)$ ، ب$(٢ل ، -٢ ، ٣)$، وكان $أب = \sqrt{١٠٤}$ ، جد إحداثيات نقطة منتصف $\overline{أ ب}$

إرشادات للطالب:

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو
يشرح محتوى البطاقة (٣)
"الإحداثيات الديكارتية"

الأهداف

١- يميز الطالب بين المسافة والإزاحة.
٢- يوضح الطالب مفهوم الإزاحة.
٣- يذكر الطالب أنواع الكميات.
٤- يصنف الطالب الكميات إلى كميات متجهه وكميات قياسية (غير متجهه).

تلخيص المحتوى:

المسافة المقطوعة هي طول المسار المقطوع أثناء الحركة من نقطة البداية إلى نقطة النهاية وهي كمية قياسية تحدد بالمقدار.

الإزاحة هي المسافة في خط مستقيم وفي اتجاه معين وتحدد بمقدار واتجاه.

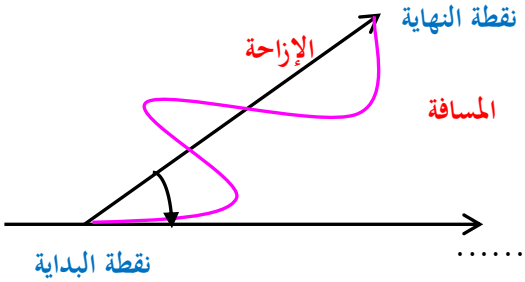
تقسم الكميات إلى نوعين :

١) كميات متجهة تتحدد بالمقدار والاتجاه معاً، مثل الوزن والسرعة والإزاحة.

٢) كميات غير متجهة (قياسية ، عددية) تتحدد بالمقدار فقط، مثل المسافة ، الزمن و درجة الحرارة.

الأنشطة والتدريبات:

نشاط



أكمل الفراغات التالية بالكلمة المناسبة:

١) المسافة هي مجموع المسافات التي يسيرها الجسم من نقطة البداية إلى نقطة .....

٢) الإزاحة هي المسافة في خط مستقيم من نقطة ..... إلى نقطة .....

تدريب

أصنف الكميات الآتية إلى كميات متجهة أو كميات قياسية (غير متجهة)

(المسافة ، الكثافة ، الإزاحة ، الحجم ، درجة الحرارة ، القوة ، التسارع ، الكتلة ،الزمن ، الوزن)

كميات غير متجهة	
كميات متجهة	

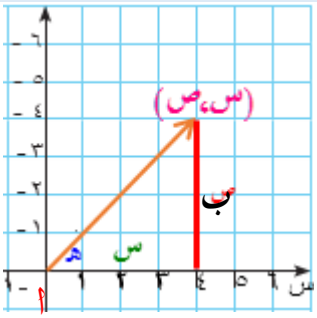
الأهداف

١- يجد طول متجه معطى.

٢- يمثل متجه بالوضع القياسي.

٣- يحسب الزاوية التي يصنعها المتجه مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

تلخيص المحتوى:



المتجه الذي نقطة بدايته أ $(أ_١ ، أ_٢)$ ونهايته ب $(ب_١ ، ب_٢)$ يُرمز له بالرمز $\overleftarrow{أب}$

لوضعه في الوضع القياسي تكون نقطة بدايتهُ نقطة الأصل و $(٠ ، ٠)$

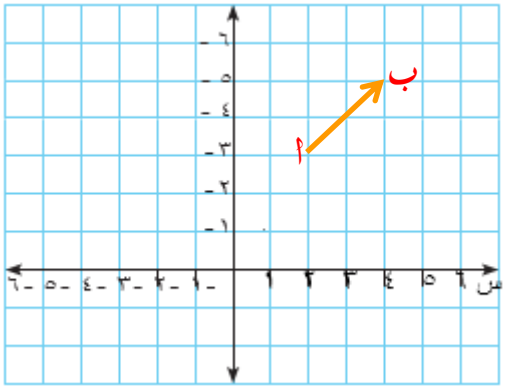
ونقطة نهايتهُ جـ $(ب_١ - أ_١ ، ب_٢ - أ_٢)$

ظل زاوية ميل $\overleftarrow{أب}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات ظاهـ $= \frac{ص}{س}$

طول المتجه $\overleftarrow{أب}$: $|\overleftarrow{أب}| = \sqrt{(ب_١ - أ_١)^٢ + (ب_٢ - أ_٢)^٢}$

الأنشطة والتدريبات:

نشاط



انظر للشكل المجاور ، ثم أكمل الفراغات

١) إحداثيات نقطة بداية المتجه هي $(٢ ، ٣)$

٢) إحداثيات نقطة النهاية هي .....

٣) $|\overleftarrow{أب}| = \sqrt{(٣-٥)^٢ + (٢-٤)^٢} =$ .....

٤) ظل زاوية ميل $\overleftarrow{أب}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات ، ظاهـ $= \frac{ص}{س} =$ — ، وقياس الزاوية = ... درجة.

٥) أمثل $\overleftarrow{أب}$ في الوضع القياسي.

تدريب

إذا كان أ $(٥ ، ٣)$ ، ب $(٤ ، ٢)$ ،ما قياس الزاوية التي يصنعها $\overleftarrow{أب}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، ثم احسب $|\overleftarrow{أب}|$ ؟ .

الأهداف

١- يتعرف الطالب مفهوم تساوي متجهين.
٢- يوظف مفهوم تساوي متجهين في حل مسائل

تلخيص المحتوى:

يتساوى المتجهان $\overleftarrow{م_١}$ ، $\overleftarrow{م_٢}$ إذا كان لهما نفس المقدار والاتجاه أي يمثلان بنفس الزوج المرتب في الوضع القياسي.

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

إذا كان $\overleftarrow{م_١} = \overleftarrow{م_٢}$ ، وكان $\overleftarrow{م_١} = (٣س ، ٥)$ ، $\overleftarrow{م_٢} = (-٦ ، -٥ص)$ ، فما قيمة كلٍ من س،ص ؟

$\because \overleftarrow{م_١} = \overleftarrow{م_٢}$ ، $\therefore (٣س ، ٥) = (-٦ ، -٥ص)$

ومنها: $٣س = -٦ \leftarrow$ س = ...

$-٥ص = ٥ \leftarrow$ ص = ...

نشاط (٢)

إذا كان $\overleftarrow{أ} = \overleftarrow{ب}$ ، وكان $\overleftarrow{ب} = (٨ ، ٢س + ١)$ ، $\overleftarrow{أ} = (\overline{أص} ، -١ ، -٥)$ ، فما قيمتي كل من **س،ص** ؟

$\because \overleftarrow{أ} = \overleftarrow{ب}$ ، $\therefore (\overline{أص} ، -١ ، -٥) = (٨ ، ٢س + ١)$

ومنها : $\overline{أص} = -٨ = -١ \leftarrow \overline{أص} = ٨ + ١ \leftarrow$ ..... $\leftarrow$ ص $= ٨١$

$٢س + ١ = -٥ \leftarrow ٢س = -٦ \leftarrow$ س = ...

تدريب

إذا كان $\overleftarrow{م_١} = \overleftarrow{م_٢}$ ، وكان $\overleftarrow{م_٢} = (-١٥ ، لـو_٢ ١٦)$ ، $\overleftarrow{م_١} = (س^٢ - ٨س ، ٢ص)$ ، جد قيمة كل من س،ص

الأهداف

١- يعرّف المتجه الصفري.

٢- يعرّف متجه الوحدة.

٣- يذكر متجهي الوحدة الأساسيين.

٤- يكتب متجه معلوم بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين.

تلخيص المحتوى:

١) المتجه الصفري : هو متجه طولهُ صفر وحدة واتجاهه غير معين ويرمز لهُ بالرمز $\overleftarrow{٠}$

٢) متجه الوحدة : هو متجه طولهُ وحدة واحدة ، ورمزهُ $\overleftarrow{و}$

٣) متجها الوحدة الأساسيان هما : أ) متجه الوحدة السيني ويمثل بالزوج المرتب (١،٠)وينطبق على محور س

ب) متجه الوحدة الصادي ويمثل بالزوج المرتب (٠،١) وينطبق على محور ص

الأنشطة والتدريبات:

نشاط

إذا كان أ(٢،٥) ، ب(-١،٣) نقطتين في المستوى ، اكتب $\overleftarrow{أب}$ بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين .

$\overleftarrow{أب} = ب - أ = (٣،٢) - (....،....) = (....،....) = -٣\overleftarrow{و_١} + ... \overleftarrow{و_٢}$

تدريب

إذا كان أ(١،-٤)،ب(٣،-٢)،جـ(١،٢) ثلاث نقاط في المستوى، اكتب بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين:

$\overleftarrow{أجـ}$ ، $\overleftarrow{بأ}$ ، $\overleftarrow{بجـ}$

إرشادات للطالب:

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو يشرح محتوى البطاقة (٧)

"المتجهات في المستوى "

الأهداف

١- يجد ناتج جمع المتجهات جبرياً.
٢- يجد ناتج طرح المتجهات جبرياً.

تلخيص المحتوى:

إذا كان $\overleftarrow{أ} = (أ_١ ، أ_٢)$ ، $\overleftarrow{ب} = (ب_١ ، ب_٢)$ متجهين في الوضع القياسي، فإن :

ناتج جمع المتجهين هو المتجه $\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب} = (أ_١ + ب_١ ، أ_٢ + ب_٢)$

لطرح متجهين فإننا نستخدم الخاصية: $\overleftarrow{أ} - \overleftarrow{ب} = \overleftarrow{أ} + (-\overleftarrow{ب})$

الأنشطة والتدريبات:

نشاط

١) إذا كان أ(٢، ٣)، ب(١، −٢)، جـ(−١، ٤) ثلاث نقاط في المستوى ، جد:

٢) $\overleftarrow{أب} = ب - أ = (١، -٢) - (٢، ٣) = (\dots ، \dots)$

٣) $\overleftarrow{ب جـ} = جـ - ب = (\dots ، \dots) - (-١، ٤) = (\dots ، \dots)$

٤) $\overleftarrow{أب} + \overleftarrow{ب جـ} = (\dots ، \dots) + (\dots ، \dots) = (\dots ، \dots) = (-٣، ١)$

٥) $\overleftarrow{أجـ} = (-١، ٤) - (\dots ، \dots) = (\dots ، \dots)$

٦) ماذا تلاحظ؟ (قارن بين إجابتي الفقرتين ٤، ٥).....

٧) $\overleftarrow{ب جـ} - \overleftarrow{أب} = (\dots ، \dots) - (\dots ، \dots) = (\dots ، \dots)$

تدريب

أ) إذا كان أ(١، ٤) ، ب(٢ ، −١) ، جـ(٢ ، ٤) ثلاث نقاط في المستوى، جد:

١) $\overleftarrow{ب أ} + \overleftarrow{أجـ}$ ٢) $\overleftarrow{ب جـ}$ ٣) ماذا تلاحظ؟

ب) إذا كان $\overleftarrow{أ} = (م، ٢ل)$ ، $\overleftarrow{ب} (٣ ، ل)$ ، فما قيمة كل من ل ، م التي تجعل $\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب} = (٨ ، -٦)$

الأهداف

١- يتعرف ضرب المتجه بعدد حقيقي.
٢- يجد ناتج ضرب المتجه في عدد حقيقي.

تلخيص المحتوى:

إذا كان $\overrightarrow{م}$ متجهاً غير صفري ، وكان $أ \in ع^*$ ، فإن $أ\overrightarrow{م}$ متجه يوازي $\overrightarrow{م}$ وطوله $|أ.\overrightarrow{م}| = |أ||\overrightarrow{م}|$
ويكون في نفس اتجاه $\overrightarrow{م}$ إذا كانت $أ$ موجبة ، ويكون عكس اتجاه $\overrightarrow{م}$ إذا كانت $أ$ سالبة.

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

إذا كان $\overrightarrow{ل} = (\sqrt{٦}، \sqrt{٢})$ ، جد كلاً من المتجهات الآتية:

١) ظل زاوية ميل $\overrightarrow{ل}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، ظاهـ $= \frac{ص}{س} =$ .....، وقياس الزاوية = ... درجة.

٢) $\overrightarrow{م} = ٣\overrightarrow{ل} = ٣(\sqrt{٦}، \sqrt{٢}) = (\ldots\ ،\ \ldots)$

٣) ظل زاوية ميل $\overrightarrow{م}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، ظاهـ $= \frac{ص}{س} =$ .....، وقياس الزاوية = ... درجة.

٤) $\overrightarrow{ك} = -٢\overrightarrow{ل} = -٢(\sqrt{٦}، \sqrt{٢}) = (\ldots\ ،\ \ldots)$

٥) ظل زاوية ميل $\overrightarrow{ك}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، ظاهـ $= \frac{ص}{س} =$ .....، وقياس الزاوية = ... درجة.

٦) ميل جميع المتجهات .....

٧) المتجهات جميعها .....

٨) متجه طوله ٤ أمثال $\overrightarrow{ل}$ وبنفس اتجاه $\overrightarrow{ل}$: $٤(\sqrt{٦}، \sqrt{٢}) = (\ldots\ ،\ \ldots)$

٩) متجه طوله ٣ أمثال $\overrightarrow{ل}$ وبعكس اتجاه $\overrightarrow{ل}$: $-٣(\ldots\ ،\ \ldots) = (\ldots\ ،\ \ldots)$

نشاط (٢)

إذا كان $\overleftarrow{أ} = (١، -٢)$ ، **جد :**

١) متجه موازي للمتجه $\overleftarrow{أ}$ وبنفس اتجاهه : $٢(١، -٢) = (\ldots\ ،\ \ldots)$

٢) متجه موازي للمتجه $\overleftarrow{أ}$ وعكس اتجاهه: $-٣(١، -٢) = (\ldots\ ،\ \ldots)$

٣) اكتب $\overleftarrow{ب} = (٢، \ldots)$ يوازي المتجه $\overleftarrow{أ}$ ، لماذا ؟ .....

٤) هل المتجه $\overleftarrow{جـ} = (٥، -٦)$ يوازي المتجه $\overleftarrow{أ}$ ؟ ..... ، لأن .....

٥) الزاوية بين أي متجهين متوازيين لهما نفس الاتجاه تساوي .....

٦) الزاوية بين أي متجهين مختلفين في الاتجاه تساوي .....

تدريب

إذا كان $\overleftarrow{أ} = (٣، \sqrt{٣})$، $\overleftarrow{ب} = (١، \sqrt{٢})$ ، **جد :**

١) ظل زاوية ميل $\overleftarrow{أ}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

٢) ظل زاوية ميل $\overleftarrow{ب}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

٣) $-٢\overleftarrow{أ}$

٤) $\sqrt{٢}\overleftarrow{ب}$

٥) متجه طولهُ ٥ أمثال $\overleftarrow{ب}$ وبعكس اتجاه $\overleftarrow{ب}$

٦) متجه طولهُ ٤ أمثال $\overleftarrow{أ}$ وبنفس اتجاه $\overleftarrow{أ}$

٧) متجه موازي للمتجه $\overleftarrow{أ}$ وبنفس اتجاهه

٨) متجه موازي للمتجه $\overleftarrow{أ}$ وعكس اتجاهه:

الأهداف

١- يعرّف الطالب متجه الوحدة باتجاه معين.

٢- يجد الطالب متجه وحدة باتجاه أو عكس متجه معطى.

تلخيص المحتوى:

إذا كان $\overleftarrow{م}$ **متجهاً غير صفري ، فإن متجه الوحدة باتجاه** $\overleftarrow{م}$ **هو** $\hat{م}$ **حيث :** $\hat{م} = \dfrac{\overleftarrow{م}}{|\overleftarrow{م}|}$

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

إذا كان $\overleftarrow{م} = (٣، -٤)$ **، جد:**

١) $|\overleftarrow{م}| =$ .....

٢) متجه وحدة باتجاه $\overleftarrow{م}$ $\hat{م} = \dfrac{\overleftarrow{م}}{|\overleftarrow{م}|} = \dfrac{(٣، -٤)}{٥} = \left(\dfrac{٣}{٥} ، - \right)$

٣) متجه وحدة عكس اتجاه $\overleftarrow{م}$ $\hat{م} = \dfrac{-\overleftarrow{م}}{|\overleftarrow{م}|} = \dfrac{-(٣، -٤)}{٥} = \left(- ، - \right)$

٤) متجه طولهُ ٣ وحدات وعكس اتجاه $\overleftarrow{م}$ $\hat{م} = \dfrac{-٣\overleftarrow{م}}{|\overleftarrow{م}|} = \dfrac{-٣(٣، -٤)}{٥} =$ .....

٥) متجه طولهُ ٥ وحدات وبنفس اتجاه $\overleftarrow{م}$ $\hat{م} = \dfrac{٥\overleftarrow{م}}{|\overleftarrow{م}|} =$ .....

تدريب

إذا كان $\overleftarrow{ن} = (٢، ٣)$ **، جد:**

١) متجه وحدة عكس اتجاه $\overleftarrow{ن}$

٢) متجه طولهُ ٥ وحدات وبنفس اتجاه $\overleftarrow{ن}$

الهدف

١- يذكر الخواص الأساسية للعمليات على المتجهات.

٢- يحل تدريبات على خاص المتجهات.

تلخيص المحتوى:

الخواصّ الأساسية للعمليات على المتجهات:

إذا كان $\overleftarrow{م_١}$ ، $\overleftarrow{م_٢}$ ، $\overleftarrow{م_٣}$ ثلاثة متجهات في المستوى وكانت أ ، ب ∈ ح فإنّ:

١) $\overleftarrow{م_١} + \overleftarrow{م_٢} = \overleftarrow{م_٢} + \overleftarrow{م_١}$ (الخاصية التبديلية)

٢) $(\overleftarrow{م_١} + \overleftarrow{م_٢}) + \overleftarrow{م_٣} = \overleftarrow{م_١} + (\overleftarrow{م_٢} + \overleftarrow{م_٣})$ (الخاصية التجميعية)

٣) $\overleftarrow{م_١} + \overleftarrow{٠} = \overleftarrow{٠} + \overleftarrow{م_١} = \overleftarrow{م_١}$ (العنصر المحايد)

٤) $\overleftarrow{م_١} + (-\overleftarrow{م_١}) = (-\overleftarrow{م_١}) + \overleftarrow{م_١} = \overleftarrow{٠}$ (النظير الجمعي)

٥) أ $(\overleftarrow{م_١} + \overleftarrow{م_٢}) =$ أ $\overleftarrow{م_١} +$ أ $\overleftarrow{م_٢}$

٦) $(أ + ب)(\overleftarrow{م_١}) =$ أ $\overleftarrow{م_١} +$ ب $\overleftarrow{م_١}$

٧) $|أ \overleftarrow{م_١}| = |أ||\overleftarrow{م_١}|$

الأنشطة والتدريبات:

نشاط

اكتب اسم الخاصية لكل مما يأتي

حيث : $\overleftarrow{م_١}، \overleftarrow{م_٢}، \overleftarrow{م_٣}$ ثلاثة متجهات في المستوى:

١) $\overleftarrow{م_١} + (-\overleftarrow{م_١}) = (-\overleftarrow{م_١}) + \overleftarrow{م_١} = \overleftarrow{٠}$ خاصية .....

٢) $(\overleftarrow{م_١} + \overleftarrow{م_٢}) + \overleftarrow{م_٣} = \overleftarrow{م_١} + (\overleftarrow{م_٢} + \overleftarrow{م_٣})$ خاصية .....

٣) $\overleftarrow{م_١} + \overleftarrow{٠} = \overleftarrow{٠} + \overleftarrow{م_١} = \overleftarrow{م_١}$ خاصية العنصر المحايد

٤) $\overleftarrow{م_١} + \overleftarrow{م_٢} = \overleftarrow{م_٢} + \overleftarrow{م_١}$ خاصية .....

تدريب

جد ناتج ما يلي:

١) $(-١، ٤) + \overleftarrow{٠} =$ .....

٢) $(٣، ٢) - + (٣، ٢) =$ .....

الأهداف

١- يوضح الطالب مفهوم المعادلة المتجه.
٢- يحل الطالب معادلة متجه.

تلخيص المحتوى:

حل المعادلة المتجهة يعني إيجاد قيمة المتجه المجهول في المعادلة باستخدام خواص العمليات على المتجهات

الأنشطة والتدريبات:

نشاط

أحل المعادلة المتجهية : $\overleftarrow{س} + \overleftarrow{أ}٣ = \overleftarrow{ب}٢$ ، حيث: $\overleftarrow{أ} = (١-، ١)$ ، $\overleftarrow{ب} = (٣،٢-)$

$$\overleftarrow{س} + ٣(١-، ١) = ٢(٣،٢-)$$

$$\overleftarrow{س} + (٣-، ٣) = (\ldots\ ،\ \ldots\ )$$

$$\overleftarrow{س} = (٦،٤-) - (\ldots\ ،\ \ldots\ ) = (\ldots\ ،\ \ldots\ )$$

تدريب

أحل المعادلة المتجهية : $٣\overleftarrow{س} - ٥\overleftarrow{ب} = ٤\overleftarrow{أ}$ ، حيث: $\overleftarrow{أ} = (١،٢)$ ، $\overleftarrow{ب} = (٢-، ١-)$

تدريب إضافي

إذا كان $\overleftarrow{أ} = (١، ٢)$، $\overleftarrow{ب} = (٢-، ٤)$، $\overleftarrow{جـ} = (٦-، ٨)$ ، جد: المتجه $\overleftarrow{س}$ حيث: $٢\overleftarrow{س} + \overleftarrow{ب} = \overleftarrow{أ} - \overleftarrow{جـ}٢$

إرشادات للطالب:

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو
يشرح محتوى البطاقة (١٢)
"العمليات على المتجهات"

الأهداف

١- يكتب المتجه في الوضع القياسي في الفراغ.
٢- يكتب المتجه بدلالة متجهات الوحدة الأساسية في الفراغ.
٣- يجد قيم متغيرات عند تساوي متجهات في الفراغ.

تلخيص المحتوى:

- إذا كانت أ$(س_١ ، ص_١ ، ع_١)$ ، ب$(س_٢ ، ص_٢ ، ع_٢)$ ، فإن $\overleftarrow{أب} = ب - أ$
- متجهات الوحدة الأساسية في الفراغ هي: $\overleftarrow{و_١}، \overleftarrow{و_٢}، \overleftarrow{و_٣}$

$\overleftarrow{و_١} = (١،٠،٠)$ ، $\overleftarrow{و_٢} = (٠،١،٠)$ ، $\overleftarrow{و_٣} = (٠،٠،١)$

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

إذا كان أ$(٢ ، ٤ ، -٣)$ ، ب $(٥ ، ١ ، -٢)$ نقطتين في الفراغ، جد:

١) $\overleftarrow{أب} = ب - أ = (٥ ، ١ ، -٢) - (.... ، .... ، ....) = (.... ، .... ، ١)$

٢) بدلالة متجهات الوحدة $\overleftarrow{أب} = ... \overleftarrow{و_١} - ٣ \overleftarrow{و_٢} + \overleftarrow{و_٣}$

نشاط (٢)

إذا كان $\overleftarrow{أ} = \left(\frac{ل}{٢} ، ٩،٢ - \right)$ ، $\overleftarrow{ب} = (-٥ ، -٢ ، ٩)$ متجهين في الفراغ وكان $\overleftarrow{أ} = \overleftarrow{ب}$ ، جد قيمة ل

$\left(\frac{ل}{٢} ، ٩،٢ - \right) = (.... ، .... ، ....)$ ومنها: $\frac{ل}{٢} = -٥ \leftarrow$ ل $= ....$

تدريب

إذا كان $\overleftarrow{م_١} = \left(\sqrt{ل} ، لـو_٢ ٨، ٢^{هـ}\right)$ ، $\overleftarrow{م_٢} = (٤ ، ٣ ، ٨ل)$ متجهين في الفراغ

وكان $\overleftarrow{م_١} = \overleftarrow{م_٢}$ ، اكتب $\overleftarrow{م_١}$ بدلالة متجهات الوحدة.

الأهداف

١- يجمع المتجهات في الفراغ جبرياً.
٢- يطرح المتجهات في الفراغ جبرياً.
٣- يضرب المتجه في عدد حقيقي في الفراغ.

تلخيص المحتوى:

يمكن تطبيق جميع العمليات على المتجهات في الفراغ بنفس الطريقة والخواص التي تم تطبيقها في المستوى.

الأنشطة والتدريبات:

نشاط

إذا كان أ(-١، ٥، ٢) ، ب(٦، -٢، ٤)، جـ(٣، ١، ٧) ثلاث نقاط في الفراغ، جد:

١) $\overleftarrow{أب} = ب - أ = (٦، -٢، ٤) - (-١، ٥، ٢) = (\ldots، \ldots، \ldots)$

٢) $\overleftarrow{أجـ} = جـ - أ = (\ldots، \ldots، \ldots) - (\ldots، \ldots، \ldots) = (\ldots، \ldots، \ldots)$

٣) $\overleftarrow{بجـ} = جـ - ب = (\ldots، \ldots، \ldots) - (\ldots، \ldots، \ldots) = (\ldots، \ldots، \ldots)$

٤) $\overleftarrow{أب} + \overleftarrow{بجـ} = (٧، -٧، ٢) + (\ldots، \ldots، \ldots) = (\ldots، \ldots، \ldots)$

٥) $\overleftarrow{أجـ} - \overleftarrow{جب} = (٤، -٤، ٥) - (\ldots، \ldots، \ldots) = (\ldots، \ldots، \ldots)$

٦) $٤\overleftarrow{أب} = ٤(٧، -٧، ٢) = (\ldots، \ldots، \ldots)$

٧) $-٢\overleftarrow{أجـ} = -٢(\ldots، \ldots، \ldots) = (\ldots، \ldots، \ldots)$

تدريب

إذا كان $\overleftarrow{أ} = (-٦، ٤، ٢)$ ، $\overleftarrow{ب} = (٣، ١، -٥)$ متجهين في الفراغ، جد ما يلي:

١) $-٥\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب}$

٢) $\overleftarrow{ب} - ٣\overleftarrow{أ}$

٣) $٢\left(\overleftarrow{أ} - \overleftarrow{ب}\right)$

٤) $-٣\left(\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب}\right)$

الأهداف

١- يجد متجه وحدة باتجاه متجه في الفراغ.

٢- يحل الطالب معادلة متجه.

تلخيص المحتوى:

إذا كان $\overleftarrow{م}$ متجهاً غير صفري ، فإن متجه الوحدة باتجاه $\overleftarrow{م}$ هو $\hat{م}$ حيث : $\hat{م} = \frac{\overleftarrow{م}}{|\overleftarrow{م}|}$

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

إذا كان $\overleftarrow{م} = (٢، -١، -٢)$ متجه في الفراغ، جد:

١) متجه وحدة باتجاه $\overleftarrow{م}$: $\hat{م} = \frac{\overleftarrow{م}}{|\overleftarrow{م}|} = \frac{(٢، -١، -٢)}{٣} = (\frac{٢}{٣}، -، -)$

٢) متجه عكس اتجاه $\overleftarrow{م}$ وطولهُ ٣وحدات: .....

٣) متجه باتجاه $\overleftarrow{م}$ وطولهُ ٥ أمثال طول المتجه $\overleftarrow{م}$: ٥ $(٢، -١، -٢) = (...، ...، ...)$

نشاط (٢)

إذا كان $\overleftarrow{م} = (٣، ١، ٤)$ ، $\overleftarrow{ن} = (٥، ٢، -٦)$ متجهان في الفراغ،

جد المتجه $\overleftarrow{س}$ حيث $\overleftarrow{س} + ٣\overleftarrow{م} = و_{٣}\overleftarrow{ن}$

$\overleftarrow{س} + ٣(...، ...، ...) = (٠، ٠، ١) + (...، ...، ...)$

$\overleftarrow{س} + (...، ...، ...) = (...، ...، ...)$

$\overleftarrow{س} = (...، ...، ...) - (...، ...، ...)$

إرشادات للطالب:

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو
يشرح محتوى البطاقة (١٥)
"المتجهات في الفراغ"

الأهداف

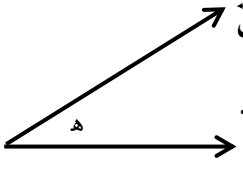
١- يتعرف مفهوم الضرب القياسي لمتجهين.

٢- يجد الضرب القياسي لمتجهين معلومين باستخدام التعريف.

تلخيص المحتوى:

تعريف الضرب القياسي

إذا كان $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ متجهان غير صفريين، فإن $\overleftarrow{أ}\cdot\overleftarrow{ب} = |\overleftarrow{أ}|\,|\overleftarrow{ب}|$ جتاهـ، حيث هـ الزاوية الصغرى بين المتجهين $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ ، حيث هـ $\in [0 ، \pi]$، حيث يكون الضرب القياسية كمية عددية.



$\overleftarrow{أ}\cdot\overleftarrow{ب}$ = كمية قياسية (عدد)

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

إذا كان $|\overleftarrow{أ}| = ٦ ،$ $|\overleftarrow{ب}| = ٨$ ، الزاوية بينهما $= ٦٠^\circ$ ، فإن $\overleftarrow{أ}\cdot\overleftarrow{ب} = |\overleftarrow{أ}|\,|\overleftarrow{ب}|$ جتاهـ $=$ ....

نشاط (٢)

أكمل ما يلي:

١) $\overleftarrow{و_١}\cdot\overleftarrow{و_١} = ١ \times ١ \times$ جتا٠$^\circ$ = ...

٢) $\overleftarrow{و_١}\cdot\overleftarrow{و_٢} = ١ \times ١ \times$ جتا٩٠$^\circ$ = ...

٣) $\overleftarrow{و_١}\cdot -\overleftarrow{و_١} =$ .... $\times$ .... $\times$ جتا١٨٠$^\circ$ = ...

تدريب

إذا كان $|\overleftarrow{أ}| = ٢\sqrt{٣} ،$ $|\overleftarrow{ب}| = ١٠$ ، الزاوية بينهما $= ٣٠^\circ$ ، أوجد $\overleftarrow{أ}\cdot\overleftarrow{ب}$.

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو
يشرح محتوى البطاقة (١٦)
"ضرب المتجهات"

الأهداف

١- يذكر خصائص الضرب (القياسي) الداخلي للمتجهات

٢- يجد الضرب القياسي لمتجهين معلومين باستخدام التعريف.

تلخيص المحتوى:

خصائص الضرب (القياسي) الداخلي:

إذا كان $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ ، $\overleftarrow{جـ}$ متجهاتٍ غيرَ صفريةٍ و كان د $\in$ ح* ، فإنّ

١) $\overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{أ} = |\overleftarrow{أ}|^{٢}$ لماذا ؟

٢) $\overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{ب} = \overleftarrow{ب} \cdot \overleftarrow{أ}$ (الخاصية التبديلية) لماذا؟

٣) $\overleftarrow{أ} \cdot (\overleftarrow{ب} + \overleftarrow{جـ}) = (\overleftarrow{أ} \cdot ب) + (\overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{جـ})$ (التوزيع من اليمين)

٤) $(\overleftarrow{ب} + \overleftarrow{جـ}) \cdot \overleftarrow{أ} = (\overleftarrow{ب} \cdot \overleftarrow{أ}) + (\overleftarrow{جـ} \cdot \overleftarrow{أ})$ (التوزيع من اليسار)

٥) $د(\overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{ب}) = (د\overleftarrow{أ}) \cdot \overleftarrow{ب} = \overleftarrow{أ} \cdot (د\overleftarrow{ب})$ لكل د $\in$ ح*

الأنشطة والتدريبات:

نشاط

إذا كان $\overleftarrow{أ} = (٣، ٤)$ ، $\overleftarrow{ب} = (٢، ١)$ ، أوجد :

١) $\overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{أ} = (٣، ٤) \cdot (٣، ٤) =$ .....

٢) $\overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{أ} - =$ .....

٣) $\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب} = (... ، ...) + (... ، ...) = (... ، ...)$

٤) $(\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب}) \cdot \overleftarrow{أ} + (\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب}) \cdot \overleftarrow{ب} =$ .....

تدريب

إذا كان $\overleftarrow{أ} = (٢، ٣)$ ، $\overleftarrow{ب} = (١، -٤)$ ، أوجد :

١) $(\overleftarrow{أ} - \overleftarrow{ب}) \cdot (\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب})$ ٢) $|\overleftarrow{أ}|^{٢} + |\overleftarrow{ب}|^{٢}$ ٣) ماذا تلاحظ؟

الأهداف

١- يذكر نص نظرية الضرب القياسي.
٢- يطبق نظرية الضرب القياسي في حل تمارين منتمية.

تلخيص المحتوى:

نظرية: إذا كان $\overleftarrow{أ} = (أ_١، أ_٢)$، $\overleftarrow{ب} = (ب_١، ب_٢)$ ، فإن $\overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{ب} = أ_١ ب_١ + أ_٢ ب_٢$

ويمكن تعميم النظرية من المستوى إلى الفراغ: إذا كان $\overleftarrow{أ} = (أ_١، أ_٢، أ_٣)$، $\overleftarrow{ب} = (ب_١، ب_٢، ب_٣)$

فإن $\overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{ب} = أ_١ ب_١ + أ_٢ ب_٢ + أ_٣ ب_٣$

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

إذا كان $\overleftarrow{أ} = (٤، ٥)$، $\overleftarrow{ب} = (-١، ٢)$ ، فإن $\overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{ب} = ٥ \times -٢ + ... \times .... = ...$

نشاط (٢)

إذا كان $\overleftarrow{أ} = (٢، ١، -٣)$، $\overleftarrow{ب} = (-٤، ٥، ٢)$ فإن $\overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{ب} = ٢ \times -٤ + ... \times ... + ... \times ... = ...$

تدريب (١)

إذا كان $\overleftarrow{أ} = (-١، ٣)$، $\overleftarrow{ب} = (-٤، ٢)$ ، **أوجد** $\overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{ب}$؟

تدريب (٢)

إذا كان $\overleftarrow{أ} = (٦، ٢، -٥)$ ، $\overleftarrow{ب} = (٣، ١، ٤)$ ، **أوجد** $\overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{ب}$؟

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو
يشرح محتوى البطاقة (١٨)
الضرب القياسي

الأهداف

١- يستخدم الضرب القياسي في اثبات تعامد متجهين.

٢- يوظف تعامد متجهين في حل مسائل منتمية.

تلخيص المحتوى:

نتيجة: يكون المتجهان غير الصفريين $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ ، متعامدين إذا وفقط إذا كان $\overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{ب}$ = صفراً.

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

أي زوج من أزواج المتجهات الآتية متعامدة؟

١) $\overleftarrow{أ} = (٢ ، ٤-، ٣-)$ ، $\overleftarrow{ب} = (٥ ، ٢ ، ٦)$ .....

٢) $\overleftarrow{م_{١}} = (٢ ، ٧-)$ ، $\overleftarrow{م_{٢}} = (١٤ ، ٤-)$ .....

نشاط (٢)

إذا كان $\overleftarrow{أ} \perp \overleftarrow{ب}$ وكان $\overleftarrow{أ} = (٣ ، ٥-)$ ، $\overleftarrow{ب} = (س ، ٦)$ ، فما قيمة س؟

$\because \overleftarrow{أ} \perp \overleftarrow{ب} \leftarrow \therefore \overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{ب}$ = صفراً.

$(٣ ، ٥-) \cdot (س ، ٦) = ٠$

$٣ \times س + ... \times .... = ٠$

$٣س = ... \leftarrow س = ...$

تدريب

إذا كان $\overleftarrow{أ} \perp \overleftarrow{ب}$ وكان $\overleftarrow{أ} = (-٤ ، ٢س)$ ، $\overleftarrow{ب} = (٨ ، س)$ ، فما قيمة / قيم س ؟

تدريب اضافي

إذا كان $\overleftarrow{أ} = (٢جتاس ، ١-)$ ، $\overleftarrow{ب} = (جتاس ، جتاس)$ ، وكان $\overleftarrow{أ} \perp \overleftarrow{ب}$ ، $س \in]٠ ، ٢\pi[$ ، فما قيم س؟

الأهداف

١- يتعرف مفهوم الزوايا الاتجاهية للمتجه.

٢- يجد الزوايا الاتجاهية لمتجه في الفراغ.

تلخيص المحتوى:

إذا كان $\overleftarrow{أ} = (\overleftarrow{أ_١}، \overleftarrow{أ_٢}، \overleftarrow{أ_٣})$ ، وكانت $هـ_١$ ، $هـ_٢$ ، $هـ_٣$ قياسات الزوايا التي يصنعها المتجه مع المحاور الاحداثية الموجبة س، ص، ع على الترتيب، فإن:

١) $جتا هـ_١ = \frac{أ_١}{|\overleftarrow{أ}|}$ ، $جتا هـ_٢ = \frac{أ_٢}{|\overleftarrow{أ}|}$ ، $جتا هـ_٣ = \frac{أ_٣}{|\overleftarrow{أ}|}$

٢) $جتا^٢ هـ_١ + جتا^٢ هـ_٢ + جتا^٢ هـ_٣ = ١$

٣) $جا^٢ هـ_١ + جا^٢ هـ_٢ + جا^٢ هـ_٣ = ٢$

٤) تسمى الزوايا الاتجاهية للمتجه، وهي الزوايا التي تحدد اتجاه المتجه في الفراغ.

الأنشطة والتدريبات:

نشاط

أجد قياسات الزوايا التي يصنعها المتجه $\overleftarrow{أ} = (١ ، ٠ ، \sqrt{٣})$ مع المحاور الإحداثية الموجبة.

١) $جتا هـ_١ = \frac{أ_١}{|\overleftarrow{أ}|} = \frac{١}{٢} \leftarrow هـ_١ = \ldots\ldots$ درجة

٢) $جتا هـ_٢ = \frac{أ_٢}{|\overleftarrow{أ}|} = \ldots\ldots \leftarrow هـ_٢ = \ldots\ldots$ درجة

٣) $جتا هـ_٣ = \ldots\ldots = \ldots\ldots \leftarrow هـ_٣ = \ldots\ldots$ درجة

تدريب

أجد قياسات الزوايا التي يصنعها كل من:

المتجه $\overleftarrow{أ} = (١ ، ٠ ، -١)$ ، المتجه $\overleftarrow{ب} = (٤ ، ٣ ، ٠)$ مع المحاور الإحداثية الموجبة.

الأهداف

١- يتعرف الضرب الخارجي لمتجهين.
٢- يجد الضرب الخارجي لمتجهين باستخدام التعريف.

تلخيص المحتوى:

تعريف: إذا كان $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ متجهين غير صفريين، وكان قياس الزاوية الصغرى المحصورة بينهما هـ فإن حاصل الضرب الخارجي: $\overleftarrow{أ} \times \overleftarrow{ب} = |\overleftarrow{أ}||\overleftarrow{ب}|$ جا هـ $\overleftarrow{ن}$ ، حيث $\overleftarrow{ن}$ متجه وحدة $\perp \overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ ، هـ $\in [0، \pi]$

قانون: جتا هـ $= \dfrac{\overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{ب}}{|\overleftarrow{أ}||\overleftarrow{ب}|}$

قانون: $|\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب}|^{٢} = |\overleftarrow{أ}|^{٢} + |\overleftarrow{ب}|^{٢} + ٢|\overleftarrow{أ}||\overleftarrow{ب}|$ جتا هـ

ملاحظة: ناتج الضرب الاتجاهي (الخارجي) كمية متجهة لذا سمي بالضرب الاتجاهي أو الضرب المتجهي.

خواص الضرب الخارجي:

أ) $\overleftarrow{أ} \times \overleftarrow{ب} = -(\overleftarrow{ب} \times \overleftarrow{أ})$

ب) $\overleftarrow{أ} \times \overleftarrow{أ} =$ صفر

ج) $\overleftarrow{أ} \times \overleftarrow{ب} = \overleftarrow{٠} \Leftrightarrow \overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ متوازيان

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

إذا كان $\overleftarrow{أ} = ٨$ وحدات، $\overleftarrow{ب} = ٦$ وحدات، وقياس الزاوية الصغرى المحصورة بين المتجهين ٣٠°، أجد:

١) $\overleftarrow{أ} \times \overleftarrow{ب} = |\overleftarrow{أ}||\overleftarrow{ب}|$ جا هـ $\overleftarrow{ن} = ٨ \times \ldots\ldots \times \ldots\ldots = ٢٤ \overleftarrow{ن}$ (٢٤ مقدار، $\overleftarrow{ن}$ الاتجاه)

٢) $|\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب}|^{٢} = |\overleftarrow{أ}|^{٢} + |\overleftarrow{ب}|^{٢} + ٢|\overleftarrow{أ}||\overleftarrow{ب}|$ جتا هـ

$|\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب}|^{٢} = ٦٤ + \ldots\ldots + ٢ \times \ldots\ldots \times \ldots\ldots$ جتا $\ldots\ldots \approx ١٨٣$

$|\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب}| = \sqrt{١٨٣} \approx \ldots\ldots$

نشاط (٢)

إذا كان $\overleftarrow{أ} = (١، ٤، ٣)$ ، $\overleftarrow{ب} = (٣، ١٢، ٩)$ ، أجد:

١) **قياس الزاوية بين المتجهين.**

نحسب قياس الزاوية من القانون: $\text{جتاهـ} = \dfrac{\overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{ب}}{|\overleftarrow{أ}||\overleftarrow{ب}|}$

$$\text{جتاهـ} = \frac{(\ldots \times \ldots) + (\ldots \times \ldots) + (٣ \times ١)}{\ldots \times \sqrt{٢٦}} = \frac{}{\sqrt{٣٣٤}\sqrt{٢٦}} = ١$$

قياس الزاوية هـ =..... درجة، ونستنتج أن المتجهين ..... وفي نفس الاتجاه

٢) $\overleftarrow{أ} \times \overleftarrow{ب} = |\overleftarrow{أ}||\overleftarrow{ب}| \text{جا}هـ\overleftarrow{ن} = \ldots \times \ldots \times \ldots = \ldots \overleftarrow{ن}$

تدريب (١)

إذا كان $|\overleftarrow{أ} \times \overleftarrow{ب}| = ٤٠\sqrt{٢}$ ، $|\overleftarrow{أ}| = ١٦$ ، $|\overleftarrow{ب}| = ٥$ **وحدات، أوجد قياس الزاوية بين المتجهين.**

تدريب (٢)

إذا كان $\overleftarrow{أ} = (س، ص)$ ، $\overleftarrow{ب} = (١، \sqrt{٣})$، **س ، ص** $\in$ **ط ، قياس الزاوية بين المتجهين** ٦٠° ، **وكان** $|\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب}| = \sqrt{١٢}$ ، **أوجد المتجه** $\overleftarrow{أ}$

إرشادات للطالب:

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو
يشرح محتوى البطاقة (٢١)
الضرب الخارجي

الأهداف

١- يذكر التطبيقات الهندسية للضرب الخارجي.
٢- يوظف الضرب الخارجي لحساب مساحة سطح أشكال هندسية

تلخيص المحتوى:

أحد التطبيقات الهندسية للضرب الخارجي هو إيجاد مساحة سطح مثلث ومساحة سطح متوازي أضلاع.

الأنشطة والتدريبات:

نشاط

المتجهان، $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ يمثلان ضلعين متجاورين في متوازي أضلاع حيث: $|\overleftarrow{أ}| = ٨$ وحدات، $|\overleftarrow{ب}| = ٦$ وحدات

الزاوية بين المتجهين $= ٣٠^\circ$، أكمل:

١) مساحة متوازي الأضلاع $|\overleftarrow{أ}| \times |\overleftarrow{ب}|$ جاهـ $= ٨ \times \ldots\ldots \times \ldots\ldots = ٢٤$ وحدة مربعة

٢) مساحة المثلث المشترك معه في القاعدة والارتفاع $= \frac{١}{٢}$ مساحة متوازي الأضلاع

$= \frac{١}{٢} \times |\overleftarrow{أ} \times \overleftarrow{ب}| = \frac{١}{٢} \times \ldots\ldots = ١٢$ وحدة مربعة.

تدريب

إذا كان: $\overleftarrow{م_١}$ ، $\overleftarrow{م_٢}$ يمثلان ضلعين متجاورين في متوازي أضلاع، حيث: $|\overleftarrow{م_١}| - |\overleftarrow{م_٢}| = ١٢$ وحدة

$|\overleftarrow{م_١}| + |\overleftarrow{م_٢}| = ٢٠$، وقياس الزاوية بين المتجهين $\overleftarrow{م_١}$ ، $\overleftarrow{م_٢}$ $= ٣٠^\circ$، أجد مساحة متوازي الأضلاع

إرشادات للطالب:

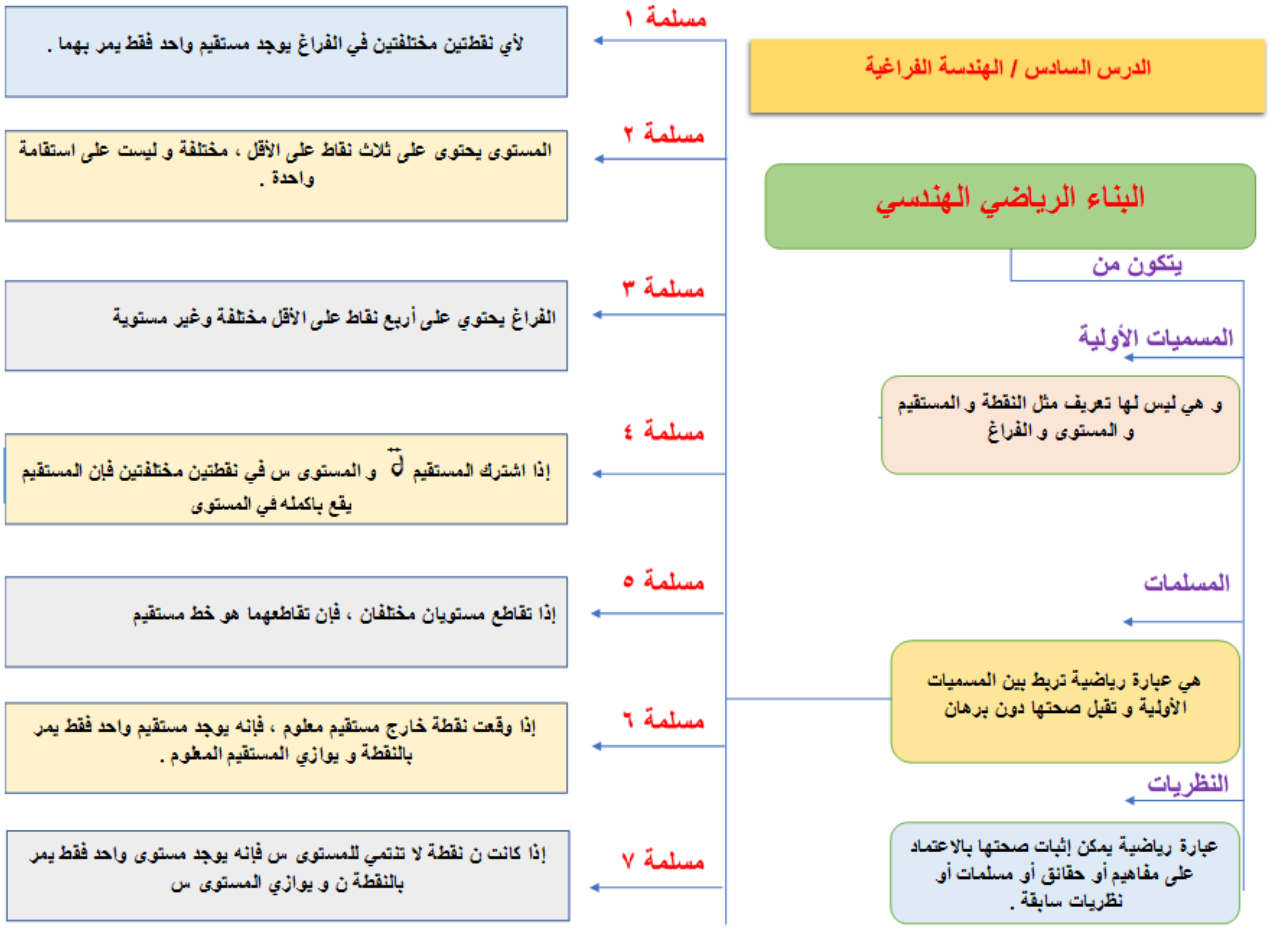
تستخدم المتجهات في إثبات بعض الخواص الهندسية مثل:

أ) قطرا المعين والمربع متعامدان.
ب) قطرا المستطيل ومتوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.
ج) مساحة متوازي الأضلاع $= |\overleftarrow{أ} \times \overleftarrow{ب}|$ ، حيث $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ ضلعان متجاوران في متوازي الأضلاع.
د) القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث وتساوي نصف طوله.
هـ) الشكل الرباعي المكون من توصيل منصفات أضلاع أي شكل رباعي هو متوازي أضلاع.
و) الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة قائمة.
ز) المساحة الجانبية للأسطوانة $= ٢\pi$ نق ع

الأهداف

١- يذكر مكونات البناء الرياضي
٢- يعرّف مفهوم المسلمات الأولية.
٣- يعرّف مفهوم المسلمة.
٤_ يعرّف مفهوم النظرية.
٥- يتعرف إلى بعض المسلمات الهندسية.
٦- يوضح مفهوم النقاط المستقيمة.
٧- يوضح مفهوم النقاط المستوية.

تلخيص المحتوى:



النقاط المستقيمة: هي النقاط التي تقع على خط مستقيم واحد أما النقاط المستوية: هي التي تقع في مستوى واحد .

يمكننا تحديد المستوى من خلال:

١) ثلاث نقاط غير مستقيمة ٢) مستقيم ونقطة لا تقع عليه ٣) مستقيمين متوازيين ٤) مستقيمين متقاطعين.

الأنشطة والتدريبات:

نشاط

أكمل الفراغات التالية من بين الكلمات:

(الفراغ، النظرية، النقاط المستوية، المسلمة، النقاط المستقيمة، المستوى)

١) ..... هو السطح الذي لو أخذنا عليه نقطتين ووصل بينهما بمستقيم لوقع المستقيم بتمامه على هذا السطح

٢) ..... يحوي جميع المستويات.

٣) ..... عبارة رياضية تقبل بصحتها بدون برهان.

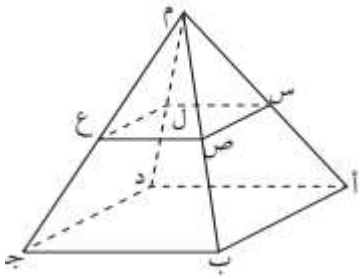
٤) ..... عبارة رياضية لا بصحتها بدون برهان.

٥) ..... هي النقاط التي تقع على خط مستقيم واحد.

٦) ..... هي النقاط التي تقع في نفس المستوى.

تدريب

انظر للشكل المجاور / ثم أسمي:



١) ٣ مستقيمات

٢) ٣مستويات

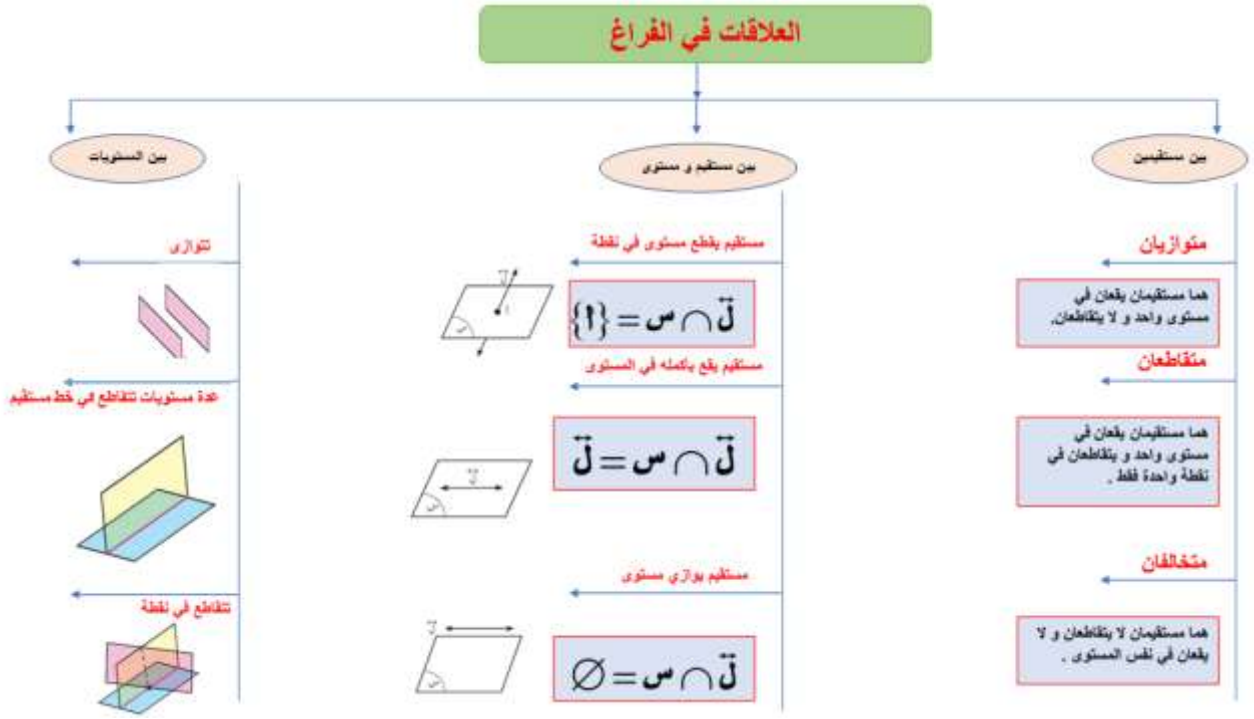
إرشادات للطالب :

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو
يشرح محتوى البطاقة (٢٣)
"الهندسة الفراغية"

الأهداف

١- يتعرف العلاقة بين مستقيمين في الفراغ.
٢- يتعرف العلاقة بين مستقيم ومستوى في الفراغ.
٣- يتعرف العلاقة بين المستويات في الفراغ.

تلخيص المحتوى:



الأنشطة والتدريبات:

نشاط

أكمل الفراغات التالية بما يناسبها:

١) المستقيمان العموديان على مستوى واحد يكونان .....

٢) المستقيمان اللذان لا يجمعهما مستوى واحد ولا يتقاطعان مستقيمان .....

٣) المستقيمان اللذان لا يتقاطعان ولا يجمعهما مستوى واحد هما مستقيمان .....

٤) يمكن للمستويات في الفراغ أن تتوازى وتتقاطع في ..... وتتقاطع في .....

٥) إذا كان المستوى س يوازي المستوى ص وكان $\overleftrightarrow{م} \perp$ ص ، فإن $\overleftrightarrow{م} \perp$ ....

٦) عدد المستقيمات التي يمكن رسمها من ٥ نقاط مختلفة $= \binom{٥}{٢} =$ .....

السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

١) ما إحداثيات النقطة أ$(١-ك، ٢ك، ك+٣)$ حيث أ تقع في المستوي س ص؟

أ) $(٤، -٦، ٠)$ ب) $(٤، ٦، ٠)$ جـ) $(٥، -٦، ٠)$ د) $(٤، -٢، ٠)$

٢) متجهان طول أحدهما ضعفي الآخر، الزاوية بينهما $= ٦٠^\circ$ ،وحاصل ضربهما الداخلي $= ٤$، يكون طولهما...

أ) ٢، ٤ ب) ٤، ٨ جـ) ١٦، ٨ د) ١، ٤

٣) إذا توازي مستويين في الفراغ، $\overleftarrow{ل} \subset$ المستوي س، $\overleftarrow{م} \subset$ المستوي ص، فإن العلاقة بين $\overleftarrow{ل}$ ، $\overleftarrow{م}$ هي.....

أ) توازي ب) تقاطع جـ) توازي أو تخالف د) تقاطع أو تخالف

٤) ما عدد المستويات التي يمكن تكوينها من ٤ نقاط مختلفة ؟

أ) ٤ ب) ٢ جـ) ٥ د) ٣

٥) إذا كان $\overleftarrow{أ} = (س + ص، ٥)$ ، $\overleftarrow{ب} = (١١، س - ص)$ ، $\overleftarrow{أ} = \overleftarrow{ب}$ ، فما قيمتي س ، ص علي الترتيب ؟

أ) ٨، ٣ ب) ٣، ٨ جـ) ٦، ٥ د) ٥، ٦

٦) ما قياس الزاوية بين المتجهين $(-١، ١، ٠)$ ، $(٢، ١، ٠)$ ؟

أ) π ب) صفر° جـ) $\pi \frac{٢}{٣}$ د) $\pi \frac{٣}{٤}$

٧) إذا كانت أ$(-٥، -٤، -٣)$ هي نقطة بداية $\overleftarrow{أب} = (٠، ١، -١)$ ، فما إحداثيات نقطة نهايته ؟

أ) $(-٥، -٥، -٢)$ ب) $(-٥، -٣، -٤)$ جـ) $(٥، ٥، ٢)$ د) $(٥، ٣، ٤)$

٨) $\overleftarrow{أب} - \overleftarrow{أب} =$

أ) صفر ب) $٢\overleftarrow{أب}$ جـ) $\overleftarrow{٠}$ د) $-٢\overleftarrow{أب}$

٩) $\overleftarrow{و_١} \cdot (\overleftarrow{و_٢} \times \overleftarrow{و_٣}) =$ .....

أ) $|\overleftarrow{و_١}|^٢$ ب) $\overleftarrow{٠}$ جـ) ٠ د) $\overleftarrow{و_١}$

١٠) ما مساحة المثلث حيث $|\overleftarrow{أ}|$ ، $|\overleftarrow{ب}|$ ضلعين متجاورين، $\overleftarrow{أ} = (١، \sqrt{٣})$ ، $\overleftarrow{ب} = (-١، \sqrt{٣})$ =(١ ، $\sqrt{٣}$)؟

أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ب) $\sqrt{٣}$ جـ) $٢\sqrt{٣}$ د) ٢

السؤال الثاني: أجب عما يأتي:

١) إذا كان $\overleftarrow{أ} = (-٦، ٤، ٢)$ ، $\overleftarrow{ب} = (٨، -٢، ٤)$ ، أوجد

أ) $\overleftarrow{أ} + ٢\overleftarrow{ب}$

ب) متجه طوله ٥ وحدات ويوازي $\overleftarrow{ب}$

ج) متجه وحدة باتجاه $(\overleftarrow{أ} - \overleftarrow{ب})$

د) متجه طوله ٣ وحدات وعكس المتجه $\overleftarrow{أ}$

٢) إذا كانت أ نقطة تقع في الفراغ ، في الثمن الأول ، وكانت الزوايا الاتجاهية للمتجه $\overleftarrow{أ}$ هي :

$هـ_١، هـ_٢، هـ_٣$ ، حيث : $هـ_١ = ٤٥^\circ$ ، $هـ_٢ = ٦٠^\circ$ ، فأوجد $هـ_٣$

السؤال الثالث: أجب عما يأتي:

١) إذا كان $|\overleftarrow{أ}| = ٦$ وحدات ، $|\overleftarrow{ب}| = ١٠$ وحدات ، $هـ = ٦٠^\circ$ ، فأوجد :

أ) $\overleftarrow{أ} \cdot \overleftarrow{ب}$ ب) $\overleftarrow{أ} \times \overleftarrow{ب}$ ج) $|\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب}|$

٢) إذا كان $\overleftarrow{أ} = (جتاس، -جاس)$ ، $\overleftarrow{ب} = (جتاس ، ١ + جاس)$ $\overleftarrow{أ} \perp \overleftarrow{ب}$ ، فأوجد قيمة /قيم س ؟

حيث : $س \in]٠، \pi[$

السؤال الرابع: أجب عما يأتي:

١) إذا كان أ$(٢س، ٢س ، ٥)$ ، جـ$(-١، -٢، ٠)$، $\overline{أب} = ٥\sqrt{٢}$ ، فأوجد قيمة /قيم س؟

٢) إذا كان: $٢(\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{س}) = -٣\overleftarrow{و_١} + ٢\overleftarrow{و_٣}$ وكان $\overleftarrow{أ} = (-١، ١، ٢)$ ، جد $\overleftarrow{س}$

٣) إذا كان : ب$(٢\sqrt{٢}، ٤، ١)$ ، جـ$(\sqrt{٥٠}، ٢ن، -٢)$ وكان $\overleftarrow{بجـ} = (ن\sqrt{٢}، ٢، -ن)$، جد:

أ) قيمة الثابت ن

ب) متجه وحدة عكس اتجاه $\overleftarrow{جـب}$

انتهت الأسئلة

الأهداف

١- يتعرف الطالب مفهوم العبارة الرياضية.

٢- يحكم الطالب على قيمة الصواب للعبارة الرياضية.

٣- يُعرِّف الطالب نفي العبارة الرياضية.

تلخيص المحتوى:

- **العبارة الرياضية:** جملة خبرية إما صائبة أو خاطئة وليس كلاهما.

مثال ١: العبارة "٥ عدد زوجي " هي عبارة رياضية وقيمة الصواب لها "خاطئة"

مثال ٢: جمل لا تمثل عبارة رياضية: شبه الجملة، جملة استفهامية، جملة تعجبية، جملة نداء، جملة منفية، جملة أمر.

- **يرمز للعبارة الرياضية بأحد الرموز الكبيرة مثل:** ف، ل ، ن ، ك ، س ، ص .....
- **قيمة الصواب للعبارة الرياضية:** هو الحكم على العبارة بالصواب أو الخطأ.

مثال: العبارة "٤عدد زوجي" ← قيمة الصواب لها ص

- نفي العبارة الرياضية: أي عكس قيمة الصواب للعبارة الرياضية، فإذا كانت قيمة الصواب للعبارة الرياضية صائبة تصبح خاطئة، وإن كانت خاطئة تصبح صائبة، ومن أمثلة أدوات النفي: ليس صحيحا أن، لم، لن، لا،..

إذا كانت العبارة (ف) فإن نفيها بالرموز (~ ف)

مثال: ف: غزة مدينة ساحلية ← ~ ف:غزة ليست مدينة ساحلية

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

أبيّن أي منها يمثل عبارة رياضية:

١) الأرض تدور حول الشمس (عبارة)

٢) فدوى طوقان شاعرة فلسطينية (.....)

٣) ما أجمل بحر غزة! (ليست عبارة)

٤) ١ عدد أولي (.....)

٥) ما ارتفاع جبل جرزيم؟ (.....)

تدريب (١)

أي من الجمل الآتية تمثل عبارات رياضية وأيها لا تمثل عبارة؟

الجملة	عبارة / ليست عبارة
١) يقع المسجد الأقصى في القدس	
٢) يا طلبتي الأعزاء	
٣) $٢^{٣} = ٢٣$	
٤) سجل أنا عربي	

نشاط (٢)

أكتب قيم الصواب لكل من العبارات الرياضية الآتية:

١) ق(س)=س٢ اقتران فردي (عبارة خاطئة)

٢) الصفر عدد نسبي (.....)

٣) $\sqrt[٣]{٤٥} > \sqrt[٣]{١٣٥}$ (.....)

٤) عدد زوجي (عبارة صائبة)

تدريب (٢)

أكتب قيمة الصواب فيما يلي:

العبارة	قيمة الصواب
١) القدس عاصمة فلسطين.	
٢) مجموعة الأعداد الحقيقة منتهية.	
٣) منحنى الاقتران ق(س)= $س^{٣}$ متماثل حول نقطة الأصل.	
٤) ٧ × ٧ = ١٤	

نشاط (٣)

أنفي كل عبارة من العبارات الرياضية الآتية، دون استخدام، ليس صحيحا أن:

١) ٩١ عدد أولي ⟸ النفي: (٩١ عدد غير أولي)

٢) ٧ أحد عوامل ٨٣ ⟸ النفي(.....)

٣) ٢ ≥ ٧ ⟸ النفي: (٢ < ٧)

٤) $\sqrt[٣]{١٥}$ عدد غير حقيقي ⟸ النفي(.....)

تدريب (٣)

انف العبارات الرياضية التالية:

العبارة	نفيها
١) ٢١- ≥ ١٢ .	
٢) ٣ عدد فردي	
٣) ٢+٣=٥	
٤) العدد الزوجي هو العدد الذي يقبل القسمة على ٢ دون باق.	

إرشادات للطالب:

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو
يشرح محتوى البطاقة (٢٦)
" العبارة الرياضية ونفيها"

الأهداف

١- يُعرّف الطالب العبارة المركبة بأدوات الربط (٧، ٨).
٢- يكون الطالب جدول الصواب لعبارة رياضية مركبة بإحدى أدوات الربط (٧، ٨)
٣-يترجم الطالب العبارات اللفظية إلى رموز

تلخيص المحتوى:

جدول الصواب: عبارة عن جدول يوضح إمكانات الصواب والخطأ للعبارة الرياضية.

ف	ن
ص	ص
ص	خ
خ	ص
خ	خ

ملاحظات هامة:

عدد الامكانات لقيم الصواب لعبارة واحدة(ف) يساوي $٢^{١}=٢$ هما (ص ، خ)

عدد الامكانات لقيم الصواب لعبارتين مثل (ف، ن) $=٢^{٢}=٤$ كالجدول المقابل: ←

بشكل عام: عدد الامكانات الممكنة لقيم صواب لعبارة مركبة من عدد ك من العبارات البسيطة يساوي $٢^{ك}$ (حيث ٢ هي قيم الصواب (ص ، خ) و ك عدد العبارات الرياضية البسيطة المكونة للعبارة المركبة).

العبارة البسيطة: هي عبارة مكونة من جملة خبرية واحدة فقط

العبارة المركبة: هي عبارة مكونة من أكثر من عبارة بسيطة مرتبطة معاً بأحد أدوات الربط المنطقية مثل: و(٨)، أو(٧)، إذا كان.. فإن.. (←)، ..إذا وفقط إذا..(↔)

أدوات الربط:

١-أداة الربط (و) رمزها (٨): العبارة المركبة للعبارتين البسيطتين (ف ، ن) بأداة الربط و تكتب على الصورة (ف ٨ ن) وتقرأ (ف و ن).

جدول الصواب

العبارة المركبة بأداة الربط و ٨ صائبة في حالة واحدة فقط وهي عندما تكون كل من العبارتين البسيطتين اللاتي تتكون منهما صائبة.

ف	ن	ف ٨ ن
ص	ص	ص
ص	خ	خ
خ	ص	خ
خ	خ	خ

٢-أداة الربط (أو) رمزها (∨): العبارة المركبة للعبارتين البسيطتين (ف، ن) بأداة الربط أو تكتب على الصورة (ف ∨ ن) وتقرأ (ف أو ن)

جدول الصواب:

العبارة المركبة بأداة الربط أو ∨ خاطئة في حالة واحدة فقط وهي عندما تكون كل من العبارتين البسيطتين اللاتي تتكون منهما خاطئة

ف	ن	ف ∨ ن
ص	ص	ص
ص	خ	ص
خ	ص	ص
خ	خ	خ

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

حدد قيمة الصواب للعبارات التالية:

العبارة	قيمة الصواب
١) الأسد مفترس و الحمامة جارحة	ص ∧ خ = خ
٢) (٦ ∋ ح) و (٢>-٥)	
٣) المثلث مجسم أو الأسطوانة شكل مستوٍ	خ ∨ خ =خ
٤) ١٥ يقبل القسمة على ٥ أو ٣×٨=١٨	
٥) إما المسجد الأقصى أو المسجد الحرام أولى القبلتين.	

تدريب (١)

أكتب قيمة الصواب لكل من العبارات الرياضية المركبة الآتية:

١) يحدث الخسوف للشمس ويحدث الكسوف للقمر.

الحل/.....

٢) الزوج المرتب (٢، ٥) يحقق المعادلة ص=٢س+١ أو النقطة (-٢، -١) تقع في الربع الثالث من المستوى الديكارتي.

الحل/.....

٣) ($\sqrt{-٢}$ ∋ ح) و (π عدد نسبي).

الحل/.....

٤) (٢+٣=٦) ∨ (٤ تقسم على ٢٨ دون باقٍ).

الحل/.....

نشاط (٢)

أعبر عن العبارات الرياضية المركبة الآتية بالكلمات،
وأبين قيمة الصواب لكل منها:

علما بأن: ف: النيون من العناصر النبيلة قيمة صوابها (ص)

ن: الكبريت فلز قيمة صوابها (خ)

(ف ∧ ~ ن)

الحل/.....

(~ ف ∧ ~ ن)

الحل/ .....

(~ ف ∨ ن)

الحل/ .....

تدريب إضافي:

اكتب بالكلمات العبارات المركبة الآتية مبينا قيمة صواب كل منها

علما بأن: ف:٧>١٢ ، ن:٢ عدد نسبي ، م:٣ عدد أولي .

أ. (ن ∨ م) ∧ ~ ف

الحل/.....

ب. (~ م ∧ ف) ∨ ~ ن

الحل/ .....

إرشادات للطالب:

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو يشرح
محتوى البطاقة (٢٧)
" جداول الصواب وأدوات الربط "

الأهداف

١- يُعرّف الطالب العبارة المركبة بأداة ربط شرطية (⟵ ، ↔).

٢- يكون الطالب جدول الصواب لعبارة رياضية مركبة بإحدى أدوات الربط الشرطية (⟵ ، ↔)

٣-يترجم الطالب العبارات اللفظية إلى رموز

تلخيص المحتوى:

١.أداة الربط: (إذا كان ...فإن...):

العبارة المركبة للعبارتين البسيطتين (ف، ن) بأداة الربط إذا كان فإن تكتب على الصورة (ف ⟵ن)

وتقرأ (إذا كان ف فإن ن) أو (ف إذن ن)

جدول الصواب للعبارة: (ف ⟵ ن)

ف	ن	ف ⟵ ن
ص	ص	ص
ص	خ	خ
خ	ص	ص
خ	خ	ص

العبارة الرياضية الشرطية (ف ⟵ ن) تكون خاطئة في حالة واحدة فقط إذا كان مقدمة الشرط صائبة وتاليها خاطئ.

المركبة الأولى للعبارة هي ف وهي مقدمة العبارة الرياضية الشرطية

المركبة الثانية للعبارة هي ن وهي تالي العبارة الرياضية الشرطية

٢.أداة الربط: (... إذا وفقط إذا.....): تسمى أداة الشرط الثنائية

العبارة المركبة للعبارتين البسيطتين (ف، ن) بأداة الربط إذا فقط إذا تكتب على الصورة (ف ↔ ن)

وتقرأ (ف إذا فقط إذا ن)

(ف ↔ ن) تعني (ف ⟵ ن) ∧ (ن ⟵ ف)

جدول الصواب للعبارة: (ف ↔ ن)

ف	ن	ف ↔ ن
ص	ص	ص
ص	خ	خ
خ	ص	خ
خ	خ	ص

العبارة الرياضية الشرطية (ف ↔ ن) تكون صائبة في حالتين عندما تتشابه قيم الصواب للعبارتين ف و ن

ملاحظة:

ف إذا وفقط إذا ن = ن إذا وفقط إذا ف (تعمل بالاتجاهين)

مثال:

ف: الضرب عملية تبديلية على ح، **ن:** أ × ب = ب × أ،(أ ، ب ∈ ح)

الضرب عملية تبديلية إذا وفقط إذا كان أ × ب = ب × أ

أ × ب = ب × أ إذا وفقط إذا كان الضرب عملية تبديلية

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

أكتب قيمة الصواب لكل عبارة من العبارات التالية:

العبارة	قيمة الصواب
١) إذا كان الصفر حلاً للمعادلة س^{٢} = س فإن (٤)$^{\frac{١}{٢}}$ = ٢	ص⟵خ=خ
٢) (٥$^{-١}$ =-٥) ⟵ (√١٨ = ٢ √٣)	
٣) قطرا المستطيل متعامدان إذا وفقط إذا كانت زواياه قوائم	
٤) √٤ = ±٢ ⟷ |-٤| =٤	خ ⟷ ص = خ

تدريب (١)

أكتب قيم الصواب لكل عبارة من العبارات التالية:

العبارة	قيمة الصواب
١) إذا كان الصفر عددا فرديا فإن ١ عددا أوليا	
٢) (-٣ + ٢ = -١ إذا وفقط إذا |-٦|)= ٦	
٣) إذا كانت القدس عاصمة فلسطين فإن غزة مدينة جبلية .	
٤) (٢+ -٥ = ٣)و (-٨ عدد زوجي إذن٥ × -٦ = ٣٠)	
٥) (إذا كان ١٠٠ أحد قوى العشرة) فإما (-٣ > -٢ أو [١,٣] = ٣)	

تدريب (٢)

أعبر بالكلمات عما يلي وأبين قيمة الصواب للعبارة المركبة:

ف:٢٧ يقبل القسمة على ٣ دون باقٍ ، **ن**:المثلث متساوي الأضلاع قياسات زواياه ٦٠° .

م: الوتر أطول أضلاع المثلث قائم الزاوية.

١. ف ⟵ (ن ∨ م)

الحل/.....

٢. ٢. (ن ∧ ف) ⟷ م

الحل/.....

٣. ~ ف ⟷ ن

الحل/.....

٤. ~ ن ⟵ ~ ف

الحل/ .....

تدريب إضافي

أكمل جدول الصواب التالي:

ف	ن	ف ↔ ن	ف ← ن	ن ← ف	(ف ← ن) ∧ (ن ← ف)

سجل ملاحظاتك على قيم صواب كل من ف ↔ ن، (ف ← ن) ∧ (ن ← ف) المتناظرة

ماذا تستنتج؟

إرشادات للطالب:

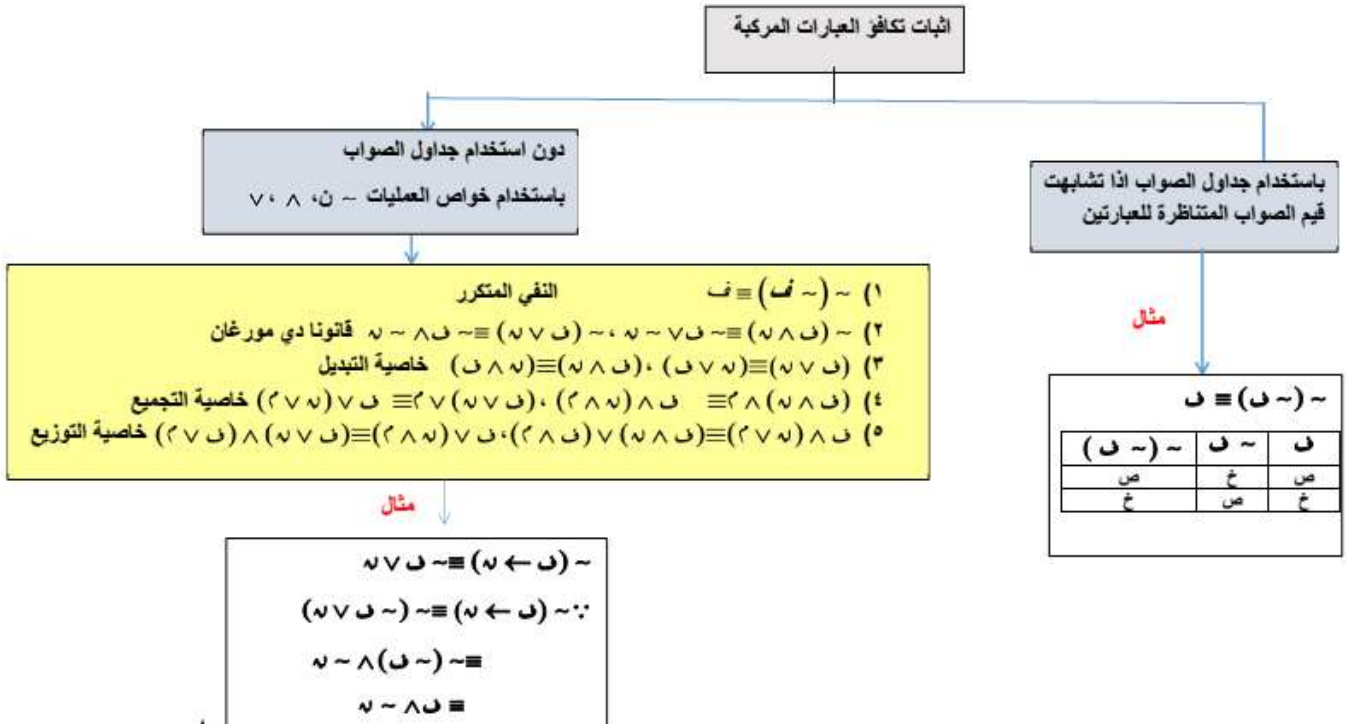
امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع
فيديو يشرح محتوى البطاقة (٢٨)
" أدوات الربط"

الأهداف

١- يثبت تكافؤ عبارتين رياضيتين مركبتين باستخدام جداول الصواب

٢- يثبت تكافؤ العبارات الرياضية دون استخدام جداول الصواب

تلخيص المحتوى:



الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

ف: الوطن عزيز، ن: الحرية غالية، ف ← ن بالكلمات إذا كان الوطن عزيز فان الحرية غالية

~ ن ← ~ ف بالكلمات .....

أكمل الفراغات في جدول الصواب الاتي

ف	ن	ف ← ن	~ ن	~ ف	~ ن ← ~ ف
ص	ص	ص	خ	خ	.....
ص	خ	.....	ص	.....	.....
خ	ص	.....	.....	.....	ص
خ	خ	.....	.....	.....	.....

ماذا تلاحظ على قيم الصواب المتناظرة للعبارتين ف ← ن ، ~ ن ← ~ ف؟

.....

المعاكس الايجابي للعبارة الرياضية ف ← ن هو ~ن ← ~ف أي ان: ف ← ن ≡ ~ن ← ~ف

تدريب (١)

اثبت تكافؤ العبارة الرياضية الاتية باستخدام جدول الصواب:

$$(ف \vee ن) \leftarrow ن \equiv ف \leftarrow ن$$

ف	ن			
ص				
ص				
خ				
خ				

نلاحظ أن .....

نشاط (٢)

دون استخدام جدول الصواب:

اثبت ان $\sim (ف \leftarrow ن) \equiv ف \wedge \sim ن$

الحل:

$(ف \leftarrow ن) \equiv \sim ف \vee ن$ (تحقق من ذلك باستخدام جدول الصواب)

$\sim (ف \leftarrow ن) \equiv$ ..... (بنفي الطرفين)

$\sim (ف \leftarrow ن) \equiv$ (قانون دي مورغان)

تدريب ٢

دون استخدام جدول الصواب اثبت أن:

$$(ف \vee ن) \leftarrow ن \equiv ف \leftarrow ن$$

تدريب إضافي (١):

أكمل الفراغ في الجمل التالية:

١) العبارة ~ (ف ∧ ن) ≡ .....

٢) المعاكس الايجابي للعبارة الشرطية (ف ← ن) هو.....

٣) المعاكس الايجابي للعبارة ~ ن ← ف هو.....

٤) نفي العبارة دون استخدام (ليس صحيحا أن): قطرا المعين ينصف كل منهما الاخر ومتعامدان هو.....

٥) إذا كانت:

أ) قيمة الصواب للعبارة المركبة (خ) فإن قيمة الصواب للمعاكس الإيجابي لها هو.....

ب) قيمة الصواب للعبارة المركبة (ص) فإن قيمة الصواب لنفيها لها هو.....

ج) قيمة الصواب للعبارة المركبة (خ) فإن قيمة الصواب لمعكوس العبارة هو.....

تدريب إضافي (٢):

انف العبارة التالية وعين قيم الصواب قبل وبعد النفي:

تزداد مساحة المثلث إذا وفقط إذا زاد طول القاعدة أو ارتفاع المثلث

إرشادات للطالب:

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو يشرح محتوى البطاقة (٢٩)

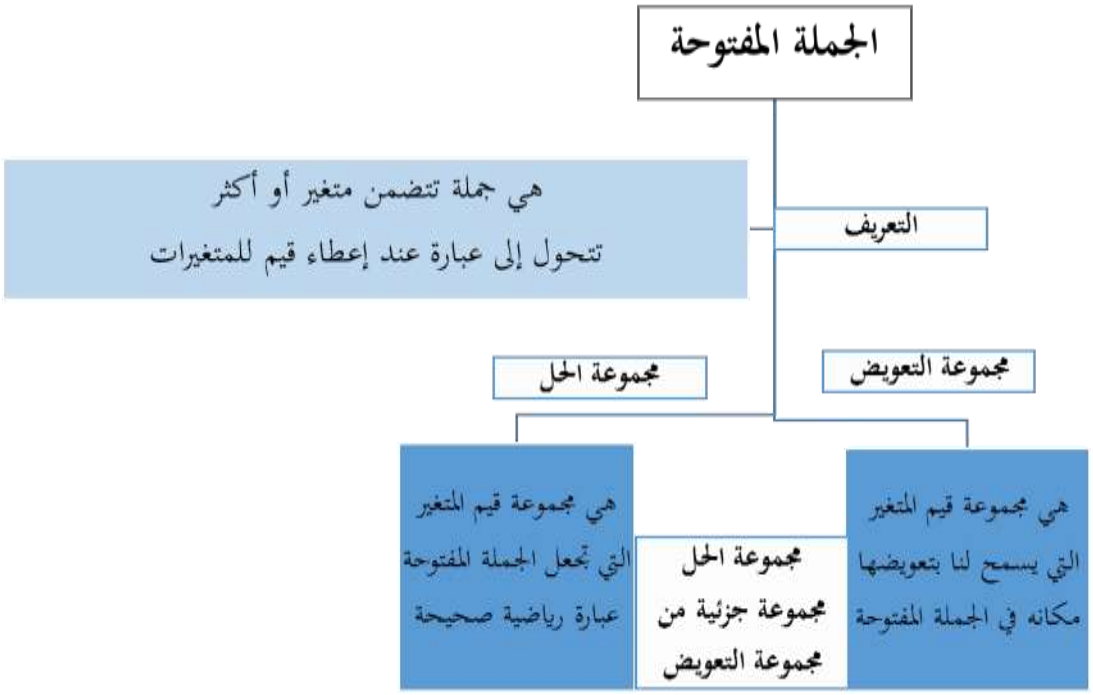
" تكافؤ العبارات "

الأهداف

١- يعرف الجملة المفتوحة ومجموعة التعويض

٢- يجد مجموعة حل الجملة المفتوحة

تلخيص المحتوى:



الأنشطة والتدريبات:

تدريب (١)

أجد مجموعة حل الجملة المفتوحة والمعرفة على مجموعة التعويض

١) ل(س): $س^{٢}=٩$، مجموعة التعويض ص

٢) ق(س): $س+٢=٧$ ، $س \in ص$

تدريب (٢)

اختر الاجابة الصحيحة:

١. مجموعة حل الجملة المفتوحة ح(س): $س^{٢}-١$ = صفر س∋ ح هي

أ. {١} ب. -١ ج. {-١،١} د. φ

٢. مجموعة حل الجملة المفتوحة هـ(س) : س عدد طبيعي زوجي اقل من ٥ هو:

أ. {٤،٢،٠} ب. {٥،٢،٠} ج. {٤،٣،٢،١،٠} د.{٤ ،٢}

٣.مجموعة حل الجملة المفتوحة ق(س) : س< ٢ س∋ $ط^{*}$ هي

أ. {١،٠} ب. {٢،١،٠} ج. {١} د.{٣ ،١}

إرشادات للطالب:

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو
يشرح محتوى البطاقة (٣٠)
" الجملة المفتوحة "

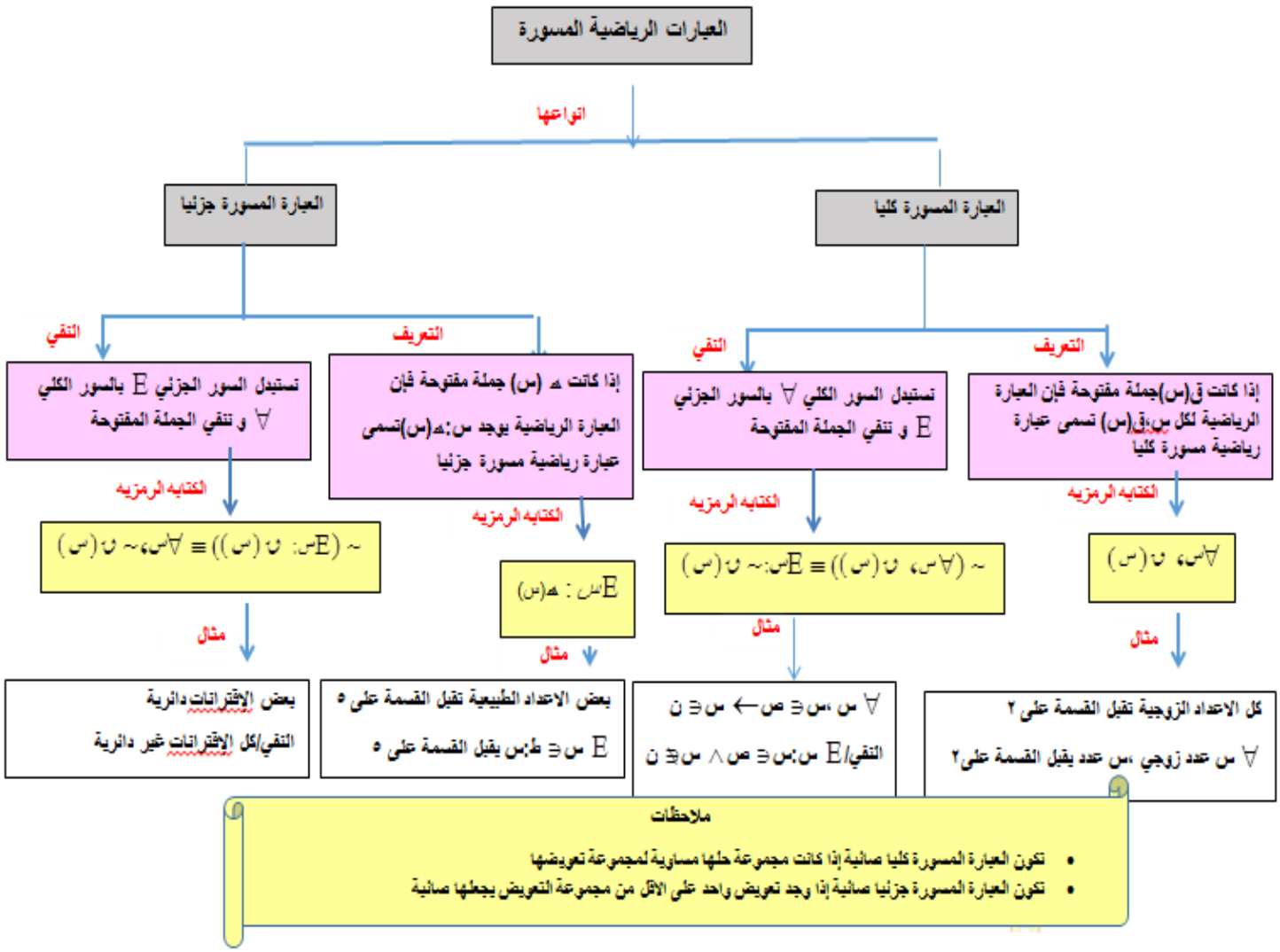
الأهداف

١- يكتب العبارة الرياضية المسورة كليا أو جزئيا بالرموز.

٢- يجد قيمة الصواب للعبارة المسورة كليا أو جزئيا.

٣- ينفي العبارة المسورة

تلخيص المحتوى:



الأنشطة والتدريبات:

نشاط(١)

عبر عن الجمل التالية بالرموز وحدد قيمة صواب كل منها:

١) كل شكل رباعي هو متوازي اضلاع

الحل: ∀ ص ، ص شكل رباعي ،ص متوازي أضلاع قيمة الصواب (خ)

٢) بعض المثلثات متساوية الساقين.

الحل: E س: س مثلث ، س متساوي الساقين قيمة الصواب (ص)

٣) يوجد الطلاب متفوقين

الحل:.....

٤) كل عدد صحيح يقبل القسمة على ٢ هو عدد زوجي

الحل:.....

تدريب (١):

جد قيمة الصواب للعبارات المسورة التالية:

١) لأي عدد زوجي أ ، يقبل القسمة على٢ قيمة الصواب (ص)

٢) بعض الحيوانات ليس طيور قيمة الصواب ( )

٣) E س ∋ ح : س^{٢}=٩ قيمة الصواب ( )

٤) ∀س ∋ ح : س^{٢} ≤س قيمة الصواب ( )

تدريب(٢):

انف العبارات التالية بدون استخدام ليس صحيحا

١) جميع الاسلاك نحاسية النفي: بعض الاسلاك غير نحاسية

٢) E س ∋ ح : س^{٢}= ٤ النفي:.....

٣) ∀س ∋ ح : س+٣ < صفر النفي:.....

٤) بعض الحيوانات غير أليفة وجميعها غير مفترسة النفي:.....

تدريب إضافي

انف العبارة التالية

∀ س ∋ ح ، (ق(س) ∧ هـ(س)) ↔ (ق(س) ∨ هـ(س))

إرشادات للطالب:

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو
يشرح محتوى البطاقة (٣١)
" العبارة الرياضية المسورة ونفيها"

الأهداف

١- يذكر استراتيجية البرهان المباشر

٢- يبرهن عبارات رياضية بسيطة باستخدام البرهان المباشر

تلخيص المحتوى:

المبدأ: ف ← ن

الخطوات: نفرض صحة ف ونثبت صحة ن

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

أثبت باستخدام البرهان المباشر

إذا كان أ عدد فردي و ب عدد زوجي فإن أ ب عدد زوجي

الحل: نفرض ل: أ عدد فردي، م: ب عدد زوجي، ك: أ ب عدد زوجي

أي المطلوب إثبات أن (ل ∧م) ← ك

حيث أن أ عدد فردي فإن أ=٢س+١

ب عدد زوجي فإن ب =٢ص

أ ب = (٢س+١) × ٢ص

=.....

=..... (صورة عدد زوجي)

تدريب

أثبت باستخدام البرهان المباشر

إذا كان س عدد زوجي فإن $س^{٢}$ عدد زوجي

تدريب إضافي

أثبت باستخدام البرهان المباشر

برهن أن حاصل ضرب أي عددين فرديين متتاليين هو عدد فردي

إرشادات للطالب:

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو

يشرح محتوى البطاقة (٣٢)

" البرهان الرياضي "الاستقراء الرياضي"

الأهداف

١- يعدد خطوات البرهان بالاستقراء الرياضي

٢- يستخدم الاستقراء الرياضي في إثبات صحة عبارة

تلخيص المحتوى:

خطوات الاستقراء الرياضي:

- نتحقق من أن العبارة صحيحة عند ن=١
- نفرض أنها صحيحة عند ن=ك ، ك $\in$ ط*
- نثبت صحتها عند ن=ك+١

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١) **اثبت باستخدام الاستقراء الرياضي أن:**

١+٣+٥+.....+(٢ن-١) =ن^{٢}

الحل:

أولا: عند ن=١ .....

$\therefore$ العبارة صحيحة عندما ن=١

ثانيا: نفرض .....

١+٣+٥+.....+(٢ك-١) =.....

ثالثا: نثبت صحة العبارة عند ن=ك+١

أي نثبت أن : ١+٣+٥+.....+(٢ك-١) +(٢(ك+١)-١)=(ك+١)^{٢}

ك^{٢}

الطرف الأيمن = ك^{٢} + (٢(ك+١)-١) =..... (فك الأقواس)

=.....

=..... (حول المقدار لمربع كامل)

= الطرف الأيسر

$\because$ العبارة صحيحة عند ن=ك+١ $\therefore$ العبارة صحيحة $\forall$ ن $\in$ ط*

نشاط (٢)

أثبت باستخدام الاستقراء الرياضي أن:

أثبت أن $٩^{ن}-١$ يقبل القسمة على ٨

الحل:

أولا: نثبت صحة العبارة عندما عند ن=١

$٩^{١}-١$ =.....وهو عدد يقبل القسمة على ٨

∴ العبارة صحيحة عندما ن=١

ثانيا: نفرض أن العبارة صحيحة عند ن=ك

.....تقبل القسمة على ٨

∴ $٩^{ك}-١$=..... ،حيث ..... ∋ $ص^{+}$

∴ $٩^{ك}$=.....

ثالثا: نثبت صحة العبارة عند ن=ك+١

$٩^{ك+١}-١$ تقبل القسمة على ٨

$٩^{ك+١}-١=(٩^{ك}\times....)-١$

=

=

=٨(.....) وهو عدد يقبل القسمة على ٨

∴ العبارة صحيحة عند ن=ك+١

∴ $٩^{ن}-١$ يقبل القسمة على ٨

تدريب (١)

باستخدام الاستقراء الرياضي أثبت أن:

$$٢+٦+١٢+.....+(١+ن)ن=\frac{(٢+ن)(ن^{٢}+ن)}{٣}$$

إرشادات للطالب:

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو
يشرح محتوى البطاقة (٣٣)
"البرهان الرياضي "الاستقراء الرياضي"

السؤال الأول:

يتكون هذا السؤال من (١٥) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، اختر رمز الإجابة الصحيحة

١) الجملة التي تمثل عبارة مما يلي:

أ)قطرا المربع متعامدان ب) راجع دروسك جـ)س+٢=٦ د) الجو جميل

٢) العبارة الرياضية الصائبة فيما يلي:

أ) π عدد نسبي و ٣ عدد أولي ب) $٣ \geq ٥ \leftrightarrow ٣^{٢}=٦$

جـ) $-٣ \in ط \leftarrow |٣|=٣$ د) $[٣\frac{١}{٢}] = ٣ \wedge$ ٤ عدد أولي

٣) المعاكس الايجابي للعبارة ف$\leftarrow$~ ن هو.....

أ) ن$\leftarrow$ ف ب) ن$\leftarrow$ ~ ف جـ)~ ف$\leftarrow$ ن د)ف$\wedge$ ~ ن

٤) مجموعة الحل للجملة المفتوحة ق(س):$س^{٢}-٣س-١٨=$صفر، س $\in$ ط هي:

أ) {٦} ب) {٦،٣-} جـ) {٣} د) ϕ

٥) العبارة ف $\wedge$ ~ ن $\equiv$ .....

أ) ~ (ن$\leftarrow$ ف) ب)~ (ف$\leftarrow$ ن) جـ) ف$\leftarrow$~ن د)ن$\leftarrow$~ف

٦) العبارة المسورة الصائبة فيما يلي:

أ) $\forall س،س \in ع \leftarrow س^{٢} \in ع^{+}$ ب)$\forall س ، س \in ص \leftarrow س+١ \in ط^{*}$

جـ)$\forall س،س \in ع \leftarrow \sqrt{س} \in ن$ د)$\forall س،س \in ط \leftarrow \sqrt{س} \in ع$

٧) العبارة الرياضية التي تكافئ ف فيما يلي

أ) ~ ف ب) ف $\wedge$ ~ ف جـ) ~ (ف$\leftarrow$ د) ف $\vee$ ~ ف

٨) نفي العبارة الرياضية ٥ > ٢ هو.....

أ)٥ > ٢ ب)٥ $\leq$ ٢ جـ) ٥ < ٢ د) ٥ $\geq$ ٢

٩) العبارة الرياضية التي قيمة صوابها (خ) فيما يأتي

أ) $\sqrt{٨}^{٣}$ عدد حقيقي ب) ٧ أحد عوامل ٦٣ جـ) ٩١ عدد أولي د) ٢ $\leq$ ٧

١٠) معكوس العبارة إذا ساد العدل أمن المجتمع

أ) إذا أمن المجتمع ساد العدل ب) إذا ساد العدل لم يأمن المجتمع

جـ) ساد العدل و لم يأمن المجتمع د) ساد العدل و لم يأمن المجتمع

١١) قيمة الصواب العبارة المسورة $\forall س، س^{٢} > ٠، س \in ص$

أ) ص ب) خ جـ) ص ∧ ص د) ص ∨ خ

١٢) العبارة المسورة الخاطئة فيما يأتي ،إذا كانت مجموعة التعويض= ح

أ) $E_{س:[س]} = ٣,٥$ ب) $E_{س:|س|} = ٨$ جـ) $E_{س:\sqrt{س+١}} = ٩$ د) $E_{س:س^{٢}+س}$

١٣) $\sim (E_{س:\sim ن(س)}) \equiv$ .....

أ) $\forall س، \sim ن(س)$ ب) $E_{س:ن(س)}$ جـ) $\forall س، ن(س)$ د) $E_{س، \sim ن(س)}$

١٤) الجملة المفتوحة من بين العبارات الاتية

أ) $٨ \neq ٢+٤$ ب) $٧ > ١+٢$ جـ) $\frac{٤}{٥} \notin ن$ د) $٨ \geq ١+٢س$

١٥) $\sim (ف \vee ن)$

أ) $\sim ف \vee \sim ن$ ب) $\sim ف \wedge \sim ن$ جـ) $ف \wedge \sim ن$ د) $ن \wedge \sim ف$

السؤال الثاني: أجب عما يلي:

أ) اكتب المعكوس والمعاكس الايجابي والنفي وقيمة الصواب لكل مما يأتي:

١) $٣ \in ط \leftarrow \sqrt{٢} \in ص$

٢) إذا كانت ١٠ تقبل القسمة على ٣ فإن٢ عدد زوجي

ب) اكتب العبارة التالية بالرموز ثم انف العبارة لفظيا ورمزيا "قطرا المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر".

السؤال الثالث: أجب عن الأسئلة التالية:

أ) باستخدام جدول الصواب أثبت تكافؤ العبارة: $ف \leftarrow (ن \vee \sim م) \equiv (ف \leftarrow ن) \vee (ف \leftarrow \sim م)$

ب) بدون استخدام جداول الصواب أثبت أن: $\sim (ف \leftarrow ن) \equiv ف \wedge \sim ن$

السؤال الرابع

أ) باستخدام الاستقراء الرياضي أثبت أن $٧^{ن} - ٢^{ن}$ يقبل القسمة على ٥ ، $\forall ن \in ط$ *

ب) باستخدام البرهان المباشر لإثبات أن إذا كان أ عدد زوجي، ب عدد فردي فان $أ+ب$ ، $أب$ عدد فردي.

انتهت الأسئلة

الأهداف

١-يتعرف مفهوم حل نظام من ثلاث معادلات خطية

٢- يحل نظام مكون من ٣ معادلات خطية.

٣- يحل مسائل لفظية باستخدام نظام من ٣ معادلات خطية

تلخيص المحتوى:

- نظام المعادلات الخطية: مجموعة من المعادلات الخطية، لها المتغيرات نفسها.
- حل النظام الخطي: إيجاد القيم العددية لمتغيراته حيث تتحقق معادلاته جميعها في آن واحد.
- من طرق حل نظام مكون من معادلات خطية: ١.الحذف ٢.التعويض ٣.الرسم البياني

مثال (١)

يُنتج مصنع ألبان في مدينة طوباس ثلاثة أحجام من عبوات اللبن (الصغيرة، والمتوسطة، والكبيرة) فإذا كان مجموع أثمان عبوة واحدة من كل حجم يساوي ٩ دنانير، ومجموع أثمان علبتين من الحجم الصغير وعلبة من الحجم المتوسط يقل بمقدار دينار عن مثلي ثمن علبة من الحجم الكبير، وكان مجموع أثمان ثلاثة علب من الحجم الصغير وعلبة من الحجم المتوسط، يزيد عن ثمن علبة من الحجم الكبير بمقدار ٥ دنانير. أجد سعر كل حجم من العبوات؟

الحل:

- نفرض أن: ثمن العبوة الصغيرة= س ثمن العبوة المتوسطة =ص ثمن العبوة الكبيرة = ع
- نعبر عن الجمل اللفظية بمعادلات خطية كالتالي:

الجملة اللفظية	دلالتها الرمزية
مجموع أثمان عبوة واحدة من كل حجم يساوي ٩ دنانير	س+ ص+ ع =٩
مجموع أثمان علبتين من الحجم الصغير وعلبة من الحجم المتوسط يقل بمقدار دينار عن مثلي ثمن علبة من الحجم الكبير	٢س+ص =٢ع -١
مجموع أثمان ثلاثة علب من الحجم الصغير وعلبة من الحجم المتوسط، يزيد عن ثمن علبة من الحجم الكبير بمقدار ٥ دنانير	٣س+ص= ع+٥

- نرتب المعادلات ونُرقمها

س+ ص+ ع =٩.....(١)

٢س+ص-٢ع = -١.....(٢)

٣س+ص-ع=٥.....(٣)

- بطرح (١) من (٢) " لحذف المتغير ص" ← س -٣ع= -١٠ ..... (٤)
- بطرح (٢) من (٣) " لحذف المتغير ص" ← س +ع= ٦ ..... (٥)
- بطرح (٤) من (٥) " لحذف المتغير س" ← ٤ع = ١٦ ← اذن ع = ٤
  - نعوض عن ع =٤ في (٤) ← اذن س = ٢
  - نعوض عن س =٢ ، ع= ٤ في (١) ← اذن ص = ٣

اذن ثمن العبوة الصغيرة= ٢دينار ثمن العبوة المتوسطة = ٣دينار ثمن العبوة الكبيرة =٤ دينار

ملاحظة: يوجد طرق أخرى للحل.

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

أراد عامل بناء أن يبني بئراً على شكل متوازي مستطيلات، بحيث يقل طولها عن مجموع عرضها وارتفاعها مقدار ٢م، ومجموع أطوال أبعادها يساوي ١٢م، فإذا كان محيط قاعدتها يساوي ١٨م، أجد أبعاد هذه البئر.

الحل:

نفرض أبعاد البئر كالتالي: الطول= س العرض =..... الارتفاع = ع

- نعبر عن الجمل اللفظية بمعادلات خطية كالتالي:

الجملة اللفظية	دلالتها الرمزية
يقل طولها عن مجموع عرضها وارتفاعها مقدار ٢م	.....
ومجموع أطوال أبعادها يساوي ١٢م	س + ص + ع = ١٢
محيط قاعدتها يساوي ١٨م	.....

- نرتب المعادلات ونُرقمها

س-ص – ع = -٢.....(١)

.....(٢)

س + ص = ٩ ..... (٣)

- بجمع (١) ،(٢) ← ٢س = ... ← اذن س = ...
- بطرح (٣) من (٢) ← ع=.....
  - نعوض عن س = ٥ ،ع= ٣ في (١) ← اذن ص = ...

اذن أبعاد البئر : الطول= ٥م العرض = ٤ م الارتفاع =.....

تدريب

أحل النظام الآتي: س + ص + ع =٠ ، ٢س + ٣ص +٢ع = −٣ ، ٢ص − س − ٣ع = −١

تدريب إضافي

أجد قاعدة الاقتران كثير الحدود من الدرجة الثانية والذي يمر منحناه بالنقاط (١، ١) ، (−١، −٥)، (٢،١٠)؟

إرشادات للطالب:

- محيط المستطيل = ٢×(الطول + العرض)
- الصورة العامة للاقتران كثير الحدود الاقتران = أس٢+ ب س+ جـ ، أ، ب، جـ ∋ح، أ ≠ صفر

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو
يشرح محتوى البطاقة (٣٥)
" حل نظام مكون من ثلاث معادلات خطيّة "

الأهداف

١- يُعبر عن المسائل اللفظية رياضياً.

٢- يحل نظام مكون من معادلتين في متغيرين: إحداهما خطية وأخرى تربيعية.

تلخيص المحتوى:

١. تكوين معادلتين إحداهما خطية والاخرى تربيعية ← ٢. التعبير عن أحد المتغيرات بدلالة الأخر باستخدام المعادلة الخطية ← ٣. التعويض في المعادلة التربيعية وايجاد جذورها ← ٤. التعويض بقيمة الجذر في المعادلة الخطية

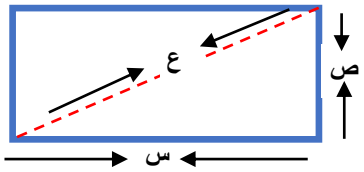
خطوات حل نظام مكون من معادلتين في متغيرين: إحداهما خطية وأخرى تربيعية

مثال

يعرض أحد محلات بيع الأجهزة الكهربائية عدة مقاسات من شاشات LCD فإذا اشترى شخص شاشة من مقاس ٥٠ بوصة (المقاس يمثل قطر الشاشة). أجد أبعاد الشاشة إذا كان طولها يزيد عن عرضها بمقدار ١٠ بوصة.

الحل:

- نفرض أبعاد الشاشة كالتالي: الطول= س العرض =..... ع = قطر الشاشة = ٥٠ بوصة



- نعبر عن الجمل اللفظية بمعادلات خطية كالتالي:

ع^{٢} = س^{٢}+ ص^{٢} (نظرية فيثاغورس).

(٥٠)^{٢}= س^{٢}+ ص^{٢} ← ٢٥٠٠= س^{٢}+ ص^{٢} .....(١)

(طول الشاشة يزيد عن عرضها بمقدار ١٠) ← س = ص+١٠.....(٢)

- بالتعويض عن س = ص+١٠ في (١) ← ٢٥٠٠=(ص+١٠)^{٢}+ص^{٢}
- بتبسيط المعادلة ينتج أن: ص٢+١٠ص-١٢٠٠= صفر ← (ص +٤٠)(ص-٣٠)=٠

ومنها ص=-٤٠ (مرفوض/ المسافات لا تكون سالبة)

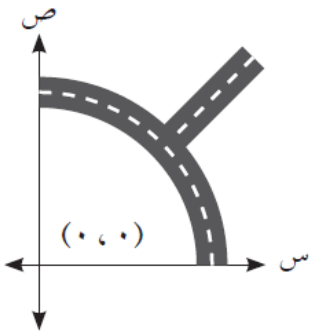
أو ص = ٣٠ مقبول ← بالتعويض في (٢) : س= ٣٠+١٠ = ٤٠

- اذن طول الشاشة =٤٠ بوصة ، وعرضها = ٣٠ بوصة

الأنشطة والتدريبات:

نشاط

شارعان أحدهما على شكل منحنى معادلته ٣س^{٢}+٤ص^{٢}=٢٨ والآخر مستقيم معادلته ٢ص=س+٢ يلتقيان في مفترق طرق. أجد إحداثيي نقطة التقاطع. على اعتبار أن مركز الشارع (٠،٠)



الحل:

- المعادلات : ٣س٢+٤ص٢=٢٨.....(١)

  ٢ص=س+٢ .....(٢)

  من (٢) س= .....

- بالتعويض عن س في (١) ينتج أن: ٣(٢ص−٢)٢+٤ص٢=٢٨
- بتبسيط المعادلة ينتج أن: ٢ ص٢−٣ص−٢=٠

  ٢ ص^{٢}−٣ص−٢=٠ ⟵ (.....)(ص−.....)=٠

  ومنها ص=..... مرفوض لأن .....

  أو ص= ٢
- بالتعويض في (٢) : س=.....
- اذن نقطة التقاطع هي: .....

تدريب (١)

أجد نقطة تقاطع المستقيم٢س+ ٣ص =٦ مع المنحنى (٢س+ص)^{٢}+(٢س−ص)^{٢}=٨

تدريب (٢)

أجد نقطة تقاطع المستقيم الذي ميله يساوي ٣ ويمر بالنقطة (٥،٢) مع المنحنى الذي معادلته ٢ص^{٢}−٣س^{٢}=٥

تدريب (٣)

أجد نقطة تقاطع منحنى الدائرة التي مركزها (٢،٣) وطول نصف قطرها $\sqrt{٦١}$ مع المستقيم المار بنقطة الأصل والنقطة (١،١) ؟

إرشادات للطالب:

- معادلة مستقيم ميله م ويمر بالنقطة $(س_١، ص_١)$ هي $م = \frac{ص - ص_١}{س - س_١}$
- الصورة العامة لمعادلة الدائرة التي مركزها النقطة $(س_١، ص_١)$، ونصف قطرها $نق$ هي

$$(س - س_١)^٢ + (ص - ص_١)^٢ = نق^٢$$

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو يشرح محتوى البطاقة (٣٦) "حل نظام من معادلتين في متغيرين: إحداهما خطية والأخرى تربيعية "

الأهداف

١- يحل نظام مكون من معادلتين تربيعيتين في متغيرين.
٢-يُعبر عن المسائل اللفظية رياضياً.

تلخيص المحتوى:

مثال

أحل النظام الآتي:

س^{٢}+ ص^{٢}= ٢٥ .....(١)

(س+٢ص)^{٢}+ (س-٢ص)^{٢}=١٤٦ .....(٢)

الحل:

- بتبسيط (٢) نحصل على: س^{٢}+٤ ص^{٢} = ٧٣ .....(٣)
- نطرح (١) من (٣) ينتج أن ⟵ ٣ ص^{٢} = ٤٨

  اذن ص^{٢}=١٦ ⟵ ومنها ص= ± ٤
- نوجد قيم س بالتعويض عن ص في (١)

  أولاً: عندما ص= ٤ ⟵ س^{٢}+ (٤)^{٢}= ٢٥ ⟵ س= ± ٣

  ثانياً: عندما ص= -٤ ⟵ س^{٢}+ (-٤)^{٢}= ٢٥ ⟵ س= ± ٣
- مجموعة الحل={ (٣، ٤) ، (-٣، ٤) ، (٣، -٤) ، (-٣، -٤) }

الأنشطة والتدريبات:

تدريب (١)

أحل أنظمة المعادلات الآتية:

١) $س^{٢}+ص^{٢}=١٠٠$
$٢س^{٢}-ص^{٢}=٨$

٢) $س^{٢}+٢ص^{٢}-٤١=٠$
$٢س^{٢}-ص^{٢}=٢$

تدريب (٢)

أجد نقطة/ نقط تقاطع المنحنى الذي معادلته $(س-٣ص)^{٢}+(س+٣ص)^{٢}=٢٢$ مع المنحنى الذي معادلته $س^{٢}-٤ص^{٢}=-٢$.

تدريب إضافي

قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها ١٨م^{٢}، وطول قطرها $٣\sqrt{٥}$ م، فما بُعداها؟

إرشادات للطالب:

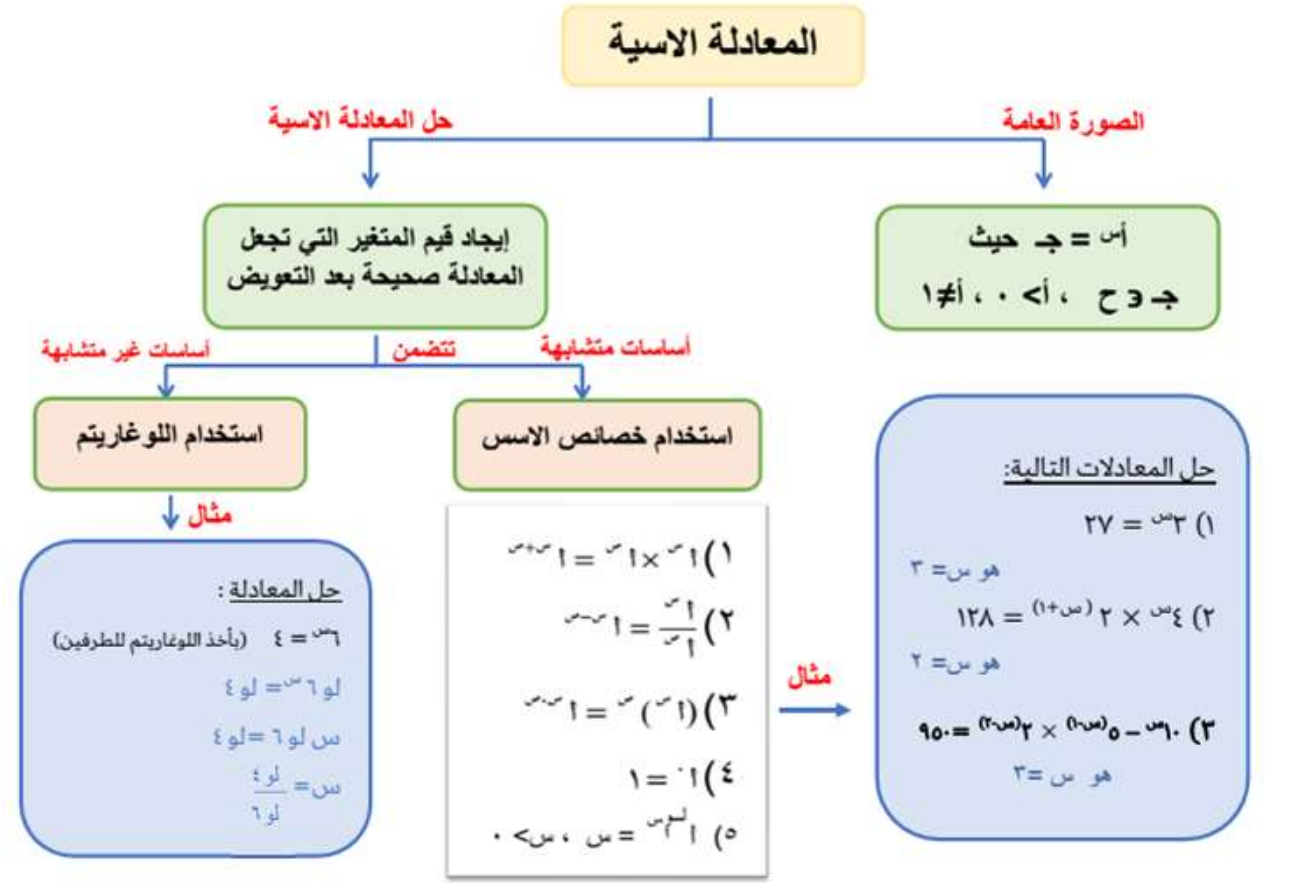
امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو
يشرح محتوى البطاقة (٣٧)
" حل نظام من معادلتين تربيعيتين في متغيرين "

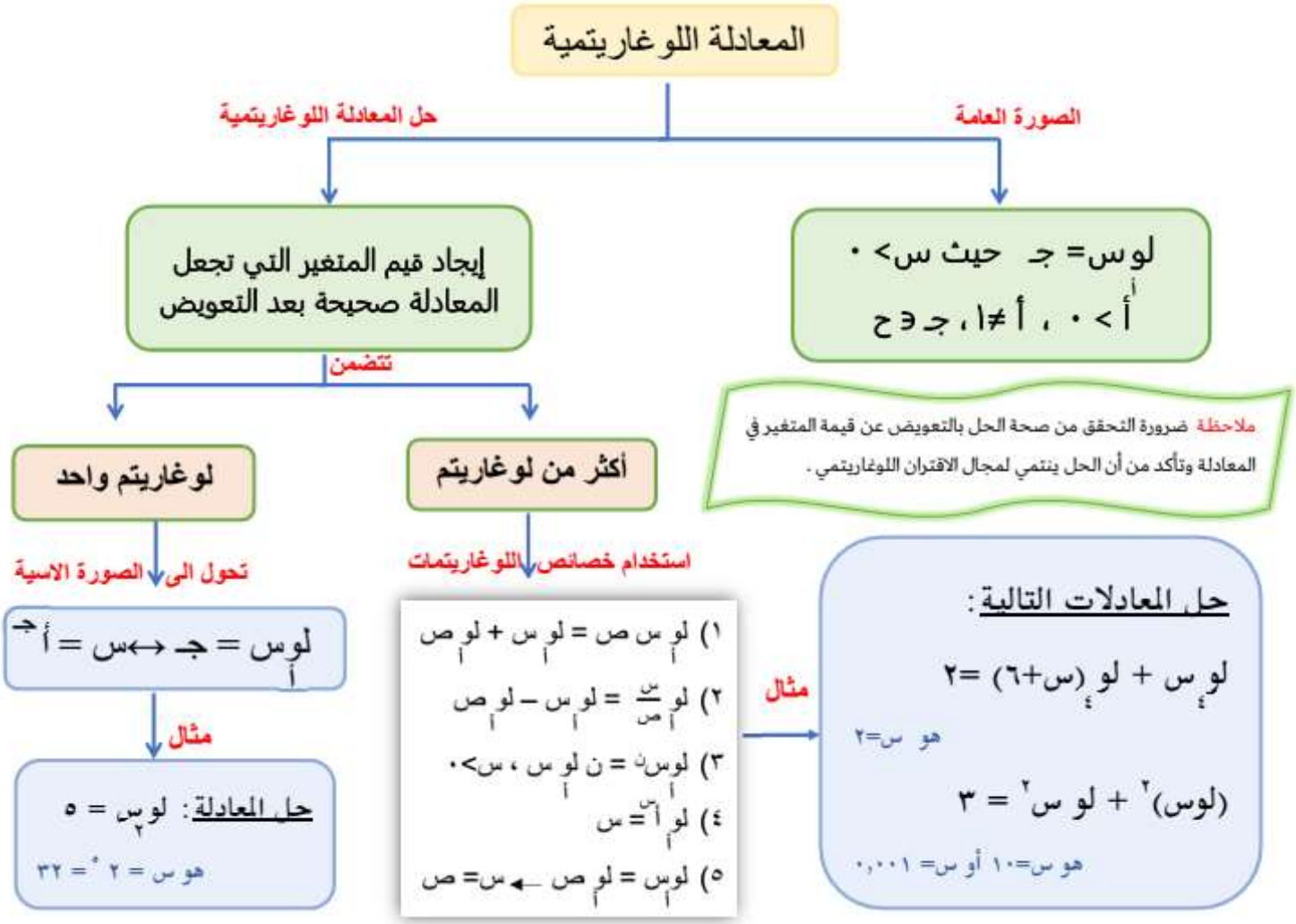
الأهداف

١- يحل معادلة أسية

٢- يحل معادلة لوغاريتمية

تلخيص المحتوى:





الأنشطة والتدريبات:

نشاط

أحل المعادلة الأسية الآتية : $٤^{٣س} = ٨^{(س+١)}$

الحل:

الطرف الأول : $٤^{٣س} = ٢^{٦س}$ = ... = ...

الطرف الثاني: $٨^{(س+١)} = ٢^{٣س+٣}$ = ... = ...

اذن $٢^{٦س} = ٢^{٣س+٣}$

ومنها ٦س = ٣س + ٣ ← س = ...

تدريب (١)

أحل المعادلات الآتية:

١) $٩^{س^{٢}-٦}-١=٠$

٢) $٤^{س^{٢}}-٨^{س}=٠$

٣) $٣^{(٢س+١)}-٣^{(س+١)}-٣^{(س+٤)}+٨١=٠$

نشاط (٢)

أحل المعادلة الآتية: لـو ٥س – لـو (س–١) = لـو س

الحل : لـو .....= لـو س

ومنها .....= س ⟵ $س^{٢}$ – ..... =٠

وبالتالي س(س–.....)=٠

اذن س= صفر (مرفوض) لأن .....

أو س= ..... (مقبول) لأن .....

تدريب (٢)

أحل المعادلات الآتية:

١) لـو$_{٢}$ س– لـو$_{٢}$ (س –٤) = ٣

٢) ٢لـو$_{٢}$ س– لـو$_{٢}$ ١٦ = ٢

٣) إرشادات للطالب:

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو يشرح محتوى البطاقة (٣٨)
" حل معادلات أسية ولوغاريتمية "

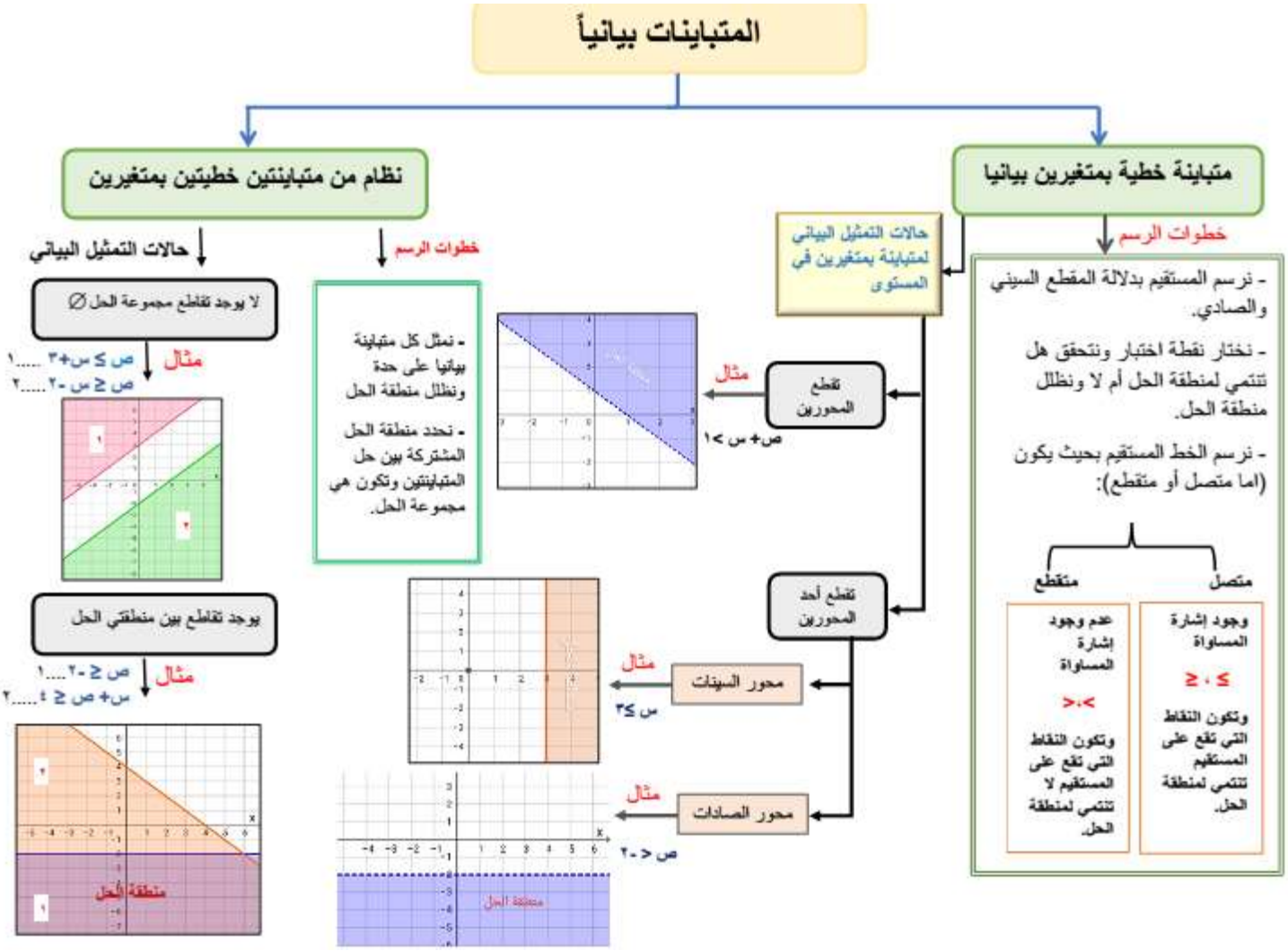
الأهداف

١- يتعرف مفهوم حل نظام متباينات خطية بمتغيرين

٢- يحول المسألة الكلامية الي نظام من متباينتين بمتغيرين

٣- يحل نظام مكون من متباينات خطية بمتغيرين

تلخيص المحتوى:



الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

أمثل بيانيا مجموعة الحل لنظام المتباينات الاتية : ٢س − ٤ < ص ، ٦ − س ≥ ٢ص

الحل:

- نجد مجموعة حل المتباينة: ٢س − ٤ < ص

١) نمثل معادلة الخط المستقيم المرافقة للمتباينة الاولى وهي ٢س−٤ = ص وذلك بتكوين جدول بسيط لرسم الخط المستقيم

س	صفر	.....
ص	.....	صفر

٢) نعين النقاط على المستوى البياني و نرسم الخط متقطع لأن المتباينة لا تشمل على "="

٣) نختار نقطة للاختبار لتكن (٠ ، ٠) ونعوض بالمتباينة : ⟵ ٢ (٠) − ٤ < ٠ (تحقق المتباينة)

إذن (٠ ، ٠) .....

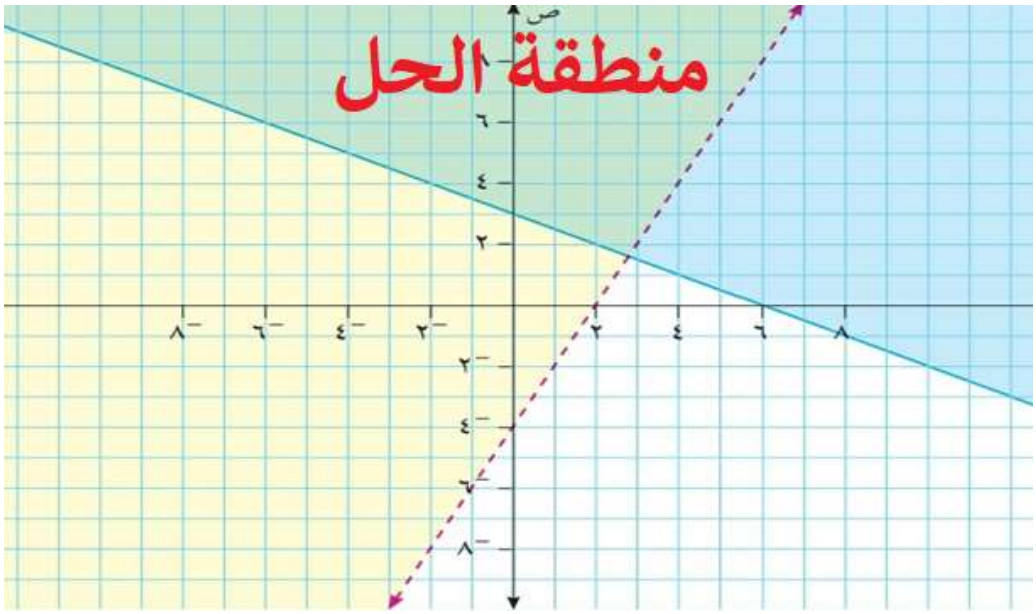
- بالمثل: نجد منطقة حل المتباينة ٦ − س ≥ ٢ص

س	.....	.....
ص	.....	.....

نختار ..... نقطة اختبار ونعوض بالمتباينة ⟵ .....

اذن .....

- المنطقة المظللة المشتركة هي منطقة الحل



تدريب (١)

أحدد مجموعة الحل لنظام المتباينات الاتي : ٦س − ٢ ص ≤ ١٢، ٣ س + ٤ ص < ٨

نشاط (٢)

لدى خلود ٢٣ ساعة على الاكثر للاستعداد لأداء ثلاثة امتحانات في الرياضيات والفيزياء والتاريخ، وقد وضعت جدولا زمنيا لذلك، فخصصت ساعتين لدراسة التاريخ، وخصصت من ٧ :١٤ ساعة لدراسة الرياضيات، أما الفيزياء فخصصت لدراستها من ٨ :١٢ ساعة. أكتب نظام متباينات خطية يمثل هذا الجدول الزمني، وأمثله بيانيا.

الحل:

- نفرض ان عدد الساعات المخصصة لدراسة الرياضيات س، وعدد الساعات المخصصة لدراسة الفيزياء .....

  وبالتالي فإن س ≤ ٠، ص .....

- نكون باقي المتباينات

الجملة اللفظية	دلالتها الرمزية
عدد الساعات المخصصة للدراسة لجميع المواد على الأكثر ٢٥	س + ص ≤ ٢٣
وخصصت من ٧ الي ١٤ ساعة لدراسة الرياضيات	٧≤ س ≤١٤
الفيزياء فخصصت لدراستها من ٨ الى ١٢ ساعة	٨ ≤ ص ≤ ١٢

- نجد منطقة حل المتباينة س + ص ≤ ٢٣

س	٠	٢٣
ص	٢٣	٠

١) نمثل الخط المستقيم المرافق للمتباينة وهو .....

٢) نمثل الخط ونختار نقطة اختبار لتكن .....

٣) ٠+ ٠ ≤ ٢٣ (تحقق المتباينة) ومن ثم نحدد منطقة الحل

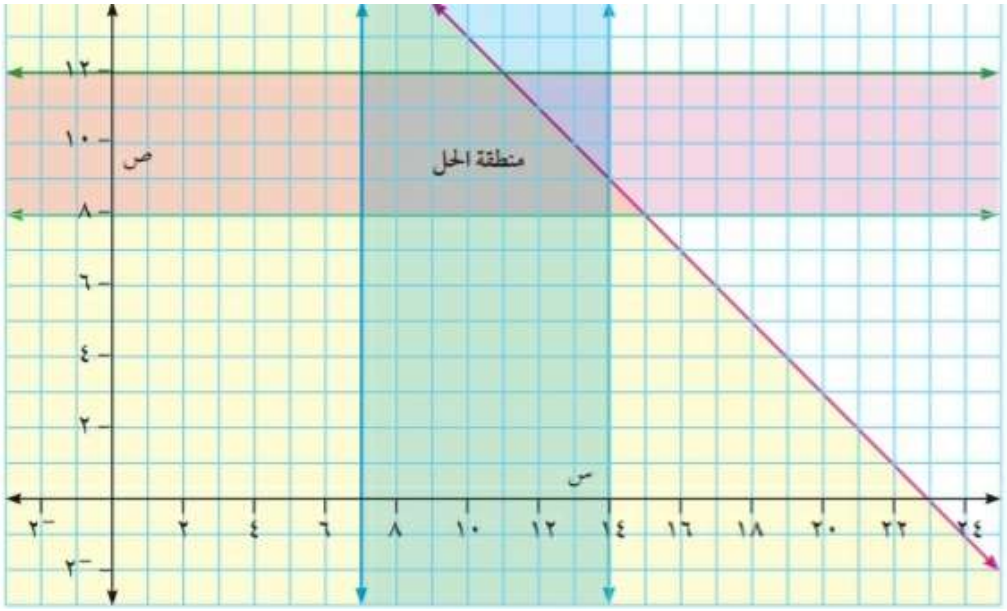
- نجد منطقة حل المتباينة ٧≤ س ≤١٤

نرسم خطين متصلين عند س= .....، س = ... موازيين لمحور .....، المنطقة عليهما وبينهما هي .....

- نجد منطقة حل المتباينة .....

نرسم خطين متصلين عند .....، ..... موازيين لمحور .....، المنطقة عليهما وبينهما هي .....

- وتكون المنطقة المشتركة للمتباينات هي منطقة الحل كما هو موضح بالشكل



تدريب (٢)

اشترك سعيد وأسيد في تدريب للتحضير للمباراة النهائية، فإذا كانت عدد ساعات التدريب اليومي لسعيد لا تقل عن أربع ساعات، ولا تزيد عن ٨ سعات، وعدد ساعات التدريب اليومي لأسيد لا تقل عن ساعتين ولا تزيد عن ٥ ساعات، وكانت عدد ساعات التدريب لكليهما لا تزيد عن ١٠ ساعات، أكتب نظام متباينات خطية يمثل ساعات التدريب، وأمثله بيانيا.

إرشادات للطالب:

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو
يشرح محتوى البطاقة (٣٩)
" حل أنظمة المتباينات الخطية بمتغيرين "

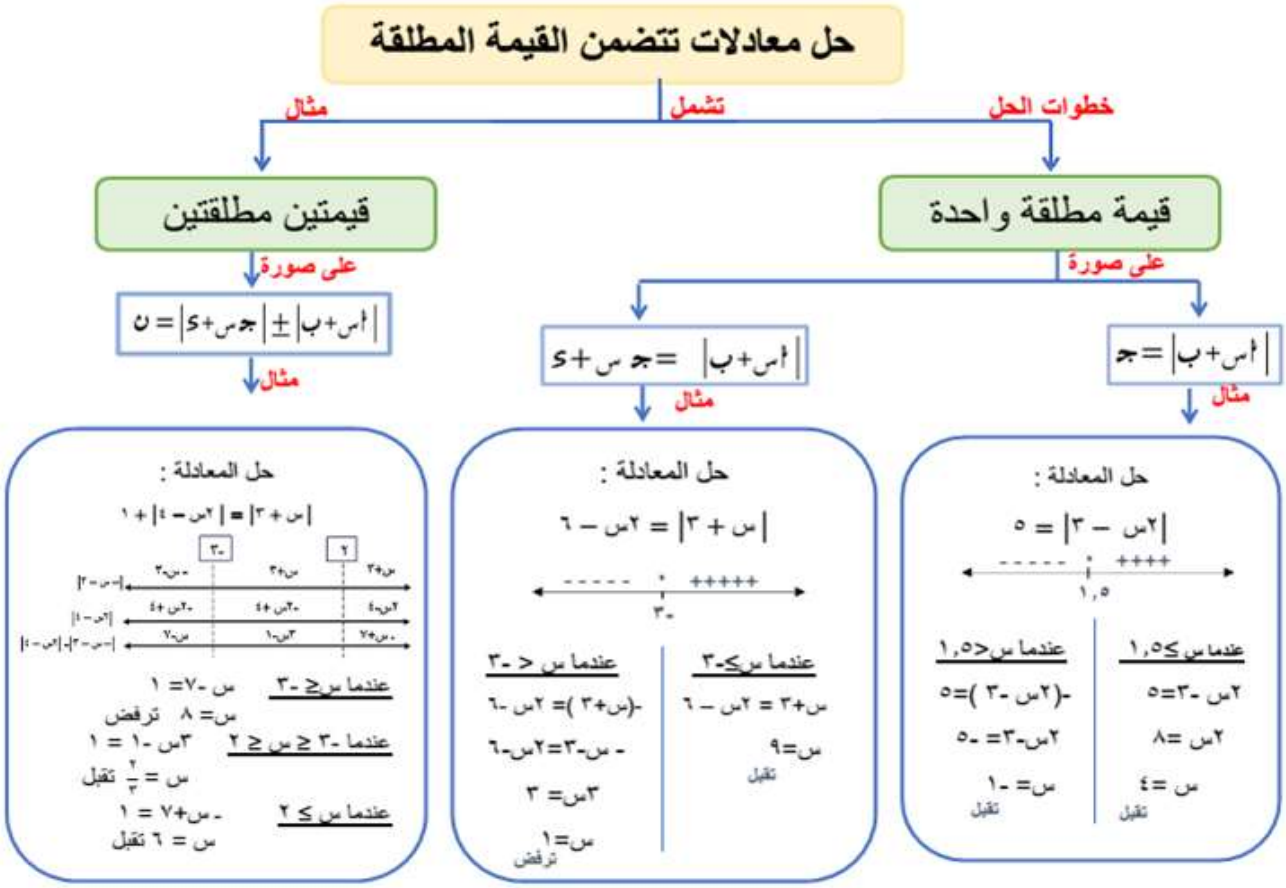
الأهداف

١- يعرف مفهوم القيمة المطلقة

٢- يحول المسألة الكلامية الي معادلات تشمل قيمة مطلقة

٣- يحل معادلات تتضمن القيمة المطلقة

تلخيص المحتوى:



الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

أحل المعادلة الآتية: | ٦ – ٢ س | = ١٦

الحل:

إما ٦ – ٢ س = ١٦ ⟵ س= .....

أو ٦ – ٢ س = ... ⟵ س= .....

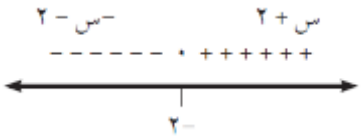
اذن مجموعة الحل = ...

نشاط (٢)

أحل المعادلة الاتية : | س + ٢ | = ٣س − ١٢

الحل:

نقوم بإعادة تعريف | س + ٢ | بالاستعانة بخط الأعداد



حيث س + ٢ = ٠ ⟵ س = ...

عندما س < −٢ تكون − (س + ٢) = ... ⟵ س =..... وهي مرفوضة لأن $\frac{٥}{٢} \notin]-\infty ، -٢[$

عندما **س ≥ −٢** تكون س + ٢ = ٣ س − ١٢ ⟵ س = ٧..... وهي ..... لأن .....

تدريب (١)

أحل المعادلة الاتية: | ٧ − س | = س − ٧

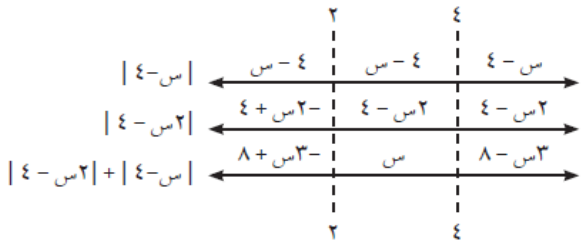
نشاط (٣)

أحل المعادلة الاتية: | س − ٤ | + | ٢س − ٤ | =٤

الحل:

أولاً نقوم بإعادة تعريف كلاً من | س − ٤ | ،

| ٢س−٤ | بالاستعانة بخط الأعداد .



ثانياً نحدد المحصلة على خط الأعداد

عندما س <٢

−٣س + ٨ = ٤ ⟵ س = ... وهي مقبولة لأن $\frac{٤}{٣} \in]-\infty ، ٢[$

عندما س ≥ ٤

٣ س − ٨ = ... ⟵ س = ...وهي ..... لأن .....

عندما ٤>س ≥ ٢

س = ٤

مجموعة الحل = ...

تدريب (٢)

أحل المعادلة الاتية: | ٤ − س | = ٦ − | س + ٢ |

تدريب إضافي

إذا كان ٥ أمثال العدد أ يبعد عن العدد ٧ بمقدار ٨ وحدات ما قيمة أ؟

إرشادات للطالب:

- | س + ص | ≠ | س | + | ص |
- $\sqrt{(س)^{٢}}$ = | س |

امسح الرمز التالي بهاتفك الجوال للانتقال لمقطع فيديو
يشرح محتوى البطاقة (٤٠)
" حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة "

السؤال الأول:

يتكون هذا السؤال من (١٥) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، اختر رمز الإجابة الصحيحة

١) عند حل نظام مكون من ٣ معادلات خطية، وكانت مجموعة الحل {(−٣ ، ١ ، ع)} ، وكانت احدى المعادلات هي س − ص +٣ ع = ٨ . ما قيمة ع ؟

أ) ٤ ب) −٤ ج) $\frac{١}{٣}$ د) ١

٢) نقطة تقاطع المستقيم س + ص = ٣ والمنحنى $س^{٢} - ص^{٢}$ = ١٥ هي

أ) (٤ ، −١) ب) (−١ ، ٤) ج) (٢ ، ١) د) (−٤ ، ٧)

٣) تكتب المعادلة لو$_{٢}$ ٨ = ٣ بالصورة الاسية

أ) $٣^{٢}$ = ٨ ب) $٢^{٣}$ =٨ ج) $٨^{٢}$ =٣ د) $٨^{٣}$ =٢

٤) أكتب ما يلي باستخدام مفهوم القيمة المطلقة " المسافة بين ثلاثة أمثال س والعدد ٢ "

أ) | ٢ س − ٣ | ب) | ٣ س − ٢ | ج) | ٣ س +٢ | د) ٣ | س| − ٢

٥) إذا كان ٢ ^{س} = $٤^{٢٠}$ + $٤^{٢٠}$

أ) ٨١ ب) ٤٠ ج) ٨٠ د) ٤١

٦) إذا كانت س + ص + ع = ٢٠ ، وكانت ٣ س + ٣ ص + ٥ ع = ٩٠ فان قيمة ع :

أ) ١٥ ب) ١٨ ج) ١٤ د) لا يمكن ايجادها

٧) مجموعة حل المعادلة | س − ٣ | = ٠ هي:

أ) {٣} ب) {−٣} ج) ٠ د) ∅

٨) مستطيل محيطه ٢٤ سم ومساحته ٢٠ سم^{٢} فان بعديه

أ) ٢ ، ١٠ ب) ١٢ ،١٠ ج) ٢ ، ٨ د) ١٠ ، ٢٢

٩) مجموعة حل المعادلة | س | = −٨ هي :

أ) ٨ ب) −٨ ج) ٠ د) ∅

١٠) يوجد للنظام : س ص = ١ ، س + ص = ٢

أ) حل حقيقي واحد فقط ب) حلان حقيقيان ج) أربع حلول حقيقية د) ثلاثة حلول حقيقية

١١) إذا كان ٣ $^{٢س-٤}$ − ١ = ٠ فان س =

أ) ١ ب) ٢ ج) −٢ د) ٠

١٢) | س – ٥ | = ٥ – س عندما :

أ) س < ٥ ب) س > ٥ جـ) س = ٥ د) س ≠ ٥

١٣) قيمة س في المعادلة لو٢ (س + ٢) – لو٢ (س – ١) = ٢ هي

أ) ٣ ب) ٥ جـ) ٢ د) ١

١٤) حل المعادلة (لو س)^{٢} = لو س^{٢}

أ) ١ ب) ١٠٠ جـ) ١ ، ١٠٠ د) ١٠

١٥) النقطة (١ ، –٢) تصلح أن تكون حلا لأحد الأنظمة الاتية :

أ) س^{٢} + ص^{٢} = ٥ ب) س + ص = –١ جـ) س^{٢} + ص^{٢} = ٥ د) س^{٢} – ص^{٢} = –٣

س^{٢} – ص^{٢} = ٣ س^{٢} + ص^{٢} =٣ س + ص = –١ س – ص = –١

السؤال الثاني: أجب عما يلي:

أ) ثلاث أعداد موجبة مجموعها ٢١ ، ويزيد العدد الثاني عن الاول بمقدار ١٠، ومجموع العددين الاول والثالث يساوي ٨ ، فما هذه الأعداد؟

ب) أوجد نقطة تقاطع المستقيم ٢ س + ٣ ص = ٦ مع المنحنى (٢ س + ص)^{٢} + (٢ س – ص)^{٢} = ٨

السؤال الثالث: جد مجموعة حل المعادلات التالية:

أ) ٢ ^{٢س} – ٢ $^{س+٣}$ = –١٢

ب) لو٣ (س + ١) + لو٣ (س – ١) = لو٣ (٥ س – ٥)

ج) ٥ $\sqrt{س^{٢}+٤س}$ + ٤ = ١١

السؤال الرابع: أجب عن الأسئلة التالية:

أ) عددان موجبان مجموع مربعيهما ١٠٠ ويزيد ضعفا مربع أحدهما عن مربع الاخر بمقدار ٨ ما العددان؟

ب) إذا كانت | ٤ – س | + | س + ٢ | = ٦ فأوجد قيمة / قيم س ؟

السؤال الخامس أمثل بيانيا مجموعة حل النظام التالي:

٣س + ص ≥ ٦ ، ٢ س – ص ≥ ٤ ، س ≤ ٠

انتهت الأسئلة

من بطاقة (١-٢٥)

بطاقة (١)

تدريب ١) الثمن الأول ٢) ٣ ٣) $\sqrt{5}$ ٤) $\sqrt{14}$

تدريب إضافي (١) أ $(-3 ، 0.4 ، 0)$

تدريب إضافي (٢) $م = 1.2 ، ن = -1$

بطاقة (٢)

نشاط (٢) $ج = 4$ ، $جـ = 2$

بطاقة (٣)

تدريب نقطة المنتصف $(-1 ، 1.3 ، 3)$

بطاقة (٤)

تدريب

كميات غير متجهة: المسافة ، الكثافة ، الحجم ، درجة الحرارة ، الكتلة ، الزمن .

كميات متجهة: الإزاحة ، القوة ، التسارع ، الوزن .

بطاقة (٥)

تدريب الزاوية ٤٥ درجة ، طول المتجه = $\sqrt{2}$

بطاقة (٦)

تدريب $س = 3.5$ ، $ص = 2$

بطاقة (٧)

تدريب $\overleftarrow{أجـ} = 6 و_2$ ، $\overleftarrow{بأ} = -2 و_1 - 2 و_2$ ، $\overleftarrow{بجـ} = -2 و_1 + 4 و_2$

بطاقة (٨)

تدريب

أ) ١) $(0 ، 5)$ ٢) $(0 ، 5)$ ٣) $\overleftarrow{بأ} + \overleftarrow{أجـ} = \overleftarrow{بجـ}$

ب) $م = 5.0 ، ل = -2$

بطاقة (٩)

تدريب

١) $\sqrt{3}$ ٢) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ٣) $(-2\sqrt{3} ، -6)$ ٤) $(2 ، \sqrt{2})$

٥) $(-5 ، -5\sqrt{2})$ ٦) $(4\sqrt{3} ، 12)$ ٧) $(2\sqrt{3} ، 6)$ ٨) $(-2\sqrt{3} ، -6)$

بطاقة (١٠)

تدريب

١) $-\left(\frac{٢}{\sqrt{١٣}}، \frac{٣}{\sqrt{١٣}}\right)$ ٢) $\left(\frac{١٠}{\sqrt{١٣}}، \frac{١٥}{\sqrt{١٣}}\right)$

بطاقة (١١)

تدريب

١) $(-١ ، ٤)$ ٢) $(٠ ، ٠)$

بطاقة (١٢)

تدريب $\overleftarrow{س} = (١، -٢)$

تدريب إضافي $\overleftarrow{س} = \left(\frac{١٥}{٢}، -٩\right)$

بطاقة (١٣)

تدريب $٤و_{١} + ٣و_{٢} + ١٢٨و_{٣}$

بطاقة (١٤)

تدريب

١) $(٣٣ ، -١٩ ، -١٥)$ ٢) $(٢١ ، -١١ ، -١١)$

٣) $(-١٨ ، ٦ ، ١٤)$ ٤) $(-٩ ، -١٥ ، ٩)$

بطاقة (١٦)

تدريب ٣٠

بطاقة (١٧)

تدريب نلاحظ تساوي الفرعين و الإجابة ٣٠

بطاقة (١٨)

تدريب (١) ١٠

تدريب (٢) صفر

بطاقة (١٩)

تدريب $س = \pm ٤$

تدريب إضافي $س = \frac{٣\pi}{٢}، \frac{\pi}{٢}، \frac{\pi}{٣}، \frac{٥\pi}{٣}$

بطاقة (٢٠)

تدريب الزوايا الاتجاهية $هـ_{١} = \frac{\pi}{٤}، هـ_{٢} = \frac{\pi}{٢}، هـ_{٣} = \frac{٣\pi}{٤}$

بطاقة (٢١)

تدريب (١) $هـ = \frac{\pi}{٤}$

تدريب (٢) $\overleftarrow{أ}$ (٢،٠)

بطاقة (٢٢)

تدريب ٣٢ وحدة مربعة

بطاقة (٢٣)

تدريب

١) المستقيمات أب ، ب ج ، س ص

٢) المستويات أ ب ج د ، س ص ع ل ، م أ ب

بطاقة (٢٤)

نشاط: ١) متوازيان ٢) متخالفان ٣) متخالفان ٤) نقطة ، خط مستقيم ٥) س ٦) ١٠

بطاقة (٢٥)

السؤال الأول

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
رمز الاجابة	أ	أ	ج	أ	أ	أ	ب	ج	أ	ج

السؤال الثاني

١) أ) (١٠ ، ٠ ، ١٠) ب) $\pm(\frac{٤٠}{٨٤\sqrt{}}، \frac{-١٠}{٨٤\sqrt{}}، \frac{٢٠}{٨٤\sqrt{}})$

ج) $(\frac{-١٤}{٢٣٦\sqrt{}}، \frac{٦}{٢٣٦\sqrt{}}، \frac{-٢}{٢٣٦\sqrt{}})$ د) $(\frac{١٨}{٥٦\sqrt{}}، \frac{-١٢}{٥٦\sqrt{}}، \frac{-٦}{٥٦\sqrt{}})$

٢) ٤٥ درجة

السؤال الثالث

١) أ) ٣٠ ب) ٣٠ $\sqrt{٣}$ $\overleftarrow{ن}$ ج) ٤

٢) ٣٠ ، ١٥٠

السؤال الرابع

١) $س = \frac{-٥}{٢}$ ١٦ ٢) $\overleftarrow{س} = (\frac{-١}{٢}، -١، -١)$

٣) أ) ن =٣ ب) $(\frac{٣\sqrt{٢}}{٣١\sqrt{}}، \frac{-٢}{٣١\sqrt{}}، \frac{-٣}{٣١\sqrt{}})$

من بطاقة (٢٦-٣٦)

بطاقة (٢٦)

تدريب (١)

١) عبارة ٢) ليست عبارة ٣) عبارة ٤) ليست عبارة

تدريب (٢)

١) ص ٢) خ ٣) ص ٤) خ

تدريب (٣)

١) -٢١ < ١٢ ٢) ٣ عدد زوجي ٣) ٢+٣ ≠ ٥

٤) العدد الزوجي هو العدد الذي لا يقبل القسمة على ٢ دون باق .

بطاقة(٢٧)

تدريب (١) ١) خ ٢) ص ٣)خ ٤) خ

تدريب إضافي أ) خ ب) خ

بطاقة (٢٨)

تدريب (١) ١) ص ٢) ص ٣) خ ٤) خ ٥) ص

تدريب (٢) ١) ص ٢) ص ٣) خ ٤) ص

تدريب إضافي

ف	ن	ف ↔ ن	ف ← ن	ن ← ف	(ف ← ن) ∧ (ن ← ف)
ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	خ	خ	خ	ص	خ
خ	ص	خ	ص	خ	خ
خ	خ	ص	ص	ص	ص

بطاقة (٢٩)

تدريب (١)

ف	ن	ف ∨ ن	(ف ∨ ن)← ن	ف← ن
ص	ص	ص	ص	ص
ص	خ	ص	خ	خ
خ	ص	ص	ص	ص
خ	خ	خ	ص	ص

تدريب (٢)

الطرف أول $(ف \vee ن) \leftarrow ن \equiv \sim (ف \vee ن) \vee ن$

$\equiv ن \vee (\sim ف \vee \sim ن)$

$\equiv (\sim ف \vee ن) \wedge (\sim ن \vee ن) \equiv (\sim ف \vee ن) \wedge ص$

$\equiv (\sim ف \vee ن) \equiv ف \leftarrow ن$ "الطرف الثاني"

تدريب إضافي (١)

١) $\sim ف \vee \sim ن$

٢) $\sim ف \leftarrow \sim ن$

٣) $\sim ف \leftarrow ن$

٤) قطرا المعين لا ينصف كل منهما الآخر أو قطرا المعين غير متعامدين .

٥) أ) خ ب) خ ج) ص

تدريب إضافي (٢) العبارة صائبة ونفيها خطأ

النفي:

زادت مساحة المثلث و(لم يزد طول قاعدته ولم يزد ارتفاعه) أو (زاد طول قاعدة المثلث وارتفاعه ولم تزد مساحته)

بطاقة (٣٠)

تدريب (١) ١) م . ح = $\{\pm ٣\}$ ٢) م . ح = $\{٥\}$

تدريب (٢) ١) ج ٢) أ ٣) ج

بطاقة (٣١)

تدريب (١) ١) ص ٢) ص ٣) ص ٤) خ

تدريب (٢)

١) بعض الأسلاك غير نحاسية

٢) $\forall س \in ح ، س^{٢} \neq ٤$

٣) $E س \in ح : س + ٣ \geq ٠$

٤) كل الحيوانات أليفة أو بعضها مفترس

تدريب إضافي

$E س \in ح : ((ق(س) \wedge هـ(س)) \wedge \sim ق(س)) \wedge \sim هـ(س))$

$\vee ((ق(س) \vee هـ(س)) \wedge \sim ق(س)) \vee \sim هـ(س))$

بطاقة (٣٢)

تدريب : بفرض س = ٢ك

$س^{٢} = ٤ك^{٢} = ٢ \times ٢ك^{٢} = ٢هـ$ = عدد زوجي

تدريب إضافي : بفرض العددين ٢ك +١ ، ٢ك+٣

حاصل الضرب هو $٢(٢ك^{٢} + ٤ك) + ٥$ و هو عدد فردي .

بطاقة (٣٣)

تدريب

الخطوة الثالثة إثبات صحة العبارة عندما ن= ك+١

$$٢ + ٦ + ١٢ + ... + ك(ك+١) + (ك+١)(ك+٢) = \frac{(ك+١)((ك+١)^{٢} + (ك+٢)(ك+٣)}{٣}$$

$$\text{الأيمن} = \frac{ك(ك^{٢}+٣ك+٢)}{٣} + \frac{(ك+١)٣(ك+٢)}{٣} = \frac{ك^{٣}+٦ك^{٢}+١١ك+٦}{٣}$$

الأيسر = (بفك التربيع و تجميع الحدود المتشابهة و من ثم الضرب) نثبت المعادلة .

بطاقة (٣٤)

السؤال الأول:

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
رمز الاجابة	أ	ج	ب	أ	ب	د	ج	د	د	أ	ب	أ	ج	د	ب

السؤال الثاني :

أ) **١- المعكوس:** $\not\exists ٢ \in ص \leftarrow ٣ \in ط$

المعاكس الإيجابي: $\not\exists ٢ \notin ص \leftarrow ٣ \notin ط$

النفي: $٣ \in ط \wedge \not\exists ٢ \notin ص$

قيمة الصواب: خ

٢- المعكوس : إذا كان ٢ عدداً زوجياً فإن ١٠ تقبل القسمة على ٣

المعاكس الإيجابي : إذا كان ٢ عدداً فردياً فإن ١٠ لا تقبل القسمة على ٣.

النفي : ١٠ يقبل القسمة على ٣ و ٢ عدد فردي

قيمة الصواب : ص

ب) $\sim (ف \wedge \sim ن) \equiv \sim ف \vee ن$

قطرا المعين غير متعامدين أو لا ينصف كل منهما الآخر

ف	ن	م	~ م	ن ∨ ~ م	ف ← (ن ∨ ~ م)	ف ← ن	ف ← ~ م	(ف ← ن) ∨ (ف ← ~ م)
ص	ص	ص	خ	خ	خ	ص	خ	خ
ص	ص	خ	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	خ	ص	خ	خ	خ	خ	خ	خ
ص	خ	خ	ص	خ	خ	خ	ص	خ
خ	ص	ص	خ	خ	ص	ص	ص	ص
خ	ص	خ	ص	ص	ص	ص	ص	ص
خ	خ	ص	خ	خ	ص	ص	ص	ص
خ	خ	خ	ص	خ	ص	ص	ص	ص

ب) ~ (ف ← ن) ≡ ~ (~ ف ∨ ن) ≡ (ف ∧ ~ ن)

السؤال الرابع

أ) **الخطوة الثالثة :** إثبات أن $٧^{ك+١} - ٢^{ك+١}$ يقبل القسمة على ٥ بمعلومية أن $٧^{ك} - ٢^{ك} = ٥م$

كالتالي:

$$٧^{ك+١} - ٢^{ك+١} = ٧ \times ٧^{ك} - ٢ \times ٢^{ك}$$
$$= ٧ \times ٥^{ك} + ٧ \times ٢^{ك} - ٢ \times ٢^{ك}$$
$$= ٧ \times ٥^{ك} + ٢(٧^{ك} - ٢^{ك})$$
$$= ٧ \times ٥^{ك} + ٢ \times ٥م$$
$$= ٥(٧^{ك} + ٢م)$$ يقبل القسمة على ٥

ب) بفرض أن أ= ٢ك ، ب=٢م+١

أ+ب+أب = ٢ك + ٢م + ١ + ٢ك(٢م+١)

= ٢ك + ٢م + ١ + ٤ك م + ٢ك = ٢هـ + ١ = عدد فردي .

الإجابات النهائية لبطاقات الوحدة الثالثة " المعادلات والمتباينات"

من بطاقة (٣٦ - ٤١)

بطاقة (٣٥)

تدريب $س = ٧ ، ص = -٣ ، ع = -٤$

تدريب إضافي $٢س^{٢} + ٣س - ٤ = ٠$

بطاقة (٣٦)

تدريب (١) (٠ ، ٢) ($\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٨}{٥}$)

تدريب (٢) (١ ، ٢) $(\frac{-١}{٥}، \frac{-٨}{٥})$

تدريب (٣) $(٨، ٨)$ $(-٣، -٣)$

بطاقة (٣٧)

تدريب (١) ١) $س = \pm ٦$ ، $ص = \pm ٨$ ٢) $س = \pm ٣$ ، $ص = \pm ٤$

تدريب (٢) $س = \pm \sqrt{٢٨}$ ، $ص = \pm ١$

تدريب إضافي : الأبعاد هي ٣ ، ٦

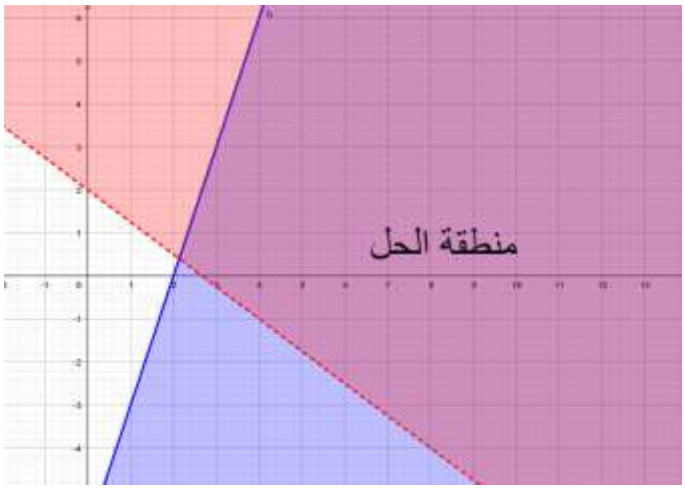
بطاقة (٣٨)

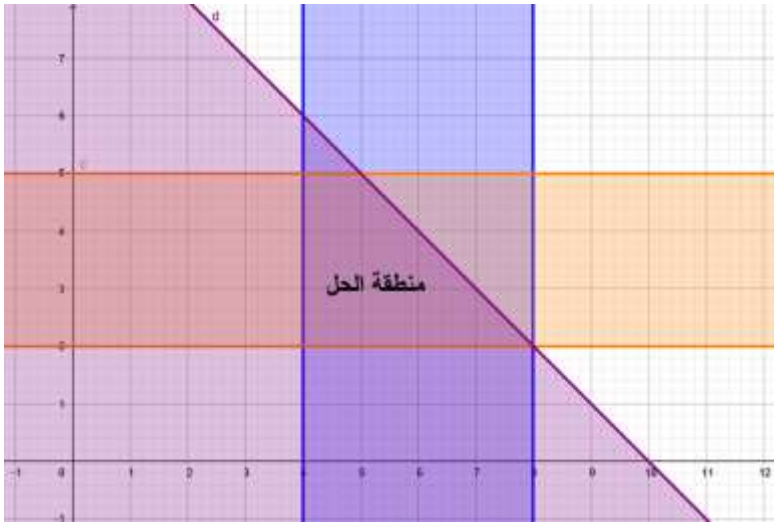
تدريب (١) ١) س=٣ ٢) س=٠ ، س= $\frac{٣}{٢}$ ٣) س=٠ ، س=٣

تدريب (٢) ١) $س = \frac{٣٢}{٧}$ ٢) $س = ٨$

بطاقة (٣٩)

تدريب (١)





تدريب (٢)

$٤ \geq س \geq ٨$ ،

$٢ \geq ص \geq ٥$ ،

$س + ص \geq ١٠$

بطاقة (٤٠)

تدريب (١) م.ح = $]\infty، ٧]$

تدريب (٢) م.ح. = $[-٢، ٤]$

تدريب إضافي م.ح. = $\{٣، \frac{-١}{٥}\}$

بطاقة (٤١)

السؤال الأول

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
رمز الاجابة	أ	أ	ب	ب	د	أ	أ	أ	د	أ	ب	ب	ج	ج	ج

السؤال الثاني

أ) س=٣ ، ص=١٣ ، ع=٥ ب) (٠ ، ٢) ($\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٨}{٥}$)

السؤال الثالث

أ) س = $\frac{\text{لـو}٦}{\text{لـو}٢}$ ١٠ ب) س=٤ ، س= ١ ج) س=-٥ ، س=١

السؤال الرابع

أ) س=٦ ، ص= ٨ ب) م.ح. = $[-٢، ٤]$

السؤال الخامس