دولـة فلســطين
وزارة التربية والتعليم العالي

الإدارة العامة للإشراف والتأهيل التربوي

الرياضيات

نماذج تدريبية لامتحانات الثانوية العامة
وإجاباتها النموذجية

الفرع العلمي

إعداد
الإدارة العامة للإشراف والتأهيل التربوي

غزة – 2022

الإعـــــداد

تم إعداد النماذج التدريبية لاختبارات الثانوية العامة وإجاباتها النموذجية من خلال أقسام الإشراف التربوي ولجان المباحث بمديريات التربية والتعليم بمحافظات غزة

الإشـــراف والمتابعة

الإدارة العامة للإشراف والتأهيل التربوي

أ. ماجد عيسى الأغا

د. ريما ابراهيم الخطيب

تقـــــديم

تواصـــل وزارة التربيـــة والتعلـــيم العـــالي جهودهـــا الحثيثـــة لـــدعم طلبـــة الثانويـــة العامـــة مـــن خـــلال إطـــلاق برنـــامج أوائـــل فلســـطين 2022م للعـــام الدراســـي 2022/2021 الـــذي بـــدأ بإصـــدار تصـــنيف أســـئلة الثانويـــة العامـــة للســـنوات الماضـــية مـــع إجاباتهـــا النموذجيـــة ، واليـــوم تصـــدر هـــذه المجموعـــة مـــن النمـــاذج التدريبيـــة لاختبـــارات الثانويـــة العامـــة والتـــي قـــام بإعـــدادها المشـــرفون التربويـــون فـــي مـــديريات التعلـــيم بقطـــاع غـــزة ، وقـــد روعـــي فـــي إعـــدادها التعليمـــات الصـــادرة عـــن الـــوزارة مـــن حيـــث الـــدروس المقـــررة وطبيعـــة أســـئلة الاختبـــار ؛ وذلـــك مـــن أجـــل تـــدريب الطالـــب علـــى اجتيـــاز الاختبـــار النهـــائي بســـهولة ويســـر ، كمـــا روعـــي أن تكـــون هـــذه النمـــاذج متضـــمنة للإجابـــات النموذجيـــة مـــن أجـــل مســـاعدة الطالـــب علـــى تقيـــيم أدائـــه بعـــد مراجعة كل مبحث .

والـــوزارة إذ تواصـــل جهودهـــا لـــدعم طلبـــة الثانويـــة العامـــة لترجـــو لهـــم التوفيـــق والنجـــاح و تحقيق أعلى المراتب.

والله الموفق و هو الهادي إلى سواء السبيل

د. محمود أمين مطر

مدير عام الإشراف والتأهيل التربوي

نماذج الرياضيات الورقة الأولى

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم / شمال غزة

امتحان التجريبي لشهادة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٢م
الفرع: العلمي الورقة الأولى

مدة الامتحان: ساعتان ونصف
المبحث: رياضيات
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (سبعة) أسئلة ، أجـب عن (خمسة) منها فقط.

القسم الأول : يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة ، وعلى الطالب أن يجـيب عنها جـميعاً.

السؤال الاول: اختار الاجابة الصحيحة مما بين الاقواس (٣٠ علامة)

١) اذا كان $ن(س) = (س^{٢} + س)^{-١}$ وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران $ن$ عندما تتغير س من ١ إلى $س_{٢}$ يساوي $-\frac{١}{٣}$ فما قيمة $س_{٢}$ ، بحيث $س_{٢}$ > صفر

أ) ٣ ب) ٢ ج) -٢ د) -٣

٢) إذا كان $\frac{ء}{ءس}\left(\frac{(١-س)^{٢}}{١-س^{٢}}\right) = \frac{ك}{(١+س)^{٢}}$ ، $ك \in ع$ فما قيمة ك

أ) -٢ ب) ٢ ج) ١+ س د) ١ – س

٣) إذا كان $ن(س)$ اقتران كثير حدود وكانت $\lim_{س \to ١} \frac{ن(س)-١}{س-١} = ٦$ ، فإن $\lim_{س \to ١} \frac{ن(س)-س}{لو_{هـ} س} =$

أ) صفر ب) ٥ ج) ٦ د) ٧

٤) اذا كان $ن^{٢}(٣س-٢) = \left[\frac{س}{٣}+٥\right] + |٥-س|$ ، $ن(٤) > ٠$ فإن قيمة $ن'(٤)$

أ) $-\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{١}{١٨}$ ج) $-\frac{١}{١٨}$ د) $-\frac{١}{٢}$

٥) إذا كان الاقتران $ن(س) = (س-أ)^{٢} + ٢س$ يحقق شروط نظرية رول في الفترة $[١ ، ٥]$ فما قيمة الثابت أ؟

أ) ٥ ب) ٣ ج) ١ د) ٤

٦) اذا كانت $ن(س) = (\sqrt{س})^{-(لو_{هـ} س)^{-١}}$ فإن قيمة $ن'(هـ) =$

أ) $-\frac{١}{\sqrt{هـ}}$ ب) $\sqrt{هـ}$ ج) $\frac{١}{\sqrt{هـ}}$ د) $-\sqrt{هـ}$

٧) اذا كان $ن(س) = س^{٣}$ ، $هـ(س) = \sqrt{س}$ ، $\left|\frac{ءس}{ءن}\right|_{س=٢} = ٤$ ، جد $\frac{ء}{ءن}(ن \circ هـ)(٢س)$ عند س = ٢

أ) ٢٤ ب) ٦ ج) ٨ د) ١٢

٨) عدد النقاط الحرجة للاقتران ن(س)=لـو$_{\frac{1}{2}}$ (س^{٢} − ٣س) المعرف على مجاله

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٣

٩) اذا كان ن(س)كثير حدود من الدرجة الثالثة له قيمة صغرى محلية عند س$_{١}$ ، قيمة عظمى محلية عند س$_{٢}$

وكان س$_{١}$ < س$_{٢}$ فإن ن$'$(س)يكون على ح

أ) مقعراً لاسفل ب) مقعراً لاعلى ج) متزايداً د) متناقصاً

١٠)يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = ٢جا^{٢} $\frac{ن}{٢}$ + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ن ، ن∋$\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right]$ جد تسارع الجسم

عندما تكون سرعته $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ م / ث

أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ب) ٢ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{\pi}{٣}$

١١)اذا كان ن(س) اقتران معرف على [٣ ، ٨]بحيث ن(س$_{١}$) > ن(س$_{٢}$) ∀ س$_{٢}$ > س$_{١}$. وكان الاقتران ن(س)معرف على [− ٣ ، ٢] بحيث ن(س$_{١}$) > ن(س$_{٢}$) ∀ س$_{١}$ > س$_{٢}$ فإن جميع العبارات الاتية صحيحة ما عدا

أ) ن$'$(٤) > ن$'$(٢) ب) ن$'$(٦) > ن$'$(−١)

ج) $\frac{ن(٥)-ن(٧)}{ن'(٠)}$ > ٠ د) $\frac{ن(٧)-ن(٥)}{ن'(-١)}$ > ٠

١٢) اذا كان العمودي على مماس منحنى الاقتران ن(س) = س^{٢} − ٤ عندما س =١ يقطع المنحنى مرة أخرى عند س = ٩ فما قيمة ٩ ؟

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) − $\frac{٣}{٢}$ ج) ٢ د) − $\frac{٣}{٢}$ ، ٢

١٣) إذا كان ن(س)يحقق شروط نظرية رول على [−١ ، ٢] وكانت قيمة جـ التي تحددها النظرية تساوي ١ ، وكان ن$''$(س) = −٣ فإن إحدى العبارات التالية صحيحة

أ) ن(١)قيمة صغرى محلية للاقتران ب) (١، ن(١)) نقطة انعطاف

ج) ن(١)قيمة عظمى محلية للاقتران د) ن(−١) ≠ ن(٢)

١٤) إذا كان $\sqrt{٣}$ص = س + $\sqrt{١ + س^{٢}}$ فإن (س^{٢} + ١)(ص$'$)^{٢} =

أ) ٣ص^{٢} ب) -٩ص^{٢} ج) ٩ص^{٢} د) -٣ص^{٢}

١٥) مثلث طولا ضلعين فيه ٥ سم ، ٧ سم والزاوية المحصورة بينهما قياسها هـ فما قيمة الزاوية هـ التي تجعل مساحة المثلث أكبر ما يمكن

أ) π ب) $\frac{\pi}{٢}$ ج) $\frac{\pi}{٣}$ د) $\frac{\pi}{٤}$

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) اذا كان $ن(س) = \begin{cases} |س^{٢} - س - ٦| & ، ٠ \leq س < ١ \\ ٢س + ب & ، ١ \leq س < ٢ \\ جـ & ، س = ٢ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في $[٠، ٢]$ فما قيم الثوابت ب، جـ ؟

ب) اذا كان $ن(س) = \frac{٤جاس - ٢س - س جتاس}{٢ + جتاس}$ ، $س \in [٠، ٢\pi]$ جد:

١- مجالات التزايد والتناقص

٢- القيم القصوى وحدد نوعها

ج) إذا كان متوسط تغير الاقتران هـ(س) في $[٢، ٥]$ يساوي ٦، وكان $ن(س + ١) = ٥(س + ١) + س^{٢} + ٦$،

أوجد متوسط تغير الاقتران $ن(س)$ في الفترة $[٢، ٥]$ ؟

السؤال الثالث : (٢٠علامة)

أ) جد مساحة الشكل الرباعي الواقع في الربع الأول الناتج من تقاطع منحنى المماس والعمودي على المماس لمنحنى $ن(س) = س^{٢} - ٢س + ٦$ عند النقطة (٢، ٦) ومحوري السينات والصادات

ب) إذا كان $ص^{٦} س^{٣} = ١٠$ أثبت أن $ص'' = \frac{٣ص}{٤س^{٢}}$

ج) إذا كان $ن(س) = \frac{١}{٤} أ س^{٤} - ٢س^{٣} - س - ١$ وكانت $نهـ_{هـ \to ٠} \frac{ن''(١ + ٤هـ) - ن''(١)}{٣هـ} = -٣٢$ جد قيمة أ ؟

القسم الثاني / أجب عن سؤالين فقط من الأسئلة الأتية

السؤال الرابع: (١٥ علامة)

أ) قذف جسم من قمة برج ارتفاعه عن سطح الأرض ٦٠ م حسب العلاقة الاتية $ف_{١}(ن) = ٢٠ن - ٥ن^{٢}$

وبنفس اللحظة أطلق جسم من حفرة عمقها ٤٠ م تحت سطح الأرض حسب العلاقة $ف_{٢}(ن) = ٥ن + ٥ن^{٢}$.

جد سرعة كل من الجسمين عندما يكون لهما نفس الارتفاع عن سطح الأرض

ب) إذا كان $ص = \frac{جتاس}{جاس + جتاس}$ أثبت أن: $ص'' = ٢(ص')^{٢} \times جتا٢س$

السؤال الخامس: (١٥ علامة)

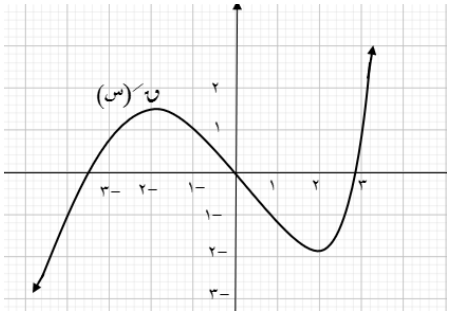
أ) قطعة من الخشب على شكل أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية ٤٠٠ π سم^{٢}. حفر فيها نصف كرة طول قطرها مساو لطول قطر قاعدة الأسطوانة. جد طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة الذي يجعل حجم الجزء المتبقي من الأسطوانة أكبر ما يمكن.

ب) معتمداً على الرسم المجاور لمنحنى $ن'(س)$

جد:

١- مجالات التقعر للاقتران $ن(س)$

٢- الإحداثيات السينية لنقاط الانعطاف.



السؤال السادس: (١٥ علامة)

أ) إذا كان $ن(٩ - س^{٢}) = ن(٢س + ١) - ن(س) + ٢$ وكان) متوسط التغير للاقتران $ن(س)$ في الفترة $[٢، ٣]$ يساوي -٤. جد $ن(٧)$ علما بأن $ن(٠) = ٣$.

ب) إذا كان ل(س)، م(س) اقترانيين قابلين للاشتقاق عند س= ١، وكان ل (٢) = -١، ل/ (٢) = -٢، م (١) = ٢، م / (١) =٣. جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $ن(س) = س^{٢}$ $(ل \circ م)(س)$ عند س = ١ .

السؤال السابع: (١٥ علامة)

أ) إذا كان منحنى $ن(س)$ يمر بالنقطة (٣، ٥) وكان $\lim_{س \to ٣} \frac{٥ - ن(س)}{س - ٣} = \frac{١}{٢}$

جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى ق(س) عندما س=٣ .

ب) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب بحيث أ ب = ٤ سم، ب جـ = ٣ سم، د نقطة على أب، هـ نقطة على أ جـ ، (و) نقطة على ب جـ فما قيمة س، ص التي يكون عندها مساحة المستطيل د ب هـ و أكبر ما يمكن.

انتهت الأسئلة

دولة فلسطين وزارة التربية والتعليم الإدارة العامة للقياس و التقويم و الامتحانات الفرع : العلمي المبحث : الرياضيات الورقة : الأولى الجلسة : - - -	بسم الله الرحمن الرحيم امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٢ ـ نموذج تدريبي	State Of Palestine Ministry of Education D.G. of Assessment Evaluation & Examination اليوم : (مديرية شرق غزة) التاريخ : / / ٢٠٢٢ م مدة الامتحان : ساعتان و نصف مجموع العلامات : (١٠٠) علامة

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (سبعة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول : يتكون هذا القسم من (ثلاثة) أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً .

السؤال الأول (٣٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٥) فقرة من نوع اختيار من متعدد ، من أربعة بدائل ، اختر رمز الإجابة الصحيحة ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) إذا كان متوسط التغير في الاقتران ق في الفترة [١، ٦] يساوي ١٢، وكان هـ (س) = ٢س ـ٣ ق(س)

فما متوسط التغير في الاقتران هـ في الفترة [١ ، ٦] ؟

أ) ـ ٢٣ ب) ـ ٣٤ ج) ـ ٣٢ د) ـ ٢٦

٢) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} ٤س + ٢ & ، \ -٢ \leqslant س < ١ \\ ٢س^{٢} - ٢ & ، \ ١ \leqslant س < ٣ \end{cases}$

فما قيمة ق$'$ (١) ؟

أ) ٤ ب) ٦ ج) صفر د) غير موجودة

٣) إذا كان ق (س)=(س ـ م) ل (س) ، حيث ل (س) اقتران متصل عند س = م ، فماذا تساوي ق$'$ (م)؟

أ) ل (م) ب) ل$'$ (م) ج) ق (م) د) صفر

٤) إذا كان ق (س) = قاس ، ما قيم س في الفترة]٠ ، ٢ π [التي تحقق المعادلة ق$'$ (س) = ٠ ؟

أ) ٠ ، ٢ π ب) $\frac{\pi}{٢}$ ج) π د) $\frac{\pi}{٢}$ ، π

٥) إذا كان ص = (قتاس + ظتاس)^{ن} ، ن عدد صحيح موجب ، فماذا تساوي $\frac{ق ص}{ق س}$ ؟

أ) ـ ن ص قتا س ب) ن ص قتاس ج) ـ ن ص ظتاس د) ن ص ظتاس

٦) إذا كان ص = ق (س^{٢} + ٢س) ، ق$'$ (٣) = ٥ ، فما قيمة $\frac{ق ص}{ق س}$ عند س = ١ ؟

أ) صفر ب) ٣٠ ج) ١٠ د) ٢٠

٧) إذا كانت س = ظا٢ص ، فماذا تساوي $\frac{ق ص}{ق س}$ ؟

أ) ـ $\frac{١}{٢}$ جا^{٢} ٢ص ب) $\frac{١}{٢}$ جتا^{٢} ٢ص ج) $\frac{١}{٢}$ جا^{٢} ٢ص د) ـ $\frac{١}{٢}$ جتا^{٢} ٢ص

٨) إذا كان $\lim_{س \to 0} \frac{٤س^{٢} - جاب س}{ب س - ظا ٤س} = \frac{١}{٤}$ ، فما قيمة ب ؟

أ) $\frac{٤}{٥}$ ب) $-\frac{٥}{٤}$ ج) $-\frac{٤}{٣}$ د) $\frac{٣}{٤}$

٩) إذا كان ق (س) = هـ^{٣س} + لو$_{هـ}$ (س^{٣} + ٥) ، فما قيمة ق$'$ (٠) ؟

أ) ٨ ب) صفر ج) ٣ د) ٥

١٠) ما معادلة المماس لمنحنى العلاقة س = ص^{٢} ـ ٤ ص عند نقط تقاطع منحناها مع محور الصادات حيث ص > ٠ ؟

أ) ص = $\frac{١}{٤}$ س ـ ٤ ب) ص = $\frac{١}{٤}$ س + ٤ ج) ص = ٤ س ـ $\frac{١}{٤}$ د) ص = ٤ س + $\frac{١}{٤}$

١١) إذا كان للاقتران ق (س) = س^{٣} + أ س^{٢} + س نقطة حرجة عند س = ـ١ ، فما قيمة أ ؟

أ) ١ ب) ـ ١ ج) ٢ د) ـ ٢

١٢) إذا كان ق (س) = | س^{٢} ـ ٩| ، س ∈ [ـ ٥ ، ٣] ، فما فترات التزايد للاقتران ق (س) ؟

أ) [ـ ٥ ، ـ ٣] ب) [ـ٣ ، ٠] ج) [٠ ، ٣] د) [ـ ٥ ، ٠]

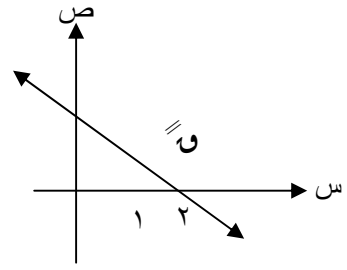
١٣) إذا كان لاقتران كثير الحدود ق (س) قيمة عظمى محلية عند النقطة (٢ ، ٣) ، فما القيمة الصغرى المحلية للاقتران هـ (س) = (١ ـ ق (س))^{٣} ؟

أ) ـ ٨ ب) ٨ ج) ـ ١ د) لا يوجد له قيمة عظمى محلية

١٤) إذا كان ق (س) = ١٢ س + ٦ (م ـ ٢) س^{٢} ، فما قيم م التي تجعل منحنى الاقتران ق مقعراً للأسفل

أ) [٢ ، ∞ [ب)] ـ ∞ ، ٢] ج)] ٢ ، ∞ [د)] ـ ∞ ، ٢ [

١٥) الشكل المجاور يمثل منحنى ق$''$ (س) للاقتران ق كثير الحدود المعرف على ح ، إذا كان للاقتران ق نقطة حرجة عند (١ ، ق (١)) ، فماذا تمثل ق (١) ؟



أ) قيمة عظمى محلية ب) قيمة عظمى مطلقة

ج) قيمة صغرى مطلقة د) قيمة صغرى محلية

السؤال الثاني (٢٠ علامة)

أ) قذف جسم رأسياً لأعلى وكان ارتفاعه عن سطح الأرض يعطى بالعلاقة ف= ٥ أ ن ـ ب ن^{٢} (٧ علامات)
فما قيمة الثابتين أ ، ب علماً بأن سرعة الجسم و تسارعه بعد ٣ ثوان من بدء الحركة تساوي ١٦ ، ـ ٨ على الترتيب .

ب) إذا كان ص^{٢} ـ ٢ س ص ـ ٣=٠ ، ٣ س ـ ٢ ع =١ ، جد $\frac{د ص}{د ع}$ عند ع = ١، ص > ٠ (٧ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = أ س^{٢} ـ ٤ س + ٥ ، يحقق شروط نظرية رول على الفترة [ـ ١ ،ب] (٦ علامات)
، فإذا كانت قيمة جـ التي تعينها النظرية هي ٢ حيث ٢ ∋] ـ ١ ، ب [، فما قيمة كل من أ ، ب ؟

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) بين أن المماس لمنحنى الاقتران ق (س) = $\frac{س^{٢}}{هـ^{س}}$ عند النقطة التي إحداثيها (٤ علامات)
السيني = ١ يمر بنقطة الأصل .

ب) جد حجم أكبر اسطوانة دائرية قائمة يمكن وضعها داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه ١٢ سم (٧ علامات)
ونصف قطر قاعدته ٤ سم .

ج) إذا كان ق (س) = س^{٣} ـ ٣س^{٢} ـ ٩س + ٥ معرفاً في الفترة [ـ ٢ ، ٦] ، جد : (٩ علامات)

١. القيم القصوى المطلقة للاقتران ق (س) .

٢. فترات التزايد والتناقص للاقتران ق (س) .

٣. فترات التقعر للأعلى و للأسفل للاقتران ق (س) .

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عن سؤالين فقط

السؤال الرابع : (١٥ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = (س^{٢} + س)$^{-١}$ ، وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران ق عندما (١٠ علامات)
س من ١ إلى س$_{٢}$ يساوي (ـ $\frac{١}{٣}$) ، فجد قيمة س$_{٢}$ حيث س$_{٢}$ > ٠ .

ب) إذا كان ص = ظاس + $\frac{١}{٣}$ ظا^{٣} س ، فاثبت أن $\frac{د ص}{د س}$ = قا^{٤} س (٥ علامات)

السؤال الخامس (١٥علامة)

أ) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، بحيث كان هـ َ (س) = ق (س) ، (٦ علامات)

ق َ (س) = ـ هـ (س) وكان ل (س) = (هـ ٢(س) + ق ٢(س))٢ ، جد ل َ (س)

ب) جد مساحة المثلث القائم الزاوية المكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة ص = $\sqrt{س}$ (٩ علامات)

س > ٠ عند النقطة (٤ ، ٢) ومحور السينات و المستقيم س = ٤ .

السؤال السادس (١٥ علامة)

أ) إذا كان ق (س) متصلاً على [أ ، ب] وقابلاً للاشتقاق على الفترة] أ ، ب [(٥ علامات)

وكان ق َ (س) > ٠ ، لكل س ∈] أ ، ب [، وكان هـ (س) = ق (س) + س٣ ، فاثبت أن

هـ(س) متزايد على الفترة [أ ، ب] .

ب) متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل ، ومجموع أطوال أحرفه يساوي ٦٠٠ سم (١٠ علامات)

جد أبعاد متوازي المستطيلات التي تجعل حجمه أكبر ما يمكن .

السؤال السابع (١٥ علامة)

أ) يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن يعده عن نقطة الأصل بالأمتار بعد ن ثانية (٧ علامات)

معطى بالعلاقة ف (ن) = $\frac{1}{2}$ ن ـ جا٢ ن ، ن ∈ [٠ ، π] ، جد تسارع الجسم في اللحظة التي تنعدم

فيها السرعة .

ب) إذا كان ق (س) = ب س٢ ـ ٢ س +١ معرفاً على [ـ ١ ، ب] ، فإذا علمت أن ميل المماس (٨علامات)

للاقتران عند النقطة جـ ∈] ـ١ ، ب [و التي تؤكد على وجودها نظرية القيمة المتوسطة تساوي ٤ ،

فما قيمة ب ؟

انتهت الأسئلة

بسم الله الرحمن الرحيم

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم – غرب غزة

الامتحان الاسترشادي للثانوية العامة
للعام الدراسي٢٠٢٢
عدد الصفحات (4) صفحات
الفرع العلمي (الورقة الأولى)

المبحث: الرياضيات
الزمـــن: ساعتان ونصف
التاريخ: / / 2022

ملاحظة: عدد أسئلة الامتحان (سبعة) أسئلة، أجب عن (خمسة) منها فقط — مجموع العلامات (100)

القسم الأول: يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول: (٣٠علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٥) فقرة من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل اختر رمز الإجابة الصحيحة

١. إذا كان $\lim_{س\to 0} \frac{هـ^{٢س}-هـ^{٥س}}{٣س} = ٢$ ، $ا \in ح^+$ فما قيمة ا ؟

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٥ د) ٦

٢. إذا كان $ص = قا^{ن}س$ فإن $\frac{د ص}{د س} =$

أ) $ن ص قاس$ ب) $ن ص ظاس$ ج) $ن ص قا^{٢}س$ د) $ن ص ظا^{٢}س$

٣. إذا كان $ق(س) = ٠ ٢س^{ن-١}$ وكانت $ق''(س) = جـ$ ، $جـ \in ح$ ، $ن \in ح^+$ فما قيمة $ن+جـ$ ؟

أ) ١٠٤ ب) ١٢٣ ج) ١٢٤ د) ١٢٥

٤. إذا كان $ق(\frac{١}{٢}س) = جا٢س$ فما قيمة المقدار $ق''(\frac{\pi}{٤}) + ق'(\frac{\pi}{٤})$ ؟

أ) صفر ب) -٤ ج) -٢ د) -٦

٥. إذا كان متوسط التغير للاقتران $ق(س) = ٢س^{٢} - س + ١$ على $[جـ، ٢جـ]$ يساوي ١٧، فما قيمة جـ ؟

أ) ٦ ب) ٤ ج) ٣ د) ١

٦. إذا كان $س = جاص$ ، $٠ < س < ١$ ، ص زاوية حادة فإن $\frac{د ص}{د س} =$

أ) $\sqrt{١ - س^{٢}}$ ب) $\frac{١}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$ ج) $\sqrt{س^{٢} - ١}$ د) $\frac{١}{\sqrt{س^{٢} - ١}}$

٧. الاقتران $ق(س) = \frac{س}{لـو_{هـ} س}$ متزايد على الفترة :

أ) $]٠، \infty[$ ب) $]٠، هـ[$ ج) $[هـ، \infty[$ د) $]-هـ، \infty[$

٨. إذا كان ق (س) اقتران متزايد ويقع في الربع الرابع في $[ا، ب]$ وكان $ع(س) = \frac{هـ^{س}}{ق(س)}$ فإن ع (س):

أ) متزايد ب) متناقص ج) مقعر لأعلى د) مقعر لأسفل

٩. إذا كان ق(س) = $\sqrt[3]{س^3 - 3س}$ ، س ∈ ح فما عدد قيم (س) الحرجة ؟

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٤ د) ٥

١٠. إذا كان ق(س) = (أ − ٢)س^2 + ٣س − ٥ فما قيم الثابت أ التي تجعل ق(س) مقعر لأسفل؟

أ) [٢، ∞[ب)]−∞، ٢] ج)]٢، ∞[د)]−∞، ٢[

١١. إذا كانت (ق ∘ هـ)′(٣) = ٨، (ق ∘ هـ)(٣) = ٢ فما قيمة هـ′(٣) ؟

أ) ١٦ ب) ٢ ج) ٨ د) ٤

١٢. إذا كان ق(ص + ١) = س^3 ، ق′(٥) = ٤، ق(٥) = ٨ فإن $\frac{د ص}{د س}$ عندما ص = ٤ تساوي:

أ) ٤ ب) ٣ ج) ١٢ د) ٤٨

١٣. يتحرك جسم حسب العلاقة ع^2(ن) = ٦ − $\frac{أ}{ف(ن)}$ إذا علمت أن تسارع الجسم يساوي ٩٦ م/ث^2 في اللحظة التي تنعدم السرعة فما قيمة أ ؟

أ) −٢ ب) ٢ ج) ٣ د) ١٨

١٤. إذا كان ص = ل^2 ، ل = (س + ١)^2، فإن $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ١ تساوي:

أ) ١٦ ب) ٨ ج) ٣٢ د) ٦٤

١٥. إذا كان المستقيم أ س + ٣ص = ٢ يمس منحنى الاقتران ق(س) = س^2 + أس + ٤ عند النقطة (١، ق(١)) فما قيمة الثابت أ

أ) $-\frac{٢}{٣}$ ب) $\frac{٢}{٣}$ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) $-\frac{٣}{٢}$

السؤال الثاني (٢٠) علامة :

أ- إذا كان ق(س) = $\begin{cases} أس^2 + بس + جـ & ، س \le ١ \\ ٧ - س^2 & ، س > ١ \end{cases}$ وكانت ق′(١) موجودة جد الثوابت أ، ب، جـ

ب- إذا كان ص = ظا(س ص) أثبت أن $\frac{د ص}{د س} = \frac{ص + ص^3}{١ - س(١ + ص^2)}$

ج- قذف جسم رأسياً لأعلى حسب العلاقة ف(ن) = ٤٦ن − ١٦ن^2 من سطح بناية ارتفاعها ٢٠٠ قدم ما سرعة الجسم وهو على ارتفاع ١٢٠ قدم من سطح الأرض؟

السؤال الثالث (٢٠) علامة :

أ-إذا كان الاقتران $ن(س) = \frac{١}{٤}جتا٤س - جتا٢س$ ، $س \in \left[٠ ، \frac{\pi}{٢}\right]$

١. عين فترات التزايد والتناقص للاقتران $ن(س)$

٢. القيم القصوى للاقتران $ن(س)$ وحدد نوعها

ب-إذا كان $ص = (س + \sqrt{س^{٢} + ١})^{ن}$ ، $ن > ٠$ وكان $ص'' = ٠$ عند النقطة $(\sqrt{٣} ، ٢)$ جد قيمة $ن$

ج- إذا كان $ن ، هـ$ يحققان القيمة المتوسطة في $[أ ، ب]$ وكان $ن(أ) = هـ(أ)$ و كان $ن'(س) > هـ'(س)$
$\forall س \in]أ ، ب[$ برهن أن $ن(ب) > هـ(ب)$

القسم الثاني: يتكون هذ القسم من أربعة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عن سؤالين منها فقط

السؤال الرابع (١٥) علامة :

أ- إذا كان $ص = ٢س^{٢} + ٤س$ ، $س = \sqrt{٣ل^{٢} + ١}$ جد $\frac{د ص}{د ل}$ عند $ل = ١$

ب-إذا كان العمودي للمنحنى $ص = ٤ - س^{٢}$ عند النقطة $(١ ، ٣)$ يقطع المنحنى مرة اخرى عند $جـ$ ، أوجد معادلة المماس للمنحنى عند النقطة $جـ$.

ج- إذا كان $هـ(س) = ٤ن(س) - \frac{أ}{س + ١}$ وكان متوسط تغير $هـ(س)$ في $[٠ ، ٢]$ يساوي ٨ والتغير في $ن(س)$ على الفترة ذاتها يساوي ٣ ما قيمة $أ$

السؤال الخامس (١٥) علامة :

أ- إذا كان $ل(س) ، هـ(س)$ اقترانين قابلين للاشتقاق وكان $ل(س) \times هـ^{٢}(س) = أ$ حيث $أ \neq ٠$ وكان
$هـ'(٢) = ٣\sqrt{أ} ، هـ(٢) = -٢\sqrt{أ}$ فجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $ل(س)$ عند $س = ٢$.

ب- أوجد قيمتي الثابتين $أ ، ب$ التي تجعل للمنحنى $ن(س) = س^{٣} + أس^{٢} + ب س$ نقطة انعطاف عند النقطة $(-٣ ، -٩)$

ج- شبه منحرف متساوي الساقين فيه ثلاث أضلاع متساوية في الطول، جد أكبر مساحة ممكنة لشبه المنحرف.

السؤال السادس (١٥) علامة :

أ- إذا كان المستقيم $ص = ٦س - ٧$ يمس منحنى $ن(س) = أس^{٢} + بس + جـ$ عند النقطة $(٣، ١١)$ والمستقيم $ص = ٢$ يمس نفس المنحنى عند النقطة $(٢، ٠)$ فما قيمة $أ، ب، جـ$

ب- $ن، ك$ كثيرا حدود موجبان دائما لكل منهما قيمة صغرى محلية عند $س = أ$ حيث $ن'(أ) \neq ٠ ، ك'(أ) \neq ٠$ أثبت أن $(ن \times ك)(س)$ قيمة صغرى محلية عند $س = أ$

ج- إذا كان $ن(س) = ٣ظا٢س$ ، $هـ(س) = \frac{٢س}{س^{٢} + ١}$ جد $(هـ \circ ن)'\left(\frac{\pi}{٨}\right)$

السؤال السابع (١٥) علامة :

أ- إذا كان $ن(س) = س^{٢} + \frac{جـ}{س}$ أثبت أنه لا يوجد أي قيمة عظمى محلية مهما كانت قيمة $جـ$ حيث $جـ \neq ٠$

ب- سلك طوله ٢٨ سم قطع إلى جزئين ثم ثني الجزء الأول ليكون مربعاً وثني الجزء الثاني ليكون مستطيلاً طوله يساوي ثلاثة أمثال عرضه أوجد طول كل من الجزئين إذا كان مجموع مساحتي المربع والمستطيل أقل ما يمكن؟

ج - إذا كان $ن(س)$ كثير حدود وله قيمة عظمى محلية عند $س = ب$ أوصغرى محلية عند $س = أ$ ، ونقطة انعطاف عند $س = جـ$ برهن وجود $ى \in]أ، ب[$ بحيث $ن''(ى) = ٠$

انتهت الأسئلة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة "التجريبي" لعام ٢٠٢٢م

دولــة فلسطــين | **المبحث:** الرياضيات | **التاريخ:** ٢٠٢٢/٠٤/١٣م

وزارة التربيــة والتعليــم العالــي | **الفرع:** العلمي | **مدة الامتحان:** ساعتان ونصف

مديرية التربية والتعليم الوسطى | **الورقة الأولى** | **مجموع العلامات:** (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة سبعة أسئلة، وعلى المشترك الإجابة عن خمسة أسئلة منها وفق المطلوب.

القسم الأول: يتكون من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعًا.

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة مما يلي: (٣٠ علامة)

١) يتحرك جسم في خط مستقيم بحيث أن بعده ف بالأمتار عن نقطة الانطلاق بعد ن ثانية يعطي بالعلاقة ف(ن) = جتا٢ن وكانت سرعته المتوسطة في [٠ ، ب] مساوية $\frac{-١}{٢ب}$ ، ب ∈ $\left]٠ ، \frac{\pi}{٢}\right[$ ، فما قيمة الثابت ب؟

أ) $\frac{\pi}{٤}$ ب) $\frac{\pi}{٢}$ ج) $\frac{\pi}{٦}$ د) $\frac{\pi ٣}{٤}$

٢) إذا كان هـ٢ $\left(\sqrt{س}+١\right) = ٥س^{٢}-١$ ، هـ(س) > ٠ ، فما قيمة هـ` (٢) ؟

أ) ٥ ب) ١٠ $\sqrt{٢}$ ج) $\frac{٥}{٢}$ د) ١٠

٣) أي من الاقترانات الآتية قابل للاشتقاق على مجاله ؟

أ) هـ(س) = $\sqrt{س-٢}$ ب) هـ(س) = |س|

ج) هـ(س) = $لـو_{هـ} س$ د) هـ(س) = $(س-٣)^{\frac{ن}{م}}$ حيث ن ، م ∈ ص$^{+}$ ، ن > م

٤) إذا كان هـ(س) = س^{٣} + ٢س ، هـ(س) = $\frac{١}{س}$ ، س ≠ ٠. فما قيمة $\left(هـ` \circ هـ\right)`$ (١)؟

أ) −٦ ب) ٦ ج) ٥ د) −٥

٥) ما قيمة $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{هـ^{جتا^{٤}س - جا^{٤}س} - ١}{\pi - ٤س}$ ؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $-\frac{١}{٢}$ ج) صفر د) $\frac{١}{٤}$

٦) إذا كان هـ(س) = س^{٢} + $\frac{١}{٢}$ ك(س) وكانت معادلة العمودي على مماس منحنى هـ(س) عند س = ٢ ، هي ٢س + ١٠ص = ٩ ، فما قيمة $\left(هـ(س)+ك(س)\right)`$ (٢) ؟

أ) ٦ ب) ٥ ج) −٧ د) ٧

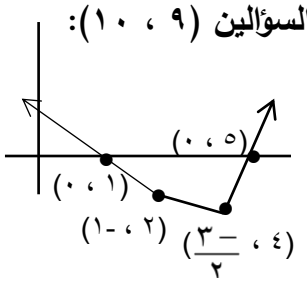
٧) إذا كان ظا(س ص) = ٣س − س^{٢} ، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ عند ص = ٠ ، س > ٠؟

أ) ١ ب) −١ ج) ٣ د) −٣

٨) هـ(س) = $\frac{\left[\frac{س}{٣}+١\right]}{|٢س-١|}$ ، س ≠ $\frac{١}{٢}$ ، فما قيمة هـ` (١) ؟

أ) ٢ ب) −٢ ج) ١ د) غ ٠ م

الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق(س) اعتمد ذلك في الإجابة عن السؤالين (٩ ، ١٠):



٩) أي من الفترات الآتية يكون فيها منحنى ق(س) متزايدًا ؟

أ) [١ ، ٥] ب) [٤ ، ∞[ج)]-∞ ، ٤] د)]-∞ ، ١]، [٥ ، ∞[

١٠) إذا كان ق(س) يحقق شروط رول على [١ ، ٦] ،
فما قيمة / قيم جـ الناتجة عنها ؟

أ) ٢ ، ٤ ب) ١ ، ٥ ج) ١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ د) ٥

١١) إذا كانت س١ ، س٢ ∈ [أ ، ب] وكان قً(س١) - قً(س٢) > ٠ ، س٢ ≤ س١
فما العبارة الصحيحة مما يأتي؟

أ) ق(س) متزايد على [أ ، ب] ب) قَ(س) مقعر للأسفل على]أ ، ب[
ج) ق(س) مقعر للأعلى على [أ ، ب] د) ق(س) مقعر لأسفل في]أ ، ب[

١٢) إذا كان ق(س) = $\frac{أس + ب}{جس + ء}$ وكان أء - ب جـ ≠ صفر ، فما عدد النقط الحرجة للاقتران ق(س) ؟

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٣

١٣) إذا كانت قَ(-١) = قَ(٣) = صفر ، وكان منحنى ق(س) واقعًا فوق جميع مماساته في]-٢ ، ٢[
فما العبارة الصحيحة مما يأتي ؟

أ) ق(-١) عظمى محلية ب) ق(-١) صغرى محلية ج) ق(٣) عظمى محلية د) ق(٣) صغرى محلية

١٤) ما أصغر قيمة للاقتران ق(س) = جاπس ، س ∈ [-١ ، ١]؟

أ) -١ ب) ١ ج) صفر د) $\frac{١}{٢}$

١٥) ما قياس زاوية الانعطاف لمنحنى ق(س) ، إذا علمت أن قَ(س) = ظا٢س ، س ∈ $\left]-\frac{\pi}{٢} ، \frac{\pi}{٢}\right[$

أ) $\frac{٥}{٢}$ ب) $\frac{\pi}{٤}$ ج) صفر د) $\frac{\pi}{٦}$

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) **إذا كان ق(س) = س(س - ٤)٣ ، س ∈ [-١ ، ٥] جد:** **(٨ علامات)**
١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) .
٢) القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) وحدد المطلقة منها.

ب) **إذا كان** $ق(س) = \begin{cases} \frac{٢}{س + ٢} ، & -١ \le س \le ٠ \\ [٢ - س] + س^{٢} ، & ٠ < س \le ١ \end{cases}$ **ابحث في تحقق شروط نظرية** **(٧ علامات)**
القيمة المتوسطة على الاقتران ق(س) في الفترة [-١ ، ١] ثم جد جـ التي تحققها النظرية (إن وجدت)

ج) **إذا كان** ص = ع٢ - $\frac{٨}{ع}$ ، ع = أس $\sqrt{س}$ **وكان** $\left|\frac{ء ص}{ء س}\right|_{ص=٠}$ = ١٨ ، **فما قيمة الثابت أ ؟** **(٥ علامات)**

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) **قذف جسم رأسيًا من قمة برج وفق العلاقة** $ف(ن) = ٠ ٦ن - ٦ن^{٢}$ **وكان أقصى ارتفاع يصل إليه عن سطح الأرض = ١٩٥ متر** **(١٠ علامات)**

١) جد ارتفاع البرج ٢) سرعة الجسم عندما يكون على ارتفاع ٩٩ متر من سطح الأرض

ب) **إذا كان** $ق(س) = ٢س + هـ^{س}$ جتاس ، $س \in [٠ ، ٢\pi]$ **أوجد:** **(١٠ علامات)**

١) فترات التقعر لأعلى ولأسفل ٢) نقط الانعطاف (إن وجدت)

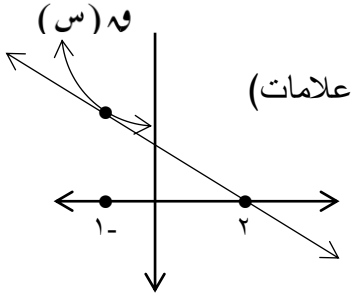
القسم الثاني: يتكون من أربعة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عن اثنين فقط.

السؤال الرابع: (١٥ علامة)

أ) إذا كان منحنى $ق(س) = س^{٢} + ١$ يمس منحنى $هـ(س) = س^{٢} - جتا\left(\frac{\pi}{س^{٢} - ٣}\right)$ ، جد معادلة المماس المشترك لهما عند نقطة تقاطعهما، حيث $س > ٠$ (٧ علامات)

ب) الشكل المجاور يمثل منحنى $ق(س)$ و المماس له عند $س = -١$، وكانت (٨ علامات)

$$\text{نهـا}_{س \to -١} \frac{٣ ق(س) - \sqrt{٣} س}{س^{٢} + س} = ٢\sqrt{٣}$$. جد قيمة $\left(ق \times ق\right)'(-١)$



السؤال الخامس: (١٥ علامة)

أ) دائرة نصف قطرها ٤ سم ، رسم فيها شبه منحرف متساوي الساقين **أ ب جـ ء** بحيث تقع رؤوسه على الدائرة وتنطبق قاعدته الكبرى **ب جـ** على قطر الدائرة. أوجد أكبر مساحة ممكنة لشبه منحرف **أ ب جـ ء** . (٨ علامات)

ب) يتحرك جسم وفق العلاقة $ع^{٢} = \frac{٢}{\sqrt{ف}} + ع$ ، احسب التسارع للجسم عندما تكون سرعته ٢ م/ث (٧ علامات)

السؤال السادس: (١٥ علامة)

أ) إذا كان $ق(س) = س + هـ^{٣}(س)$ وكان متوسط تغير $هـ(س)$ في $[١ ، ٣]$ يساوي ٢ ، (٧ علامات)
$(هـ(١) + هـ(٣))^{٢} = ٩$ ، $هـ(١) \times هـ(٣) = ٥$ ، جد متوسط تغير $ق(س)$ على $[١ ، ٣]$.

ب) إذا كان $جاص = ٢جاس$ ، أثبت أن $\left(\frac{ء ص}{ء س}\right)^{٢} = ١ + ٣ قا^{٢} ص$ (٨ علامات)

السؤال السابع: (١٥علامة)

أ) إذا كان $ص = لـو_{هـ}(هـ^{س} + \sqrt{هـ^{٢س} + ١})$ أثبت أن $(هـ^{٢س} + ١) ص'' - ص' =$ صفر . (٧ علامات)

ب) $ق(س)$كثير حدود من الدرجة الثانية يمر منحناه بالنقطة $(٠ ، ٦)$ ، رسم مماس للاقتران $ق(س)$ عند $س = ٢$ فقطع من محور الصادات ٤ وحدات موجبة و كانت زاوية ميل المماس تساوي $\frac{\pi ٣}{٤}$. (٨ علامات)
جد قاعدة الاقتران $ق(س)$

انتهت الأسئلة

الامتحان التجريبي للصف الثاني عشر للعام ٢٠٢١/٢٠٢٢

دولة فلسطين	الفرع : العلمي	الورقة : الأولى
وزارة التربية والتعليم العالي	المبحث : الرياضيات	مدة الامتحان : ساعتان ونصف
مديرية التربية والتعليم – خان يونس	التاريخ : / /٢٠٢٢	مجموع العلامات: (١٠٠) علامة

القسم الأول : يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة : (٣٠ علامة)

١) **إذا كان مقدار تغير الاقتران هـ(س) عنما تتغير س من س إلى س+هـ يساوي س^{٢} هـ – ٤س هـ^{٢} فإن هـ$'$ (٣) تساوي**

أ) –٩ ب) –٣ ج) ٩ د) ٠

٢) **ما قيمة** $\lim_{س \to ٠} \frac{هـ^{س^{٢}} - هـ^{٢س}}{٤س}$

أ) $\frac{-١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) ٢ د) –٢

٣) **إذا كان ٢س – ص + ك = صفر ، يمس منحنى الاقتران ق(س) =** $\frac{-٢}{س}$ **، س > ٠ ، فما قيمة الثابت ك ؟**

أ) –٤ ب) ٤ ج) ٢ د) –٢

٤) **ما مجموعة قيم جـ التي تحددها نظرية رول على الاقتران ق(س) = ٩ في [١،٠]**

أ) Ø ب) {٠} ج)]١،٠[د) [١،٠]

٥) **إذا كانت ع =** $\sqrt{١ - ف^{٣}}$ **، فإن تسارع الجسم في حالة السكون اللحظي يساوي**

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{-٣}{٢}$ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{-٢}{٣}$

٦) **إذا كان ق(س) =**
$$\begin{cases} س^{٢} - س \ ، & ٠ \leq س \leq ١ \\ س - ١ \ ، & ١ < س \leq ٣ \end{cases}$$
فما هي مجموعة قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) نقاط حرجة؟

أ) {٠، ١، ٣} ب) {٠ ، ٣} ج) {٠، $\frac{١}{٢}$ ، ١، ٣} د) { ٠ ، $\frac{١}{٢}$، ٣}

٧) **إذا كان هـ(س) =** س^{ن} **، ن ∋ ص ، وكان هـ^{٣} (س)=** ^{أ}س **، ما قيمة أ ؟**

أ) ١٢ ب) ٢٤ ج) ٤ د) ٦

٨) **ق(س) اقتران كثير حدود وكان لـ ق(س) قيمة صغرى محلية عند س$_{١}$ ، وقيمة عظمى محلية عند س$_{٢}$ ، وكان س$_{١}$ < س$_{٢}$ ، فإن ق′ (س) يكون على ح**

أ) متزايداً ب) متناقصاً ج) مقعراً لأعلى د) مقعراً لأسفل

٩) **ما قيمة الثابت م التي تجعل لمنحنى الاقتران ق(س) = س^{٣} + م س^{٢} −٩س نقطة انعطاف عند س = −١ ؟**

أ) ٣ ب) ٦ ج) −٣ د) −٤

١٠) **إذا كان ق(س) = جا^{٢}س(١+ جتا^{٢}س)(١+ جتا^{٤}س) ، فإن ق′($\frac{\pi}{٤}$) =**

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١-}{٢}$ ج) $-\frac{١}{٢\sqrt{}}$ د) $٢\sqrt{}$

١١) **إذا كان ق(س) = لو$_{هـ}$(ظتاس + قتاس) −٢ ، ٠ < س < $\frac{\pi}{٢}$ ، فأي مما يلي جاس × ق′(س)**

أ) −١ ب) ١ ج) − قتاس د) − ظاس

١٢) **إذا كان ق(س) اقتراناً معرفاً على [−١،١] ، وكان ق(١) =٢ ، $\lim_{س \to ١^-}$ ق(س) =١، فإنه يوجد عند س=١**

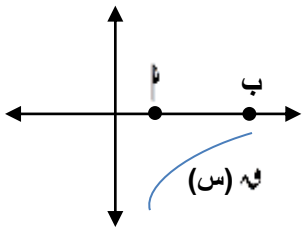
أ) قيمة صغرى محلية ب) قيمة صغرى مطلقة

ج) قيمة عظمى محلية د) ق′ (١)=٠

١٣) **إذا كان ق(س) = س^{٢} ، هـ(س) = $\frac{ب}{٢س+١}$ ، وكان (ق′ ○ هـ)′ (١) = $\frac{٨}{٩}$ ، فإن قيمة الثابت ب =**

أ) −٢ ب) ٢ ج) −٤ د) ٤

١٤) **الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعرف في [أ ، ب] فإن أحد الاقترانات التالية متزايداً على ح .**



أ) ق^{٢}(س) ب) ق^{٣}(س) ج) س × ق(س) د) س − ق(س)

١٥) **إذا كان لمنحنى الاقتران ق(س) = س^{٣} + ٣س^{٢} + أس نقطة انعطاف أفقي فما قيمة أ ؟**

أ) −٣ ب) −١ ج) ١ د) ٣

اقلب الصفحة

السؤال الثاني : (٢٠علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\sqrt{س^{٢} - ٢س + ١}$ ، س ∈ ح، أوجد كلاً من : **(١٠ علامات)**

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

٢) القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ق(س)

ب) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} أس^{٢} + ٢س & ٠ \leq س < ٢ \\ س^{٣} - بس + ١٢ & ٢ \leq س \leq ٣ \end{cases}$ **(١٠ علامات)**

يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في [٠ ، ٣] ، جد قيمة الثابتين أ ، ب ، ثم جد قيمة/قيم جـ التي تحددها النظرية .

السؤال الثالث : (٢٠علامة)

أ) إذا كان الاقتران ق(س) = هـ^{س} جتاس ، س ∈]٠ ، ٢π[، فعين: **(١٠ علامات)**

١. فترات التقعر للاقتران ق(س) ٢. نقط الانعطاف (إن وجدت).

ب) جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى العلاقة : س^{٢} – ٤س + ص^{٢} =١ ، **(١٠ علامات)**

ص > . ، عند نقطة تقاطعه مع منحنى ص= س^{٢} –٤س + ٥ .

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عن سؤالين فقط.

السؤال الرابع : (١٥علامة)

أ) أسقط جسم للأسف ل من سطح بناية سقوطاً حراً وفق العلاقة ف$_{١}$(ن) = ١٦ ن^{٢}، **(٨علامات)**

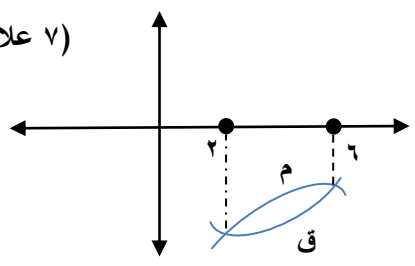
وفي اللحظة نفسها رُميَ جسم آخر عمودياً إلى أسفل بسرعة ابتدائية مقدارها ٢٠ م/ث وفق العلاقة ف$_{٢}$(ن) =٢٠ ن + ١٦ ن^{٢} ، إذا ارتطم الجسم الأول بالأرض بعد نصف ثانية من ارتطام الجسم الثاني بالأرض جد :

١) سرعة كل من الجسمين لحظة ارتطامهما بالأرض .

٢) ارتفاع البناية .

ب) الشكل المجاور يمثل منحنى ق(س) ، م(س) في الفترة [٢ ، ٦] **(٧ علامات)**

بحيث ك′(س) = هـ$^{ق(س) \cdot م(س)}$ ، بين أن الاقتران ك(س) مقعراً لأعلى في]٢ ، ٦[.



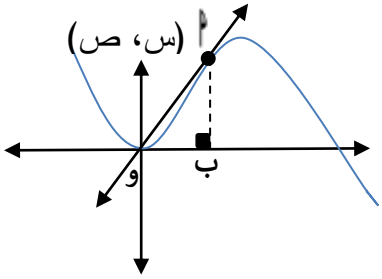
السؤال الخامس : (١٥علامات)

أ) Δ أ ب ج متساوي الساقين طول كل من ساقيه أ ب = أ ج = ٥سم ، وطول القاعدة ب ج = ٨سم جد مساحة أكبر مثلث يمكن رسمه داخل Δ أ ب ج بحيث قاعدته توازي قاعدة Δ أ ب ج و رؤوسه تقع على أضلاع Δ أ ب ج . **(٨ علامات)**

ب) إذا كان ص = لـو$_{هـ}$ (س + $\sqrt{س^{٢} + ١}$) أثبت أن : (س^{٢} +١) ص$''$ + س ص$'$ = ٠ **(٧ علامات)**

السؤال السادس : (١٥علامات)

أ) تتحرك النقطة أ(س، ص) على منحنى الاقتران ق(س) بحيث ميل المماس عندها في أي لحظة يعطى بالعلاقة ١٢س – ٣س^{٢} ، س > ٠، جد أكبر مساحة ممكنة للمثلث أ ب و حيث (و) نقطة الأصل . **(٨ علامات)**



ب) إذا كان ص = أ س^{٥} + $\frac{٥}{س^{٤}}$ ، س ≠ ٠ ، أثبت أن ص$''$ = $\frac{٢٠ ص}{س^{٢}}$ **(٧ علامات)**

انتهت الأسئلة

الامتحان التجريبي للصف الثاني عشر للعام ٢٠٢١/٢٠٢٢م

دولــة فلسطــين **الفـــرع: العلمي** **مدة الامتحان: ساعتان ونصف**

وزارة التربيــة والتعليــم العالــي **المبحـث:** الرياضيات **/ ورقة أولى** **مجموع العلامات: (١٠٠)**

مديرية التربية والتعليم شرق خانيونس **التاريخ:** / /2022 م

اسم الطالب/ـة: ..... **الشعبة:** .....

القسم الأول: يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة: **(٣٠ علامة)**

١. إذا كان $\frac{1}{2}$ هـ(−٢) = −٣ ، هـ(٤) = ٦ فما متوسط التغير في هـ(س) على الفترة [−٢، ٤] ؟

أ) ٢ ب) −٢ ج) ٠ د) $\frac{٣}{٢}$

٢. إذا كان صقاس = −قتاس ، فما قيمة ص ` − ص ٢ ؟

أ) −قتا٢ س ب) −١ ج) ١ د) ظتا٢ س

٣. إذا كان للاقتران هـ(س) = ا س ٣ + س ٢ ، س ∈ ع قيمة عظمى محلية عند س = ٢ ، فما مجال التقعر للأسفل للاقتران ق(س) ؟

أ)]٠، ٢[ب)]١، ∞[ج)]−∞، ١[د)]−∞، −١[

٤. إذا كان هـ(س) = [٧ − ٣س] ، فما قيمة هـ `(٣) ؟

أ) −٣ ب) −٢ ج) صفر د) غير موجودة

٥. إذا كان هـ(س) = ٢س هـ س ، س ∈ ع ، فما قيم س الحرجة للاقتران هـ `(س) ؟

أ) −٢ ب) صفر ج) ٢ د) ٠ ، −٢

٦. إذا كان هـ(س) مقعراً للأسفل على ح وكان هـ `(س) = ٢ − (٢ − ا)س ، فما قيم الثابت ا ؟

أ) ا ≥ ٢ ب) ا ≤ ٢ ج) ا < ٢ د) ا > ٢

٧. ما مجموعة جميع قيم ج التي يمكن الحصول عليها من تطبيق نظرية رول على الاقتران ق(س) = −١٠ في الفترة [−٢، ٤]؟

أ) { } ب) {٠ } ج)]−٢، ٤[د) [−٢، ٤]

٨. إذا كان هـ(س) = س ن−٢ ، وكانت هـ ``(س) = −٠,٦ س ن−٣ ، فما قيمة ن؟

أ) 1 ب) −١ ج) ٢ د) −٢

٩. إذا كان هـ(س) = $\sqrt{٨س − ٢س^{٢}}$ ، فما قيم س الحرجة؟

أ) ٠ ، ٢ ب) ٠ ، ٤ ج) ٢ ، ٤ د) ٠ ، ٢ ، ٤

١٠. إذا كان هـ(س) = |س − ١| + ٢ ، س ∈ [٠، ٢] ، فما القيمة العظمى المطلقة للاقتران هـ(س)؟

أ) ٣ ب) ١ ج) ٢ د) −١

١١. إذا كان هـ($\frac{٢}{س}$) = س ٢ + ٢س ، فإن $\lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(١) - هـ(١ - هـ)}{٥هـ}$ =

أ) $\frac{٤}{٥}$ ب) $\frac{٢٤}{٥}$ ج) $\frac{-١٢}{٥}$ د) $\frac{-٦}{٥}$

١٢. إذا كان $\text{ه}(س)$ كثير حدود وكان $\text{ه}''(س) > ٠$ عندما $س > ٦$، $\text{ه}''(س) < ٠$ عندما $س < ٦$، وكان $\text{ه}'(-٣) = ٠$ ، فما العبارة الصحيحة دائماً من العبارات التالية؟

أ) $\text{ه}''(-٣) = ٠$ **ب)** $\text{ه}'(٦) = ٠$ **ج)** $\text{ه}(-٣)$ **قيمةعظمى محلية** **د)** $\text{ه}(-٣)$ **قيمة صغرى محلية**

١٣. إذا كان $\text{ه}(س) = \dfrac{س^{٢} |-٢ - ٢س|}{١ + س}$ ، $س \neq -١$، فما قيمة $\text{ه}'(-٢)$؟

أ) ٨ **ب) صفر** ج) -٨ **د) غير موجودة**

١٤) إذا كان $\text{ه}(س) = \begin{cases} س^{٢} + ٢س + ١ & ، س \neq ١ \\ [س] + ٣س & ، س = ١ \end{cases}$ ، فما قيمة $\text{ه}'(١)$؟

أ) صفر ب) غير موجودة ج) ٤ د) ٣

١٥) إذا كان $\text{ه}(س)$ متصل في ح حيث $\text{ه}'(س) = ٢س - س^{٢}$، ما نوع النقطة $(٢، \text{ه}(٢))$؟

أ) عظمى محلية ب) صغرى محلية ج) انعطاف د) عظمى مطلقة

السؤال الثاني: **(٢٠ علامة)**

أ) إذا كان $\text{ه}(س) = س^{٣} - ٣س - ٤$ ، $س \in [٠، ٥]$ ، أجدُ ما يلي:

١. مجالات التزايد والتناقص للاقتران $\text{ه}(س)$.

٢. القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران $\text{ه}(س)$.

٣. مجالات التقعر للأسفل وللأعلى ونقط الانعطاف للاقتران ق(س) إن وجدت.

ب) إذا كان $\text{ه}(س) = \begin{cases} أ س^{٢} + ٢س & ، ٠ \leq س \leq ٢ \\ س^{٣} - ب س + ١٢ & ، ٢ < س \leq ٣ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

على الفترة $[٠، ٣]$ **فعين قيم الثابتين أ ، ب، ثم جد قيمة/قيم ج التي تحددها النظرية.**

السؤال الثالث: **(٢٠ علامة)**

أ) قذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض، بحيث يتحدد بعده عن سطح الأرض بالعلاقة $ف(ن) = ٣٠ن - ٥ن^{٢}$ حيث ف ارتفاعه بالأمتار ، ن الزمن بالثواني. أجدُ ما يلي:

١. أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم. **٢. المسافة المقطوعة خلال الخمس ثواني الأولى**

٣.سرعة ارتطام الجسم بسطح الأرض.

ب) إذا كان متوسط تغير الاقتران $\text{ه}(س) = (أ - ١) س^{٢} - س$ في الفترة $[٢، ٤]$ يساوي ٥ ، فما قيمة / قيم الثابت أ ؟

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عن إثنين منها فقط

السؤال الرابع: (١٥ علامة)

أ) أجدُ معادلة المماس لمنحنى العلاقة $(ص + س)^{٣} - ٣ص^{٢} = ٥$ ، $ص < ٠$ عند نقطة تقاطع منحناها مع المستقيم $ص = ٢ - س$.

ب) أجدُ أكبر مساحة لشبه منحرف فيه ٣ أضلاع متساوية في الطول وكل منها ٦ سم.

السؤال الخامس: (١٥علامة)

أ) إذا كان $س + ص = جاص$ ، اثبت أن : $\left(\frac{د ص}{د س}\right)^{٢} = \frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ (ظتاص−قتاص) .

ب) إذا كان الاقتران $ه(س)$ كثير حدود متزايد على ح ، وكان الاقتران $ك(س) = ه(س^{٢} - ٤س)$ ، فحدد فترات التزايد والتناقص لمنحنى الاقتران ك (س).

السؤال السادس: (١٥علامة)

أ) إذا كان $ص = ٢س + ٢$ مماساً للاقتران $ه(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + بس + جـ$ عند نقطة الانعطاف، أجدُ قيم $ب ، جـ$.

ب) إذا كان $ع^{٣} = ٢س ه(س^{٣} - ٧)$ ، $ه(١) = ١$ ، $ه'(١) = -٤$ ، فما قيمة $\left.\frac{د ع}{د س}\right|_{س=٢}$ ؟

السؤال السابع: (١٥ علامة)

أ) جد $\lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س}(س - ٢)^{٥} - ٦٤}{\sqrt[٣]{٢س} - ٢}$ باستخدام لوبيتال.

ب) إذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة الثالثة ، جد قاعدة الاقتران ق(س) إذا علمت أن النقطة (٢ ، −١) هي نقطة قيمة صغرى محلية ، وأن النقطة (٠ ، ٣) هي نقطة انعطاف للاقتران ق(س).

انتهـت الأسئلـة

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم – رفح

الاختبار الاسترشادي للثانوية العامة
للعام الدراسي ٢٠٢١ –٢٠٢٢م
الفرع العلمي (الورقة الأولى)

المبحث: رياضيات
الزمن: ساعتان ونصف
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(سبعة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة، وعلى الطالب أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول: (٣٠ علامة):

يتكون هذا السؤال من (١٥) فقرة من نوع اختيار من متعدد اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١) إذا كان ل(س) = س ^{٢} × ن(س) وكان متوسط تغير الاقتران ن(س) في الفترة [١ ، ٣] يساوي ٢ ، ومتوسط تغير الاقتران ل(س) في الفترة [١ ، ٣] يساوي ١٢، فإن ن(١) =

أ) $-\frac{١٣}{٢}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) $-\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{١٣}{٢}$

٢) إذا كان هـ(س) = $\frac{\left[\frac{س}{٣}-٥\right]}{ن(س)}$ حيث هـ ′(٢) = ٤، ن(٢) = ٢ فإن ن ′(٢) =

أ) –٤ ب) ٢ ج) صفر د) ٤

٣) إذا كان ن(س) كثير حدود، $\lim_{س\to١}\frac{ن(٢س)-٢}{س-١}$ = ٦ ، فإن $\lim_{س\to١}\frac{س^{٣}\,ن(٢س)-ن(٢)}{جا(س-١)}$ =

أ) صفر ب) ١٢ ج) ١٨ د) –١٢

٤) إذا كان لـو $_{هـ}$ ص = ك س ، ك > ١ فإن قيمة الثابت ك التي تحقق المعادلة ٣ص ″ – ١٠ ص ′ + ٣ص = ٠ هي :

أ) ٢ ب) ٦ ج) ٤ د) ٣

٥) إذا كانت ٢ص + ٣س = ٧ تمثل معادلة العمودي على المماس لمنحنى ن(س) عند س = ١ وكانت ل(س) = ٦س × ن(س) فإن ل ′(١) =

أ) –٩ ب) ٤ ج) ٣ د) ١٦

٦) يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن سرعته ع = ا $\sqrt{ف}$ بحيث ا > ٠، ف > ٠ ، ف المسافة بالأمتار إذا علمت أن تسارعه ٨م/ ث ^{٢} فإن قيمة الثابت ا =

أ) ١٦ ب) $\frac{١}{٤}$ ج) ٤ د) ٢

٧) إذا كان (ن ○ هـ) ′(٣) = $\frac{٨}{٢٧}$ ، هـ(س) = $\frac{ب}{س}$ ، ن(س) = س ^{٣} فإن قيمة الثابت ب =

أ) ٢٧ ب) –٢ ج) –٨ د) ٣

٨) إذا كان ن(ظا ^{٣} ٢س) = ٦ جتا ٤س + ٤ جا ٤س ، س ∈ $\left[٠ ، \frac{\pi}{٤}\right]$ فإن ن ′(١) =

أ) ٢ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) –٢ د) $-\frac{١}{٢}$

٩) إذا كان $\frac{س}{ص}-\frac{٣ص}{س}$ = ٢ فإن $\frac{ء ص}{ء س}$ عند النقطة (٣، ١) ؟

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $-\frac{١}{٣}$ ج) ٣ د) –٣

١٠) إذا كان ن(س) = ٦ + $\sqrt[٣]{(٢س+١)^{٤}}$ يحقق شروط نظرية رول على الفترة [٠، ٤]

فإن قيمة جـ التي تعينها النظرية هي :

أ) ٤ ب) −٢ ج) ٢ د) −٤

١١) إذا كانت ن(س) = ٣س، س∈[−١، ٥] فإن قيم س الحرجة هي

أ) [−١، ٥] ب)]−١، ٥[ج) {−١، ٥} د) {٠، −١، ٥}

١٢) إذا كان ق(س) = $\frac{س^{٢}-٢س+١}{س^{٢}}$ فإن منحنى الاقتران ق متناقص على الفترة :

أ)]−∞، ٠[ب)]١، ∞[ج) [١، ٠] د)]١، ٠]

١٣) إذا كان ن(س) = جتاس − جاس، س∈[٠، π] فإن قيمة س التي يكون عندها للاقتران ن(س) قيمة صغرى مطلقة هي:

أ) صفر ب) $\frac{\pi}{٤}$ ج) $\frac{\pi}{٢}$ د) $\frac{\pi ٣}{٤}$

١٤) إذا كان ن(س) = س + جتا^{٢}س، س∈[٠، π] ، فإن الاحداثي السيني لنقطة الانعطاف الأفقية لمنحنى ن(س) هي:

أ) $\frac{\pi}{٤}$ ب) $\frac{\pi}{٢}$ ج) $\frac{\pi ٣}{٤}$ د) $\frac{\pi}{٣}$

١٥) إذا كان الاقتران ن(س) معرفًا على [ا، ب] وكان ن`(س$_{١}$) − ن`(س$_{٢}$) < ٠، س$_{١}$ < س$_{٢}$

لجميع قيم س$_{١}$، س$_{٢}$ ∈ [ا، ب] فأي العبارات الآتية صحيحة ؟

أ) ن(س) متزايداً في [ا، ب] ب) ن(س) متناقصاً في [ا، ب]

ج) منحنى ن(س) مقعراً للأعلى في]ا، ب[د) منحنى ن(س) مقعراً للأسفل في]ا، ب[

السؤال الثاني: (٢٠ علامة):

أ) إذا كانت ن(س) = س(٤ − س^{٣})، س∈[−١، ٥] جد:

١) قيم س الحرجة ٢) فترات التزايد والتناقص ٣) القيم القصوى المحلية والمطلقة

ب) إذا كان ص = $\sqrt[٣]{(ع^{٢}-٩ع)^{٢}}$، ع = $\frac{٦س-١٠}{س^{٢}-١}$ جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما ع = ١

ج) إذا كان ق(س) = $\sqrt{س^{٢}-٩}$، س ∈ [٣، ب]، ب > ٣ وكانت قيمة جـ التي تعينها نظرية القيمة المتوسطة للاقتران ق(س) في الفترة [٣، ب] هي (٥) ، فجد قيمة ب ؟؟

السؤال الثالث: (٢٠ علامة):

أ) إذا كان ن(س) = هـ^{س} × جاس، س∈[٠، π] ، أوجد للاقتران ن(س):

١) فترات التقعر للأسفل وللأعلى . ٢) نقطة/ نقط الانعطاف إن وجدت.

ب) قذف جسم رأسيًا لأعلى من نقطة على سطح الأرض بحيث أن بُعده عن نقطة القذف بعد ن ثانية من بدء الحركة معطى بالعلاقة ف(ن) = ا ن − ٥ن^{٢} وكان أقصى ارتفاع وصل إليه الجسم (٨٠) مترًا جد:

١) قيمة ا ٢) سرعة الجسم لحظة وصوله سطح الأرض

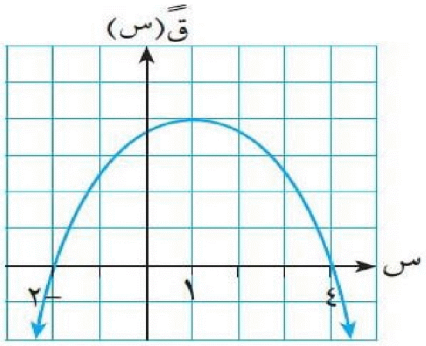
ج) إذا كان ص + س ص = جتاس ، اثبت أن : ص`` + ص = $\frac{-٢ص`}{س+١}$

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة، وعلى الطالب أن يجيب عن سؤالين فقط.

السؤال الرابع: (١٥ علامة):

أ) الشكل المجاور يمثل منحنى ق ′(س) . إذا علمت أن :

النقاط الحرجة للاقتران ق(س) هي عند س= −١، ٦ فأوجد:



١) فترات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق(س) .

٢) نقطة / نقط الانعطاف للاقتران ق(س) .

٣) نقط القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) .

ب) يتحرك جسيم وفق العلاقة $ع^{٢}(ن) = ٦ - \frac{أ}{ف(ن)}$ ، حيث $أ > ٠$ ، ف المسافة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني،

إذا علمت أن تسارع الجسيم في اللحظة التي تنعدم فيها سرعته يساوي ٩ م/ث^{٢} ، فجد قيمة الثابت أ ؟.

السؤال الخامس: (١٥ علامة):

أ) إذا كان $ن(س) = \begin{cases} س^{٣} - أس & ، ٠ \leq س < ١ \\ ب س^{٢} - ٤س & ، ١ \leq س \leq ٢ \end{cases}$ ، يحقق شروط نظرية رول في $[٢،٠]$، جد :

١) قيم الثابتين أ، ب ٢) قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية.

ب) إذا كانت ص =ظا(س ص) اثبت أن $\frac{د ص}{د س} = \frac{ص + ص^{٣}}{١ - س(١ + ص^{٢})}$

السؤال السادس: (١٥ علامة):

أ) إذا كان المستقيم ص = أس + ١٣ مماسًا لمنحنى $ن(س) = \frac{١}{٣}س^{٣} - ٣س^{٢} + ٤$ عند نقطة الانعطاف .

جد قيمة الثابت أ ؟

ب) أوجد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه بحيث تقع رؤوسه على المنحنيين $ن(س) = ١٠ - س^{٢}$ ، $هـ(س) = س^{٢} - ٨$

وتكون أضلاعه موازية للمحاور ؟

السؤال السابع: (١٥ علامة):

أ) إذا كان $جا^{٢}(ن(٢س)) = \frac{١}{٢} - \frac{٣}{س}$ ، حيث $ن(٦) = \frac{\pi}{٤}$ فما قيمة $ن'(٦)$؟

ب) جد ارتفاع الأسطوانة الدائرية القائمة ذات أكبر حجم والتي يمكن رسمها داخل كرة نصف قطرها ٣ $\sqrt{٣}$ سم ؟

انتهت الأسئلة

إجابة

نماذج الرياضيات الورقة الأولى

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم / شمال غزة

امتحان التجريبي لشهادة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٢م
الفرع: العلمي الورقة الأولى

مدة الامتحان: ساعتان ونصف
المبحث: رياضيات
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

الإجابات النموذجية

رقم السؤال	القسم الأول: اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي	الإجابة الصحيحة
١-	١) اذا كان $ن(س)=(س^{٢}+س)^{-١}$ وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران $ن$ عندما تتغير س من ١ إلى $س_{١}$ يساوي $-\frac{١}{٣}$ فما قيمة $س_{١}$ ، بحيث $س_{١}$ < صفر أ) ٣ ب) ٢ ج) -٢ د) -٣	ب
٢-	إذا كان $\frac{ى}{ى س}\left(\frac{(١-س)^{٢}}{١-س^{٢}}\right)=\frac{ك}{(١+س)^{٢}}$ ، $ك \in ح$ فما قيمة ك أ) -٢ ب) ٢ ج) ١ + س د) ١ - س	أ
٣-	إذا كان $ن(س)$ اقتران كثير حدود وكانت $\lim_{س\to١}\frac{ن(س)-١}{س-١}=٦$ فإن $\lim_{س\to١}\frac{ن(س)-س}{لو_{هـ} س}=$ أ) صفر ب) ٥ ج) ٦ د) ٧	ب
٤-	اذا كان $ن^{٢}(٣س-٢)=\left[\frac{س}{٣}+٥\right]+|٥-س|$ ، $ن(٤)>٠$ فإن قيمة $ن'(٤)$ أ) $-\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{١}{١٨}$ ج) $-\frac{١}{١٨}$ د) $-\frac{١}{٢}$	ج
٥-	إذا كان $ن(س)=(س-١)^{٢}+٢س$ يحقق شروط نظرية رول في الفترة $[١، ٥]$ فما قيمة الثابت أ أ) ٥ ب) ٣ ج) ١ د) ٤	د
٦-	اذا كانت $ن(س)=(\sqrt{س})^{-(لو_{هـ} س)^{-١}}$ فإن قيمة $ن'(هـ)=$ أ) $-\frac{١}{\sqrt{هـ}}$ ب) $\sqrt{هـ}$ ج) $\frac{١}{\sqrt{هـ}}$ د) $-\sqrt{هـ}$	ج
٧-	اذا كان $ن(س)=س^{٣}$ ، $هـ(س)=\sqrt{س}$ ، $\left|\frac{ى س}{ى هـ}\right|_{س=٢}=٤$ جد $\frac{ى}{ى هـ}(ن\circ هـ)(٢س)$ عند س = ٢ أ) ٢٤ ب) ٦ ج) ٨ د) ١٢	أ

٨-	عدد النقاط الحرجة للاقتران $ن(س)=لـو_{هـ}(س^{٢}-٣س)$ المعرف على مجاله أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٣	أ
٩-	اذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة الثالثة له قيمة صغرى محلية عند $س_{١}$ ، قيمة عظمى محلية عند $س_{٢}$ وكان $س_{١} < س_{٢}$ فإن $ق''(س)$ يكون على ح أ) مقعراً لاسفل ب) مقعراً لاعلى ج) متزايداً د) متناقصاً	د
١٠-	يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة $ف(ن)=٢جا^{٢}\frac{ن}{٢}+\sqrt{٣}ن$ ، $ن\in\left[٠،\frac{\pi}{٢}\right]$ جد تسارع الجسم عندما تكون سرعته $\sqrt{٣}$ م / ث أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ب) ٢ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{\pi}{٣}$	ج
١١-	اذا كان ق(س) اقتران معرف على $[٣،٨]$ بحيث $ن(س_{١})>ن(س_{٢})\ \forall\ س_{٢}>س_{١}$ وكان الاقتران معرف على ق(س) $[-٣،٢]$ بحيث $ن(س_{١})>ن(س_{٢})\ \forall\ س_{١}>س_{٢}$ فإن جميع العبارات الاتية صحيحة ما عدا أ) $ن'(٤)>ن'(٢)$ ب) $ن'(٦)<ن'(-١)$ ج) $\frac{ن(٧)-ن(٥)}{ن'(٠)}<٠$ د) $\frac{ن(٧)-ن(٥)}{ن'(-١)}>٠$	ب
١٢-	اذا كان العمودي على مماس منحنى الاقتران $ن(س)=س^{٢}-٤$ عندما س =١ يقطع المنحنى مرة أخرى عند س = أ فما قيمة أ أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $-\frac{٣}{٢}$ ج) ٢ د) $-\frac{٣}{٢}$ ،٢	ب
١٣-	إذا كان $ن(س)$ يحقق شروط نظرية رول على $[-١،٢]$ وكانت قيمة جـ التي تحددها النظرية تساوي ١ ، وكان $ن''(س)=-٣$ فإن إحدى العبارات التالية صحيحة أ) $ن(١)$قيمة صغرى محلية للاقتران ب) (١، $ن(١)$) نقطة انعطاف ج) $ن(١)$قيمة عظمى محلية للاقتران د) $ن(-١)\neq ن(٢)$	أ
١٤-	إذا كان $\sqrt{٣}ص=س+\sqrt{س^{٢}+١}$ فإن $(س^{٢}+١)(ص')^{٢}=$ أ) $٣ص^{٢}$ ب) $-٩ص^{٢}$ ج) $٩ص^{٢}$ د) $-٣ص^{٢}$	ج
١٥-	مثلث طولا ضلعين فيه ٥ سم ، ٧ سم والزاوية المحصورة بينهما قياسها هـ فما قيمة الزاوية هـ التي تجعل مساحة المثلث أكبرما يمكن أ) π ب) $\frac{\pi}{٢}$ ج) $\frac{\pi}{٣}$ د) $\frac{\pi}{٤}$	ب

رقم السؤال	القسم الثاني: اجب عن الأسئلة التالية	الإجابة الصحيحة
السؤال الثاني أ	إذا كان $ن(س) = \begin{cases} \lvert س^{٢} - س - ٦ \rvert & ، س < ١ \\ ا س + ب & ، ١ \leq س < ٢ \\ ج & ، س = ٢ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في $[٠، ٢]$ فما قيم الثوابت أ، ب، ج	
	الحل: إعادة تعريف القيمة المطلقة $ن(س) = \begin{cases} -س^{٢} + س + ٦ & ، س < ١ \\ ا س + ب & ، ١ \leq س < ٢ \\ ج & ، س = ٢ \end{cases}$ بما أن الاقتران يحقق شروط النظرية فهو متصل على $[٠، ٢]$ وقابل للاشتقاق على $]٠، ٢[$ اذن الاقتران متصل عند س= ١ ، ٢ وقابل للاشتقاق عندهما $ن(١) = \lim_{س \to ١^{+}} ن(س) = \lim_{س \to ١^{-}} ن(س)$ $\Leftarrow ا + ب = ٦$ .....(١) $ن(٢) = \lim_{س \to ٢^{-}} ن(س) \Leftarrow ٢ا + ب = ج$ .....(٢) $ن'(س) = \begin{cases} -٢س + ١ & ، ٠ < س < ١ \\ ا & ، ١ < س < ٢ \\ غ م & ، س = ٠ ، ٢ \end{cases}$ $ن'(١)^{-} = ن'(١)^{+} \Leftarrow -٢ + ١ = ا \Leftarrow ا = -١$ نعوض في (١) : $-١ + ب = ٦$ ومنها ب = ٧ نعوض في (٢) ومنها $ج = -٢ + ٧ = ٥$	

ب	إذا كان $ن(س)=\frac{٤جاس-٢س-س جتاس}{٢+جتاس}$ ، $س\in[٠،٢\pi]$ حد ١- مجالات التزايد والتناقص ٢- القيم القصوى وحدد نوعها	

الحل: ∵ أن الاقتران متصل على مجاله

$$ن(س)=\frac{٤جاس-س(٢+جتاس)}{٢+جتاس}=\frac{٤جاس}{٢+جتاس}-س$$

$$ن'(س)=\frac{(٢+جتاس)\times٤جتاس-٤جاس\times(-جاس)}{(٢+جتاس)^{٢}}-١$$

$$ن'(س)=\frac{٨جتاس+٤جتا^{٢}س+٤جا^{٢}س}{(٢+جتاس)^{٢}}-١=\frac{٨جتاس+٤}{(٢+جتاس)^{٢}}-١=٠$$

$$\Leftarrow \frac{٨جتاس+٤}{(٢+جتاس)^{٢}}=١ \quad \Leftarrow (٢+جتاس)^{٢}=٨جتاس+٤$$

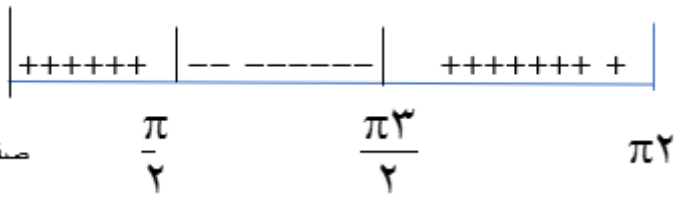
$$\Leftarrow ٤+٤جتاس+جتا^{٢}س=٨جتاس+٤$$

$$\Leftarrow جتا^{٢}س-٤جتاس=٠ \quad \Leftarrow جتاس(جتاس-٤)=٠$$

$$\Leftarrow جتاس=٤ \quad (\text{مرفوض})$$

جتاس = صفر اذن $س=\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi٣}{٢}$

إشارة $ن'(س)$



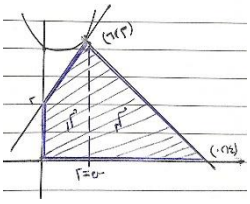
$ق'(س)>٠$ اذن ق(س) متزايد في الفترة

$$\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right] ، \left[\frac{\pi٣}{٢}، \pi٢\right]$$

$ق'(س)<٠$ اذن ق (س) متناقص في الفترة $\left[\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi٣}{٢}\right]$

القيم القصوى صغرى محلية (٠،٠)، $\left(\frac{\pi٣}{٢}، -٢\right)$

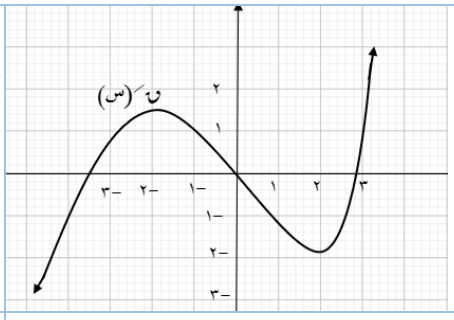
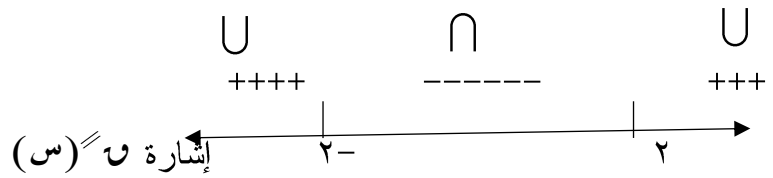
عظمى محلية $\left(\frac{\pi}{٢}، ٢-\right)$ ، $(\pi٢، ٠)$

ج)	إذا كان متوسط تغير الاقتران هـ(س) في $[٢،٥]$ يساوي ٦، وكان $ن(س+١)=٥(س+١)+س^{٢}+٦$، أوجد متوسط تغير الاقتران ن(س)في الفترة $[٢،٥]$ ؟	11
	الحل: متوسط تغير الاقتران هـ(س): $\frac{\Delta هـ}{\Delta س}=\frac{هـ(٥)-هـ(٢)}{٥-٢}=٦$ هـ (٥) – هـ (٢) = ١٨ $\frac{\Delta ن}{\Delta س}=\frac{ن(٥)-ن(٢)}{٥-٢}$ ، $س+١=٥\Leftarrow س=٤$ $س+١=٢\Leftarrow س=١$ $\frac{\Delta ن}{\Delta س}=\frac{هـ(٥)+١٦+٦)-(هـ(٢)+١+٦)}{٣}=\frac{١٨+١٥}{٣}=١١$	
السؤال الثالث أ	أ) جد مساحة الشكل الرباعي الواقع في الربع الأول الناتج من تقاطع منحنى المماس والعمودي على المماس لمنحنى ق(س) = $س^{٢}-٢س+٦$ عند النقطة (٢، ٦) ومحوري السينات والصادات	م=٤٤ وحدة مربعة
	الحل: $ن'(س)=٢س-٢\Leftarrow ن'(٢)=٤-٢=٢$ ميل المماس  معادلة المماس هي ص–٦ = ٢(س–٢) ص= ٢س + ٢ نقطة تقاطع المماس مع محور الصادات هي ص = ٢ ميل العمودي = $-\frac{١}{٢}$ اذن معادلة العمودي هي $ص-٦=-\frac{١}{٢}(س-٢)\Leftarrow ص=-\frac{١}{٢}س+٧$ نقاط تقاطع العمودي مع محور السينات هي س= ١٤ مساحة الشكل الرباعي = مساحة المثلث القائم + مساحة شبه المنحرف $م=\frac{١}{٢}\times١٢\times٦+\frac{١}{٢}(٢+٦)\times٢=٤٤$ وحدة مربعة	

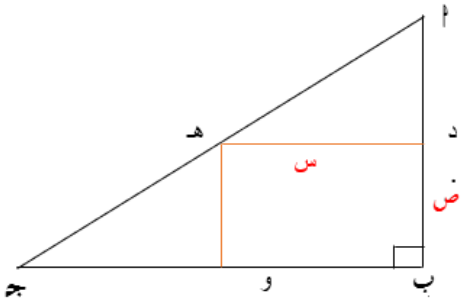
ب	أ) إذا كان $ص^{٦} س^{٣} = ١٠$ أثبت أن $ص' = \frac{٣ص}{٤س^{٢}}$	
	الحل: بأخذ اللوغاريتم للطرفين $٦لو_{هـ} ص + ٣لو_{هـ} س = لو_{هـ} ١٠$ نشتق الطرفين $\Leftarrow ٦\frac{ص'}{ص} + ٣\frac{١}{س} = ٠$ $\Leftarrow ص' = -\frac{ص}{٢س}$ نشتق مرة أخرى $\Leftarrow ص'' = -\frac{٢س \times ص' - ٢ص}{٤س^{٢}}$ $ص'' = -\frac{٢س \times -\frac{ص}{٢س} - ٢ص}{٤س^{٢}} = \frac{٣ص}{٤س^{٢}}$	
ج	إذا كان $ن(س) = \frac{١}{٤}أس^{٤} - ٢س^{٣} - س - ١$ وكانت $نهـا_{هـ \to ٠} \frac{ن''(١ + ٤هـ) - ن''(١)}{٣هـ} = -٣٢$ جد أ؟	أ = −٢
	الحل $نهـا_{هـ \to ٠} \frac{ن''(١ + ٤هـ) - ن''(١)}{٣هـ} = -٣٢$ عند التعويض المباشر نجد أن الناتج ٠/٠ نطبق لوبيتال $نهـا_{هـ \to ٠} \frac{ن'''(١ + ٤هـ) \times ٤}{٣} = -٣٢$ $\frac{٤}{٣} نهـا_{هـ \to ٠} ن'''(١ + ٤هـ) = -٣٢ \Leftarrow ن'''(١) = -٢٤$ $ن'(س) = أس^{٣} - ٦س^{٢} - ١$ $\Leftarrow ن''(س) = ٣أس^{٢} - ١٢س$ $\Leftarrow ن'''(س) = ٦أس - ١٢ \Leftarrow ن'''(١) = ٦أ - ١٢ = -٢٤$ $٦أ = -١٢ \Leftarrow أ = -٢$	

	القسم الثاني	
	أجب عن سؤالين فقط من الأسئلة الاتية	
السؤال الثالث أ	قذف جسم من قمة برج ارتفاعه عن سطح الأرض ٦٠ م حسب العلاقة الاتية ف$_{١}$ (ن) = ٢٠ ن − ٥ ن^{٢} وبنفس اللحظة أطلق جسم من حفرة عمقها ٤٠ م تحت سطح الأرض حسب العلاقة ف$_{٢}$ (ن) = ٥ ن + ٥ ن^{٢} .جد سرعة كل من الجسمين عندما يكون لهما نفس الارتفاع عن سطح الأرض	
	الحل ف$_{١}$ عن سطح الأرض = ف$_{٢}$عن سطح الأرض ٢٠ ن − ٥ ن^{٢} = ٦٠ + ٥ ن^{٢} + ٤٠ − ٥ ن ⇐ ١٠ ن^{٢} − ١٥ ن − ١٠٠ = ٠ ⇐ ٢ ن^{٢} − ٣ ن − ٢٠ = ٠ ⇐ (ن − ٤)(٢ ن + ٥) = ٠ ⇐ ن = ٤ ث ، ن = $-\frac{٥}{٢}$ ث (مرفوض) ⇐ ع$_{١}$ = ٢٠ − ١٠ ن ⇐ ع$_{١}$ (٤) = ٢٠ − ١٠ × ٤ = − ٢٠ م/ث ⇐ ع$_{٢}$ = ٥ + ١٠ ن ⇐ ع$_{٢}$ (٤) = ٥ + ١٠ × ٤ = ٤٥ م /ث الجسم الأول هابط والجسم الثاني صاعد	
ب	أ) إذا كان ص = $\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس+جتاس}}$ أثبت أن: ص ″ = ٢ (ص ′)^{٢} × جتا٢س	
	الحل: ص ′ = $\frac{(\text{جاس+جتاس}) \times -\text{جاس} - \text{جتاس}(\text{جتاس} - \text{جاس})}{(\text{جاس+جتاس})^{٢}}$ ⇐ ص ′ = $\frac{-\text{جا}^{٢}\text{س} - \text{جتاس جاس} - \text{جتا}^{٢}\text{س} + \text{جتاس جاس}}{(\text{جاس+جتاس})^{٢}}$ ⇐ ص ′ = $\frac{-١}{(\text{جاس+جتاس})^{٢}}$ ⇐ ص ′ = − (جاس+جتاس)$^{-٢}$ نشتق مرة ثانية	

	$\Leftarrow ص' = ٢(جاس+جتاس)^{-٣}(جتاس-جاس)$ $\Leftarrow ص' = ٢\frac{(جتاس-جاس)}{(جاس+جتاس)^{٣}}$ $\Leftarrow ص' = ٢\frac{(جتاس-جاس)}{(جاس+جتاس)} \times \frac{١}{(جاس+جتاس)^{٢}}$ $\Leftarrow ص' = ٢\frac{(جتاس-جاس)}{(جاس+جتاس)} \times \frac{(جاس+جتاس)}{(جاس+جتاس)} \times \frac{١}{(جاس+جتاس)^{٢}}$ $\Leftarrow ص' = ٢\frac{(جتا^{٢}س-جا^{٢}س)}{(جاس+جتاس)^{٢}} \times \frac{١}{(جاس+جتاس)^{٢}}$ $\Leftarrow ص' = ٢(ص)^{٢} \times جتا٢س$	
السؤال الخامس أ	أ) قطعة من الخشب على شكل أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية ٤٠٠ π سم^{٢}. حفر فيها نصف كرة طول قطرها مساو لطول قطر قاعدة الأسطوانة. جد طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة الذي يجعل حجم الجزء المتبقي من الأسطوانة أكبر ما يمكن.	
	الحل: حجم الجزء المتبقي = حجم الأسطوانة – حجم نصف كرة $\Leftarrow ح = \pi نو^{٢} ع - \frac{١}{٢} \times \frac{٤}{٣}\pi نو^{٣}$ المساحة الجانبية = ٤٠٠ ط $م = ٢\pi نو ع \Leftarrow ٤٠٠\pi = ٢\pi نو ع$ $\Leftarrow ع = \frac{٢٠٠}{نو}$ $\Leftarrow ح = \pi نو^{٢} \times \frac{٢٠٠}{نو} - \frac{٢}{٣}\pi نو^{٣} \Leftarrow ح = ٢٠٠\pi نو - \frac{٢}{٣}\pi نو^{٣}$ نشتق الطرفين $\Leftarrow ح' = ٢٠٠\pi - ٢\pi نو^{٢} = ٠ \Leftarrow نو^{٢} = ١٠٠ \Leftarrow نو = ١٠$ $\Leftarrow ح'' = -٤\pi نو \Leftarrow ح''(١٠) = -٤٠\pi < ٠$ اذن عندما نق = ١٠ قيمة عظمى محلية	

ب	معتمداً على الرسم المجاور لمنحنى ق/(س) جد ١- مجالات التقعر للاقتران ق(س). ٢- الاحداثيات السينية لنقط الانعطاف 	
	الحل ن/(س) متزايد في $]-\infty، -٢]$ $\Leftarrow$ ن//(س) > ٠ ، ن(س)مقعر لأعلى ن/(س) متناقص في $[-٢، ٢]$ $\Leftarrow$ ن//(س) < ٠، ن(س)مقعر لأسفل ن/(س) متزايد في $[٢، \infty[$ $\Leftarrow$ ن//(س) > ٠ ، ن(س)مقعر لأعلى ∴ ن(س)مقعر لأعلى في $]-\infty، -٢]$ ، $[٢، \infty[$ ∴ ن(س)مقعر لأسفل في $[-٢، ٢]$  الإحداثيات السينية لنقاط الانعطاف س = ٢ ، -٢	
السؤال السادس أ	أ) إذا كان $ن(س) = (٩ - س^{٢}) ن(٢س + ١) - ن(س) + ٢$ وكان متوسط التغير للاقتران ق(س) في الفترة $[٢، ٣]$ يساوي -٤. جد ق (٧) علما بأن ق (٠) = ٣	
	الحل: $ن(س) = ن(٢س + ١) - ن(٩ - س^{٢}) + ٢$ $\frac{\Delta ن}{\Delta س} = \frac{ن(٣) - ن(٢)}{٣ - ٢}$ $\frac{\Delta ن}{\Delta س} = ن(٧) - ن(٠) = (ن(٥) - ن(٥)) - (ن(٠) + ٢) + ٢ = -٤$ $ن(٧) - ن(٠) = -٤ \Leftarrow$ $ن(٧) - ٣ = -٤ \Leftarrow$ $ن(٧) = -١ \Leftarrow$	

ب	إذا كان ل(س)، م(س) اقترانيين قابلين للاشتقاق عند س= ١، وكان ل (٢) = −١، ل/ (٢) = −٢، م (١) = ٢، م / (١) =٣. جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س)=س٢ (ل ○ م)(س) عند س = ١	ص = −٨س + ٧
	الحل: عندما س = ١ ⇐ ن(س) = س٢ (ل ○ م(س)) = ١×ل(م(١)) = ل(٢) = −١ اذن نقطة التماس (١، −١) ⇐ ن/(س) = س٢ (ل ○ م(س))/ + (ل ○ م(س)) ×٢س ⇐ ن/(س) = س٢ × ل/(م(س)) × م/(س) + ٢ل(م(س)) × س ⇐ ن/(١) = ١٢ × ل/(م(١)) × م/(١) + ٢ل(م(١)) ×١ ⇐ ن/(١) = ل/(٢) × م/(١) + ٢ل(٢) ⇐ ن/(١) = (−٢×٣) + (١−×٢) = −٨ وهو ميل المماس معادلة المماس هي ص = ص١ + م(س − س١) ⇐ ص = −١ − ٨(س − ١) ⇐ ص = −٨س + ٧	
السؤال السابع أ	إذا كان منحنى ق(س) يمر بالنقطة (٣، ٥) وكان $\lim_{س\to٣} \frac{ن(س)-٥}{س-٣} = \frac{١}{٢}$ جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى ق(س) عندما س=٣	ص = ٢س − ١
	الحل : نعوض في النهاية عن ق(٣) =٥ $-\lim_{س\to٣} \frac{ن(س)-ن(٣)}{س-٣} = \frac{١}{٢}$ ق/(٣) = $-\frac{١}{٢}$ ميل المماس اذن ميل العمودي = ٢ معادلة العمودي هي ص−٥ = ٢ (س − ٣) ص = ٢س −١	

ب	∆ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب بحيث أ ب = ٤ سم، ب جـ = ٣ سم، د نقطة على أ ب، هـ نقطة على أ جـ ، (و) نقطة على ب جـ فما قيمة س، ص التي يكون عندها مساحة المستطيل د ب هـ و أكبر ما يمكن.	م = ٢ سم^{٢}
	الحل  نفرض أن ابعاد المستطيل س، ص مساحة المستطيل = س ص في المثلث أ ب جـ فيه ظا أ $= \frac{٣}{٤}$ ⇐ في المثلث أ د هـ $\frac{\text{س}}{٤-\text{ص}}$ (أو ممكن من تشابه المثلثين أ ب جـ ، أ د هـ) $\text{س} = \frac{١٢-٣\text{ص}}{٤}$ $\text{م} = \left(\frac{١٢-٣\text{ص}}{٤}\right)\text{ص} = ٣\text{ص} - \frac{٣}{٤}\text{ص}^{٢}$ ⇐ $\text{ص}' = ٣ - \frac{٣}{٢}\text{ص}$ $٣ - \frac{٣}{٢}\text{ص} = ٠$ ⇐ ص = ٢ ⇐ $\text{ص}'' = -\frac{٣}{٢}$ ص′′ = $-\frac{٣}{٢}$ ⇐ ص′′(٢) = $-\frac{٣}{٢} < ٠$ عند ص = ٢ قيمة عظمى محلية $\text{س} = \frac{١٢-٣\times٢}{٤} = \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}$ $\text{م} = ٢\times\frac{٣}{٢} = ٣\text{سم}^{٢}$ **انتهت الإجابة النموذجية** **مع تمنياتي لكم بالتوفيق**	

الحـــــــــل

السؤال الأول (٣٠ علامة) :

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
رمز الإجابة	ب	د	أ	ج	أ	د	ب	أ	ج	ب	ج	ب	أ	د	د

١) إذا كان متوسط التغير في الاقتران ق في الفترة[١، ٦] يساوي ١٢، وكان هـ (س) = ٢س ـ٣ ق(س)
فما متوسط التغير في الاقتران هـ في الفترة [١ ، ٦] ؟

أ) ـ ٢٣ ب) ـ ٣٤ ج) ـ ٣٢ د) ـ ٢٦

الحل : $\frac{ق(٦) - ق(١)}{٦ - ١} = ١٢ \Longleftarrow ق(٦) - ق(١) = ٦٠$

$$\frac{هـ(٦) - هـ(١)}{٦ - ١} = \frac{(٢ \times ٦ - ٣ ق(٦)) - (٢ \times ١ - ق(١))}{٥}$$

$$= \frac{١٢ - ٣ ق(٦) - ٢ + ٣ ق(١)}{٥}$$

$$= \frac{١٢ - ٢ - ٣(ق(٦) - ق(١))}{٥}$$

$$= \frac{١٠ - ٣ \times ٦٠}{٥} = \frac{-١٧٠}{٥} = -٣٤$$

٢) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} ٤س + ٢ \ ، \ -٢ \leqslant س < ١ \\ ٢س^{٢} - ٢ \ ، \ ١ \leqslant س < ٣ \end{cases}$

فما قيمة ق` (١) ؟

أ) ٤ ب) ٦ ج) صفر د) غير موجودة

الحل : ق (١) = ٢ ـ ٢ = ٠ ، $\lim_{س \to ١^{+}}$ ق (س) = ٢ ـ ٢ = ٠ ، $\lim_{س \to ١^{-}}$ ق (س)= ٤ + ٢ = ٦

$\lim_{س \to ١}$ ق (س) غير موجودة ، إذن ق (س) غير متصل عند س = ١

وبالتالي ق` (١) غير موجودة

٣) إذا كان ق (س)=(س ـ ٢) ل (س) ، حيث ل (س) اقتران متصل عند س = ٢ ، فماذا تساوي ق` (٢)؟

أ) ل (٢) ب) ل` (٢) ج) ق (٢) د) صفر

الحل : ق` (س) = ( س ـ ٢ ) ل` (س) + ل (س) × ١

ق` (٢ ) = ( ٢ ـ ٢ ) ل` (٢) + ل (٢) = صفر + ل (٢) = ل (٢)

٤) إذا كان ق (س) = قاس ، ما قيم س في الفترة]٠ ، ٢ π [التي تحقق المعادلة ق َ (س) = ٠ ؟

أ) ٠ ، ٢ π ب) $\frac{\pi}{٢}$ ج) π د) $\frac{\pi}{٢}$ ، π

الحل : ق َ (س) = قاس ظاس

ق َ (س) = ٠ ⟸ قاس ظاس = ٠

إما قاس = ٠ (مرفوض) وإما ظاس = ٠ ⟸ س = π

٥) إذا كان ص = (قتاس + ظتاس)^{ن} ، ن عدد صحيح موجب ، فماذا تساوي $\frac{د ص}{د س}$ ؟

أ) ـ ن ص قتا س ب) ن ص قتاس ج) ـ ن ص ظتاس د) ن ص ظتاس

الحل : $\frac{د ص}{د س}$ = ن (قتاس + ظتاس) $^{ن-١}$ × (ـ قتاس ظتاس ـ قتا^{٢}س)

= ن (قتاس + ظتاس) $^{ن-١}$ × ـ قتاس(ظتاس + قتاس)

= ـ ن (قتاس + ظتاس)^{ن}× قتا س

= ـ ن ص قتا س

٦) إذا كان ص = ق (س^{٢} + ٢س) ، ق َ (٣) = ٥ ، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ١ ؟

أ) صفر ب) ٣٠ ج) ١٠ د) ٢٠

الحل : $\frac{د ص}{د س}$ = ق َ (س^{٢} +٢س) × (٢س +٢)

$\frac{د ص}{د س}$ |س=١ =ق َ (٣) × (٢×١ +٢) = ٥ × ٤ = ٢٠

٧) إذا كانت س = ظا٢ص ، فماذا تساوي $\frac{د ص}{د س}$ ؟

أ) ـ $\frac{١}{٢}$ جا^{٢} ٢ص ب) $\frac{١}{٢}$ جتا^{٢} ٢ص ج)$\frac{١}{٢}$ جا^{٢} ٢ص د) ـ $\frac{١}{٢}$ جتا^{٢} ٢ص

الحل : ١ =٢ قا^{٢} ٢ص $\frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{١}{٢ قا^{٢} ٢ص}$ = $\frac{١}{٢}$ جتا^{٢} ٢ص

٨) إذا كان $\lim_{س \to 0} \frac{٤س^{٢} - جاب س}{ب س - ظا ٤س} = \frac{١}{٤}$ ، فما قيمة ب ؟

أ) $\frac{٤}{٥}$ ب) $-\frac{٥}{٤}$ ج) $-\frac{٤}{٣}$ د) $\frac{٣}{٤}$

الحل : $\lim_{س \to 0} \frac{٤س^{٢} - جاب س}{ب س - ظا ٤س} = \lim_{س \to 0} \frac{٨س - ب جتاب س}{ب - ٤قا^{٢} ٤س} = \frac{- ب جتا صفر}{ب - ٤قا^{٢} صفر}$

$\frac{- ب}{ب - ٤} = \frac{١}{٤} \Longleftarrow$ ب ـ ٤ = ـ ٤ ب $\Longleftarrow$ ٥ ب = ٤

ب = $\frac{٤}{٥}$

٩) إذا كان ق (س) = هـ ^{٣س} + لوهـ (س^{٣} + ٥) ، فما قيمة ق َ (٠) ؟

أ) ٨ ب) صفر ج) ٣ د) ٥

الحل : ق َ (س) = ٣ هـ ^{٣س} + $\frac{٣س^{٢}}{س^{٣} + ٥}$

ق َ (٠) = ٣هـ ^{٠} + $\frac{٠}{٠ + ٥}$ = ٣ × ١ + ٠ = ٣

١٠) ما معادلة المماس لمنحنى العلاقة س = ص^{٢} ـ ٤ ص عند نقط تقاطع منحناها مع محور الصادات حيث ص > ٠ ؟

أ) ص = $\frac{١}{٤}$ س ـ ٤ ب) ص = $\frac{١}{٤}$ س + ٤ ج) ص = ٤ س ـ $\frac{١}{٤}$ د) ص = ٤ س + $\frac{١}{٤}$

الحل : عند تقاطع المنحنى مع محور الصادات $\Longleftarrow$ س = ٠

ص^{٢} ـ ٤ ص = ٠ $\Longleftarrow$ ص (ص ـ ٤) = ٠

إما ص = ٠ (مرفوض) وإما ص = ٤

نقطة تقاطع المنحنى مع محور الصادات هي (٠ ، ٤)

١ = ٢ ص ص َ ـ ٤ ص َ

١ = ٨ ص َ ـ ٤ ص َ

٤ ص َ = ١ $\Longleftarrow$ ص َ = $\frac{١}{٤}$

معادلة المماس : ص ـ ٤ = $\frac{١}{٤}$ (س ـ ٠) $\Longleftarrow$ ص = $\frac{١}{٤}$ س + ٤

١١) إذا كان للاقتران ق (س) = س^{٣} + أ س^{٢} + س نقطة حرجة عند س = ـ١ ، فما قيمة أ ؟

أ) ١ ب) ـ ١ ج) ٢ د) ـ ٢

الحل: للاقتران ق (س) نقطة حرجة عند س = ـ١ $\Longleftarrow$ ق َ (ـ١) = ٠

ق َ (س) = ٣س^{٢} + ٢ أ س + ١

ق َ (ـ١) = ٣ ـ ٢ أ + ١ $\Longleftarrow$ ٣ ـ ٢ أ + ١ = ٠

٢ أ = ٤ $\Longleftarrow$ أ = ٢

١٢) إذا كان ق (س) = | س^{٢} ـ ٩| ، س $\in$ [ـ ٥ ، ٣] ، فما فترات التزايد للاقتران ق (س) ؟

أ) [ـ ٥ ، ـ ٣] ب) [ـ٣ ، ٠] ج) [٠ ، ٣] د) [ـ ٥ ، ٠]

الحل : س^{٢} ـ ٩ = ٠ $\Longleftarrow$ س = $\pm$ ٣

إشارة ق َ + + + ـ ـ ـ ـ ـ ـ + + + +

٥ـ ٣ ـ ٣

ق (س) = { س^{٢} ـ ٩ ، ـ ٥ $\leqslant$ س < ـ٣ ; ـ س^{٢} + ٩ ، ـ٣ $\leqslant$ س $\leqslant$ ٣ }

ق َ (س) = { ٢س ، ـ ٥ < س < ـ٣ ; ـ ٢س ، ـ٣ < س < ٣ }

ق َ (س) = ٠

٢س = ٠ $\Longleftarrow$ س = ٠ $\notin$] ـ ٥ ، ـ ٣ [

ـ ٢س = ٠ $\Longleftarrow$ س = ٠ $\in$] ـ ٣ ، ٣ [

إشارة ق َ ـ ـ ـ ـ + + + + ـ ـ

٥ـ ٣ ـ ٠ ٣

ق (س) متزايد على الفترة [ـ ٣ ، ٠]

١٣) إذا كان لاقتران كثير الحدود ق (س) قيمة عظمى محلية عند النقطة (٢ ، ٣) ، فما القيمة الصغرى المحلية للاقتران هـ (س) = (١ ـ ق (س))^{٣} ؟

أ) ـ ٨ ب) ٨ ج) ـ ١ د) لا يوجد له قيمة عظمى محلية

الحل : ق (٢) = ٣ ، ق$'$ (٢) = ٠

هـ$'$ (س) = ٣ (١ ـ ق (س))^{٢} × ـ ق$'$ (س)

هـ$'$ (س) = ٠ ⟸ إما ١ ـ ق (س) = ٠ ⟸ ق (س) = ١ (مرفوض)

وإما ق$'$ (س) = ٠ ⟸ س = ٢

هـ (٢) = (١ ـ ق (٢))^{٣} = (١ ـ ٣)^{٣} = (ـ ٢)^{٣} = ـ ٨

١٤) إذا كان ق (س) = ١٢ س + ٦ (م ـ ٢) س^{٢} ، فما قيم م التي تجعل منحنى الاقتران ق مقعراً للأسفل

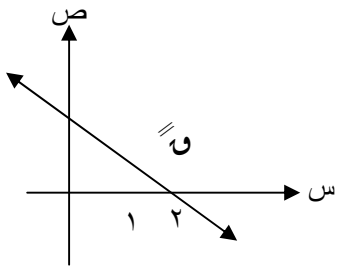
أ) [٢ ، ∞ [ب)] ـ ∞ ، ٢] ج)] ٢ ، ∞ [د)] ـ ∞ ، ٢ [

الحل : ق$'$(س) = ١٢ + ١٢ (م ـ ٢) س

ق$''$ (س) = ١٢ (م ـ ٢) < ٠ ⟸ م ـ ٢ < ٠ ⟸ م < ٢

م ∈] ـ ∞ ، ٢ [

١٥) الشكل المجاور يمثل منحنى ق$''$ (س) للاقتران ق كثير الحدود المعرف على ح ، إذا كان للاقتران ق نقطة حرجة عند (١ ، ق (١)) ، فماذا تمثل ق (١) ؟



أ) قيمة عظمى محلية ب) قيمة عظمى مطلقة

ج) قيمة صغرى مطلقة د) قيمة صغرى محلية

الحل : بما أن (١ ، ق (١)) نقطة حرجة ، ق$''$ (١) > ٠

ق (١) تمثل قيمة صغرى محلية .

السؤال الثاني (٢٠ علامة)

أ) قذف جسم رأسياً لأعلى وكان ارتفاعه عن سطح الأرض يعطى بالعلاقة ف= ٥ م ن ـ ب ن^{٢} (٧ علامات)

فما قيمة الثابتين م ، ب علماً بأن سرعة الجسم و تسارعه بعد ٣ ثوان من بدء الحركة تساوي ١٦ ، ـ ٨ على الترتيب .

الحل : ع = ٥ م ـ ٢ ب ن $\Longleftarrow$ ع (٣) = ١٦

٥ م ـ ٦ ب = ١٦ ..... (١)

ت = ـ ٢ ب $\Longleftarrow$ ت (٣) = ـ ٢ ب

ـ ٢ ب = ـ ٨ $\Longleftarrow$ ب = ٤

بالتعويض عن ب = ٤ في معادلة (١)

٥ م ـ ٢٤ = ١٦ $\Longleftarrow$ ٥ م = ١٦ + ٢٤ = ٤٠

م = ٨

ب) إذا كان ص^{٢} ـ ٢ س ص ـ ٣= ٠ ، ٣ س ـ ٢ ع =١، جد $\frac{\text{و ص}}{\text{و ع}}$ عند ع = ١ ،ص > ٠ (٧ علامات)

الحل : عند ع = ١ $\Longleftarrow$ ٣ س ـ ٢ = ١ $\Longleftarrow$ ٣س = ٣ $\Longleftarrow$ س = ١

ص^{٢} ـ ٢ص ـ ٣ = ٠ $\Longleftarrow$ (ص ـ ٣)(ص + ١) =٠

ومنها إما ص = ٣ و إما ص = ـ ١ (مرفوض)

٢ ص $\frac{\text{و ص}}{\text{و س}}$ ـ (٢ س $\frac{\text{و ص}}{\text{و س}}$ + ٢ص) = ٠

٦ $\frac{\text{و ص}}{\text{و س}}$ ـ (٢ $\frac{\text{و ص}}{\text{و س}}$ + ٦) = ٠ $\Longleftarrow$ ٦ $\frac{\text{و ص}}{\text{و س}}$ ـ ٢ $\frac{\text{و ص}}{\text{و س}}$ ـ ٦ = ٠

٤ $\frac{\text{و ص}}{\text{و س}}$ = ٦ $\Longleftarrow$ $\frac{\text{و ص}}{\text{و س}}$ = $\frac{٦}{٤}$ = $\frac{٣}{٢}$

٣ س = ٢ ع + ١ $\Longleftarrow$ ٣ $\frac{\text{و س}}{\text{و ع}}$ = ٢ $\Longleftarrow$ $\frac{\text{و س}}{\text{و ع}}$ = $\frac{٢}{٣}$

$\frac{\text{و ص}}{\text{و ع}}$ = $\frac{\text{و ص}}{\text{و س}}$ × $\frac{\text{و س}}{\text{و ع}}$ = $\frac{٣}{٢}$ × $\frac{٢}{٣}$ = ١

ج) إذا كان ق (س) = أ س^{٢} ـ ٤ س + ٥ ، يحقق شروط نظرية رول على الفترة [ـ ١ ،ب] (٦ علامات)

، فإذا كانت قيمة جـ التي تعينها النظرية هي ٢ حيث ٢ $\ni$] ـ ١ ، ب [، فما قيمة كل من أ ، ب ؟

الحل : ق (س) يحقق شروط نظرية رول

ق (ـ١) = ق (ب) ، ق $'$(٢) = ٠

أ + ٤ + ٥ = أ ب^{٢} ـ ٤ ب + ٥

أ ـ أ ب^{٢} + ٤ ب + ٤ = ٠ ..... (١)

ق $'$(س) = ٢ أ س ـ ٤ $\Longleftarrow$ ق $'$(٢) = ٤ أ ـ ٤

٤ أ ـ ٤ = ٠ $\Longleftarrow$ أ = ١

نعوض عن أ = ١ في معادلة (١) $\Longleftarrow$ ١ ـ ب^{٢} + ٤ ب + ٤ = ٠

ب^{٢} ـ ٤ ب ـ ٥ = ٠ = ١ $\Longleftarrow$ (ب ـ ٥)(ب + ١) = ٠

إما ب = ٥ وإما ب = ـ ١ (مرفوض)

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) بين ان المماس لمنحنى الاقتران ق (س) = $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{هـ}^{\text{س}}}$ عند النقطة التي إحداثيها السيني = ١ يمر بنقطة الأصل . (٤ علامات)

الحل : ق (١) = $\frac{١}{\text{هـ}}$ ، نقطة التماس هي (١ ، $\frac{١}{\text{هـ}}$)

ق $'$(س) = $\frac{\text{هـ}^{\text{س}} \times ٢\text{س} - \text{س}^{٢} \times \text{هـ}^{\text{س}}}{\text{هـ}^{٢\text{س}}}$

ق $'$(١) = $\frac{\text{هـ} \times ٢ - \text{هـ}}{\text{هـ}^{٢}} = \frac{\text{هـ}}{\text{هـ}^{٢}} = \frac{١}{\text{هـ}}$ $\Longleftarrow$ م = $\frac{١}{\text{هـ}}$

معادلة المماس : ص ـ $\frac{١}{\text{هـ}}$ = $\frac{١}{\text{هـ}}$ (س ـ ١)

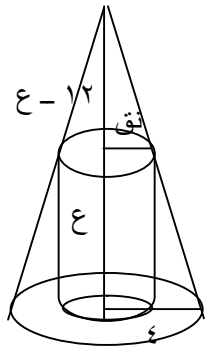
ص = $\frac{١}{\text{هـ}}$ س ـ $\frac{١}{\text{هـ}}$ + $\frac{١}{\text{هـ}}$

ص = $\frac{١}{\text{هـ}}$ س

عند س = ٠ ، فإن ص = ٠ ، أي أن المماس يمر بنقطة الأصل

ب) جد حجم أكبر اسطوانة دائرية قائمة يمكن وضعها داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه ١٢ سم (٧ علامات)

ونصف قطر قاعدته ٤ سم .



الحل : ح الاسطوانة = ٢ π نق^{٢} ع

من تشابه المثلثات : $\frac{١٢ - ع}{١٢} = \frac{نق}{٤}$

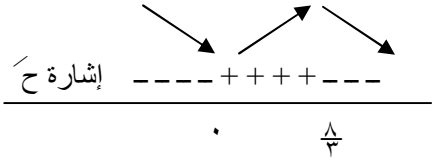
٤ (١٢ ـ ع) = ١٢ نق ⟸ ١٢ ـ ع = ٣ نق

ع = ١٢ ـ ٣ نق

ح = ٢ π نق^{٢} (١٢ ـ ٣ نق)

ح = ٢٤ π نق^{٢} ـ ٦ π نق^{٣}

ح$'$ = ٤٨ π نق ـ ١٨ π نق^{٢}



ح$'$ = ٠ ⟸ ٤٨ π نق ـ ١٨ π نق^{٢} = ٠

٦ π نق (٨ ـ ٣نق)= ٠ ⟸ إما نق = ٠ (مرفوض) و إما نق = $\frac{٨}{٣}$

يكون حجم الاسطوانة أكبر ما يمكن عند نق = $\frac{٨}{٣}$

ح ($\frac{٨}{٣}$) = ٢٤ π × $\frac{٦٤}{٩}$ ـ ٦ π × $\frac{٥١٢}{٢٧}$ = $\frac{٥٦}{٩}$ ٢ π

ج) إذا كان ق (س) = س^{٣} ـ ٣س^{٢} ـ ٩س + ٥ معرفاً في الفترة [ـ ٢ ، ٦] ، جد : (٩ علامات)

١. القيم القصوى المطلقة للاقتران ق (س) .

٢. فترات التزايد والتناقص للاقتران ق (س) .

٣. فترات التقعر للأعلى و للأسفل للاقتران ق (س) .

الحل : ١. ق$'$(س) = ٣س^{٢} ـ ٦س ـ ٩

ق$'$(س) = ٠ ⟸ ٣س^{٢} ـ ٦س ـ ٩ = ٠ (بالقسمة على ٣)

س^{٢} ـ ٢س ـ ٣ = ٠ ⟸ (س ـ ٣)(س +١) =٠

إما س = ٣ وإما س = ـ ١

مجموعة النقاط الحرجة = { ـ ٢ ، ٦ ، ٣ ، ـ ١ }

ق (ـ٢) = ـ ٨ ـ ١٢ + ١٨ + ٥ = ٣

ق (٦) = ٢١٦ ـ ١٠٨ ـ ٥٤ + ٥ = ٥٩

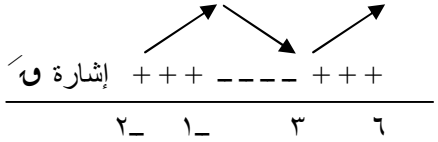
ق (٣) = ٢٧ـ ٢٧ ـ ٢٧ + ٥ = ـ ٢٢

ق (ـ١) = ـ ١ ـ ٣ + ٩ + ٥ = ١٠

قيمة عظمى مطلقة = ٥٩ ، وقيمة صغرى مطلقة = ـ ٢٢

٢. ق (س) متزايد على [ـ٢ ، ـ١] و كذلك [٣ ، ٦]

و متناقص على [ـ١ ، ٣]

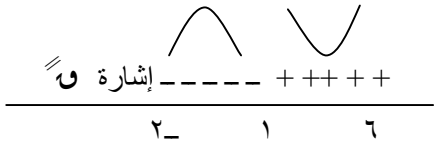


٣. ق″(س) = ٦س ـ ٦

ق″(س) = ٠ ⟸ ٦س ـ ٦ = ٠ ⟸ ٦س = ٦ ⟸ س = ١

ق (س)مقعر لأسفل في] ـ٢ ، ١ [

و مقعر لأعلى] ١ ، ٦ [



القسم الثاني : يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عن سؤالين فقط

السؤال الرابع : (١٥ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = (س$_{٢}^{٢}$ + س) $^{-١}$ ، وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران ق عندما س من ١ إلى س$_{٢}$ يساوي (ـ $\frac{١}{٣}$) ، فجد قيمة س$_{٢}$ حيث س$_{٢}$ > ٠ . (١٠علامات)

الحل : $\frac{ق(س_{٢}) - ق(١)}{س_{٢} - ١} = -\frac{١}{٣}$

$\frac{(س_{٢}^{٢} + س_{٢})^{-١} - (١+١)^{-١}}{س_{٢} - ١} = -\frac{١}{٣}$

٣((س$_{٢}^{٢}$ + س$_{٢}$) $^{-١}$ ـ (١+١) $^{-١}$) = ـ (س$_{٢}$ ـ ١)

٣ ($\frac{١}{س_{٢}^{٢} + س_{٢}}$ ـ $\frac{١}{٢}$) = ـ (س$_{٢}$ ـ ١)

٣ ($\frac{٢ - س_{٢}^{٢} - س_{٢}}{٢(س_{٢}^{٢} + س_{٢})}$) = ـ (س$_{٢}$ ـ ١)

ـ ٣ (س$_{٢}^{٢}$ + س$_{٢}$ ـ ٢) = ـ ٢ (س$_{٢}^{٢}$ + س$_{٢}$)(س$_{٢}$ ـ ١)

ـ ٣ (س$_{٢}$ + ٢)(س$_{٢}$ ~~ـ ١~~) = ـ ٢ (س$_{٢}^{٢}$ + س$_{٢}$)(س$_{٢}$ ~~ـ ١~~) ، حيث س$_{٢}$ > ٠

ـ ٣س$_{٢}$ ـ ٦ = ـ ٢ س$_{٢}^{٢}$ ـ ٢س$_{٢}$

٢س$_{٢}^{٢}$ ـ س$_{٢}$ ـ ٦ = ٠

(٢س$_{٢}$ + ٣) (س$_{٢}$ ـ ٢) = ٠

إما س$_{٢}$ = ـ $\frac{٣}{٢}$ (مرفوض) وإما س$_{٢}$ = ٢

ب) إذا كان ص = ظاس + $\frac{1}{3}$ ظا^3 س ، فاثبت أن $\frac{د ص}{د س}$ = قا^4 س (٥ علامات)

الحل : $\frac{د ص}{د س}$ = قا^{2}س + ظا^{2}س قا^{2}س

= قا^{2}س (١ + ظا^{2}س)

= قا^{2}س قا^{2}س = قا^4 س

السؤال الخامس (١٥علامة)

أ) إذا كان و ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، بحيث كان هـَ (س) = و (س) ، (٦ علامات)

وَ (س) = ـ هـ (س) وكان ل (س) = (هـ ^{2}(س) +و^2(س))^2 ، جد لَ (س)

الحل : لَ (س) = ٢ ((هـ ^{2}(س) +و^2(س)) × (٢ هـ (س) × هـَ(س) + ٢ و(س) × وَ (س))

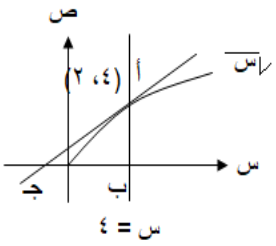
= ٢ ((هـ^2(س) + و^2(س))(٢ هـ (س) × هـَ (س) + ٢ هـَ (س) × ـ هـ (س))

= ٢ ((هـ^2(س) + و^2(س))(٢ هـ (س) × هـَ (س) ـ ٢ هـَ (س) × هـ (س))

= ٢ ((هـ^2(س) + و^2(س)) × صفر = صفر

ب) جد مساحة المثلث القائم الزاوية المكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة ص = $\sqrt{}$ س (٩ علامات)

س > ٠ عند النقطة (٤ ، ٢) ومحور السينات و المستقيم س = ٤ .



الحل : عند س = ٤ ، فإن ص = $\sqrt{}$ ٤ = ٢

النقطة (٤ ، ٢) تقع على منحنى ص

$$ص' = \frac{1}{2\sqrt{س}}$$

$$\text{ميل المماس} = ص'|_{س=٤} = \frac{1}{2\sqrt{٤}} = \frac{1}{٤}$$

معادلة المماس : ص ـ ٢ = $\frac{1}{4}$ (س ـ ٤)

ص = $\frac{1}{4}$ س + ١

عند ص = ٠ ، فإن $\frac{1}{4}$ س +١ = ٠ ومنها س = ـ ٤

طول القاعدة ب جـ = ٤ ـ (ـ ٤) = ٨ ، الارتفاع = ٢

م المثلث أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ × ٨ × ٢ = ٨

السؤال السادس (١٥ علامة)

أ) إذا كان ق (س) متصلاً على [أ ، ب] وقابلاً للاشتقاق على الفترة] أ ، ب [(٥ علامات)

وكان ق َ (س) > ٠ ، لكل س ∈] أ ، ب [، وكان هـ (س) = ق (س) + س^{٣} ، فاثبت أن

هـ(س) متزايد على الفترة [أ ، ب] .

الحل : ق َ (س) > ٠ ، لكل س ∈] أ ، ب [⟸ ق (س) متزايد على [أ ، ب]

هـ َ (س) = ق َ (س) + ٣ س^{٢}

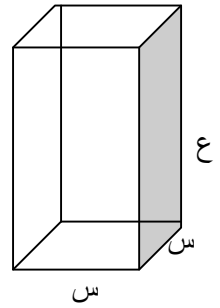
بما أن ٣ س^{٢} ⩾ ٠ لكل س ∈ ح

إذن : هـ َ (س) > ٠ لكل س ∈] أ ، ب [

هـ(س) متزايد على الفترة [أ ، ب] .

ب) متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل ، ومجموع أطوال أحرفه يساوي ٦٠٠ سم (١٠ علامات)

جد أبعاد متوازي المستطيلات التي تجعل حجمه أكبر ما يمكن .



الحل : ح متوازي المستطيلات = مساحة القاعدة × الارتفاع

ح = س^{٢} ع

مجموع أحرف متوازي المستطيلات = ٨ س + ٤ ع

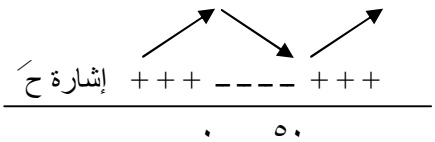
٨ س + ٤ ع= ٦٠٠ (بالقسمة على ٤)

٢س + ع = ١٥٠ ومنها ع = ١٥٠ ـ ٢س

ح = س^{٢} (١٥٠ ـ ٢س)

ح = ١٥٠ س^{٢} ـ ٢ س^{٣}

ح َ = ٣٠٠ س ـ ٦ س^{٢}



ح َ = ٠ ⟸ ٣٠٠ س ـ ٦ س^{٢} = ٠ ⟸ ٦ س (٥٠ ـ س) = ٠

إما س = ٠ (مرفوض) وإما س = ٥٠

يكون حجم متوازي المستطيلات أكبر ما يمكن عند س = ٥٠

إذن ع = ١٥٠ ـ ٢ × ٥٠ = ٥٠

السؤال السابع (١٥ علامة)

أ) يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن يعده عن نقطة الأصل بالأمتار بعد ن ثانية (٧ علامات)

معطى بالعلاقة ف (ن) = $\frac{1}{4}$ ن ـ جا^{2} ن ، ن $\in$ [٠ ، π] ، جد تسارع الجسم في اللحظة التي تنعدم فيها السرعة .

الحل : تنعدم السرعة $\Longleftarrow$ ع = ٠

ع(ن) = $\frac{1}{4}$ ـ ٢ جا ن جتا ن = $\frac{1}{4}$ ـ جا ٢ن

ع = ٠ $\Longleftarrow$ $\frac{1}{4}$ ـ جا ٢ن = ٠

جا٢ن = $\frac{1}{4}$ $\Longleftarrow$ ٢ن = $\frac{\pi}{6}$ ومنها ن = $\frac{\pi}{12}$

أو ٢ن = $\frac{\pi ٥}{6}$ ومنها ن = $\frac{\pi ٥}{12}$

ت (ن) = ـ ٢جتا٢ن

ت ($\frac{\pi}{12}$) = ـ٢ جتا $\frac{\pi}{6}$ = ـ٢ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = ـ $\sqrt{3}$

ت ($\frac{\pi ٥}{12}$) = ـ ٢ جتا $\frac{\pi ٥}{6}$ = ـ ٢ × ـ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = $\sqrt{3}$

ب) إذا كان ق (س) = ب س^{2} ـ ٢ س +١ معرفاً على [ـ ١ ، ب] ، فإذا علمت أن ميل المماس (٨علامات) للاقتران عند النقطة جـ $\in$] ـ١ ، ب [و التي تؤكد على وجودها نظرية القيمة المتوسطة تساوي ٤ ، فما قيمة ب ؟

الحل : ق َ (س) = ٢ ب س ـ ٢ $\Longleftarrow$ ق َ (٤) = ٨ ب ـ ٢

٨ ب ـ ٢ = $\frac{ق(ب) - ق(-١)}{ب + ١}$

٨ ب ـ ٢ = $\frac{(ب^{3} - ٢ب + ١) - (ب + ٣)}{ب + ١}$

٨ ب ـ ٢ = $\frac{ب^{3} - ٣ب - ٢}{ب + ١}$

٨ ب ـ ٢ = $\frac{(ب + ١)(ب^{2} - ب - ٢)}{ب + ١}$

	ب^{2} ـ ب ـ ٢
ب^{3} ـ ٣ب ـ ٢	ب +١
ب^{3}+ب^{2}	
ـ ب^{2} ـ٣ب ـ ٢	
ـ ب^{2} ـ ب	
ـ ٢ ب ـ ٢	
ـ ٢ ب ـ ٢	
٠ ٠	

٨ ب ـ ٢ = ب^{2} ـ ب ـ ٢ ومنها ب^{2} ـ ٩ ب = ٠

ب (ب ـ ٩) = ٠ ومنها إما ب = ٠ (مرفوض) وإما ب = ٩

الإجابة النموذجية للامتحان الاسترشادي — مديرية التربية والتعليم
للثانوية العامة - رياضيات ٢٠٢٠ — غرب غزة

س١ اختر الإجابة الصحيحة/ الفرع العلمي - الورقة الأولى

رقم الفقرة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
رمز الإجابة	د	ب	ج	ب	ج	ب	ج	ب	د	د	د	ب	ب	ج	د

س٢ السؤال الثاني

(أ) إذا كان $هـ(س) = \begin{cases} أ س^٢ + ب س + جـ & ، س < ١ \\ ٧ - س^٣ & ، س \geq ١ \end{cases}$ وكانت $هـ'(١)$ موجودة جد الثوابت أ، ب، جـ

الحل/ $\because هـ'(١)$ موجودة $\Rightarrow هـ'(١)$ موجودة $\Rightarrow هـ(س)$ متصل عند $س = ١$

$هـ'(س) = \begin{cases} ٢أ س + ب & ، س < ١ \\ -٣ س^٢ & ، س > ١ \end{cases}$ ، $هـ''(س) = \begin{cases} ٢أ & ، س < ١ \\ -٦ س & ، س > ١ \end{cases}$

$\therefore هـ'(١)^+ = هـ'(١)^-$ ، $\because هـ''(١)^+ = هـ''(١)^-$

$-٣ + ب = ٢أ$ ، $-٦ = ٢أ \Rightarrow أ = -٣$ ، $ب = ٠$

$\therefore هـ(س) = \begin{cases} -٣ س^٢ + جـ & ، س < ١ \\ ٧ - س^٣ & ، س \geq ١ \end{cases}$ ، $\because$ نهـ $هـ(س)$ عند $س = ١$ موجودة $= هـ(١)$

$-٣ + جـ = ٦ \Rightarrow جـ = ٩$

(ب) إذا كان $ص = ظا(س ص)$ أثبت أن $\frac{د ص}{د س} = \frac{ص + ص^٣}{س(١ + ص^٢) - ١}$

الإثبات/

$ص' = ظا'(س ص)(س ص' + ص \times ١)$

$ص' = (١ + ظا^٢(س ص))(س ص' + ص)$

$ص' = (١ + ص^٢)(س ص' + ص) = س ص' + ص + س ص^٢ ص' + ص^٣$

$ص' - س ص^٢ ص' - س ص' = ص + ص^٣$

$ص'(س + س ص^٢ - ١) = ص + ص^٣$

$ص'(س(١ + ص^٢) - ١) = ص + ص^٣$

$ص' = \frac{ص + ص^٣}{س(١ + ص^٢) - ١}$

تابع السؤال الثاني فرع (ج)

(ج) قذف جسم رأسياً لأعلى حسب العلاقة ف(ن) = ٦٤ن − ١٦ن² من سطح بناية ارتفاعها ٥٠ قدم ما سرعة الجسم وهو على ارتفاع ١٠ أقدام من سطح الأرض؟

الحل/ ف(ن) = ٥٠ + ٨٠

٦٤ن − ١٦ن² = ٨٠ ⟹ −١٦ن² + ٦٤ن + ٥٠ − ٨٠ = ٠

ن² − ٤ن − ٥ = ٠ ⟹ (ن − ٥)(ن + ١) = ٠ ⟹ ن = ٥ ، ن = −١ (مرفوض)

ع(ن) = ٦٤ − ٣٢ن ⟹ ع(٥) = ٦٤ − ٣٢(٥) = −٩٦ قدم/ث

س٣ السؤال الثالث

(أ) إذا كان ق(س) = ¼ جتا(٤س) − جتا(٢س) ، س ∈ [٠ ، π/٢]

[١] عين فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

[٢] القيم القصوى للاقتران ق(س) وحدد نوعها

الحل/ ق(س) = ¼ × ٤ × −جا(٤س) + ٢ جا(٢س) = −جا٢س + ٢جا٢س

ق(س) = −٢جا٢س جتا٢س + ٢جا٢س

نجعل ق(س) = ٠ ⟹ −٢جا٢س جتا٢س + ٢جا٢س = ٠

−٢جا٢س (جتا٢س − ١) = ٠ ⟹ −٢جا٢س = ٠ ⟹ جا٢س = ٠ ⟹ س = ٠ ، ٢س = π ⟹ س = π/٢ (مرفوض)

جتا٢س − ١ = ٠ ⟹ جتا٢س = ١ ⟹ س = ٠

ق(س) متزايدة في الفترة [٠ ، π/٢] عند س = ٠ توجد قيمة صغرى محلية حيث ق(٠) = −٣/٤ وهي مطلقة

، عند س = π/٢ توجد قيمة عظمى محلية حيث ق(π/٢) = ٥/٤ وهي مطلقة.

سلوك ق(س): + + + + | ٠ | − − − − | π/٢ | + + + + (تزايد ق(س) ، تناقص ق(س) ، تزايد ق(س))

(ب) إذا كان ص = (س + √(س² + ١))^ن ، ن ≠ ٠ وكان ص(١) = ٠ عند النقطة (√٣ ، ٢) جد ن

الحل/ ص' = ن (س + √(س² + ١))^(ن−١) (١ + س/√(س² + ١))

ص' = ن (س + √(س² + ١))^(ن−١) × (√(س² + ١) + س)/√(س² + ١)

ص' = ن (س + √(س² + ١))^ن / √(س² + ١) = ن ص / √(س² + ١)

ص'' = (√(س² + ١) × ن ص' − ن ص × س/√(س² + ١)) / (س² + ١)

عند النقطة (√٣ ، ٢) تابع

نعوض ص' = ٠ ، ص = ن

٠ = ن² − √٣ ن

ن = √٣/٢ ⟹ ن = ٠ (مرفوض)

(c) صفحة

تابع السؤال الثالث فرع (ج)

(ج) إذا كانت هـ دالة قيمتها المتوسطة في $[أ، ب]$ وكانت هـ(أ) = هـ(ب) وكانت هـ''(س) < هـ(س) ∀ س ∈ $]أ، ب[$ برهن أن هـ(س) < هـ(ب)

البرهان/ نفرض أن ل(س) = هـ(س) − هـ(س) بتطبيق الشروط

ل(س) متصل لأنه طرح اقترانين متصلين ، ل(س) = هـ(س) − هـ(س) قابل لـ $]أ، ب[$

∴ ل(س) تحقق شروط القيمة المتوسطة ∴ ∃ م ∈ $]أ، ب[$ بحيث ل'(م) = $\frac{ل(ب) - ل(أ)}{ب - أ}$

هـ'(م) − هـ'(م) = $\frac{هـ(ب) - هـ(ب) - هـ(أ) + هـ(أ)}{ب - أ}$

∴ هـ'(س) < هـ'(س) ⟹ هـ'(م) < هـ'(م)

∴ هـ'(م) − هـ'(م) < ٠ ⟹ $\frac{هـ(ب) - هـ(ب)}{ب - أ}$ < ٠

∴ هـ(ب) − هـ(ب) < ٠ ⟹ هـ(ب) < هـ(ب) .

س٤ السؤال الرابع

(أ) إذا كانت صـ = ٢ سـ^{٢} + ٤ سـ ، سـ = $\sqrt{٣ل^{٢} + ١}$ جـ $\frac{ص}{س}$ عند ل = ١

الحل/ $\frac{ص}{ل} = \frac{ص}{س} \times \frac{س}{ل}$

= (٤ سـ + ٤) × $\frac{٦ل}{٢\sqrt{٣ل^{٢}+١}}$ عند ل = ١ ⟹ سـ = ٢

∴ $\frac{ص}{ل}$ = ١٢ × $\frac{٦}{٤}$ = ١٨

(ب) إذا كان المحوري الصادات صـ = ٤ − سـ^{٢} عند النقطة (٣، ١) يقطع المنحنى مرة أخرى عند جـ أوجد معادلة المماس للمنحنى عند النقطة جـ ؟

الحل/ صـ' = −٢ سـ ⟹ هـ'(١) = −٢ ∴ ميل العمودي = $\frac{١}{٢}$ ويمر بـ (٣، ١)

∴ معادلة العمودي صـ − ٣ = $\frac{١}{٢}$ (سـ − ١) ومنه سـ − ٢ صـ + ٥ = ٠

نحل معادلة العمودي والمنحنى سـ − ٢ (٤ − سـ^{٢}) + ٥ = ٠

∴ ٢ سـ^{٢} + سـ − ٣ = ٠ ⟹ (٢ سـ + ٣)(سـ − ١) = ٠

عندما سـ = ١ ⟹ صـ = ٣ ∴ (١، ٣) أول نقطة

عندما سـ = $\frac{-٣}{٢}$ ⟹ صـ = $\frac{٧}{٤}$ ∴ $(\frac{-٣}{٢}، \frac{٧}{٤})$ ثاني نقطة

∴ هـ'$(\frac{-٣}{٢})$ = ٣ ومنها معادلة المماس

صـ − $\frac{٧}{٤}$ = ٣ (سـ + $\frac{٣}{٢}$)

تابع السؤال الرابع فرع (ج)

ⓒ اذا كانت $هـ(س) = ٤ هـ(س) - \frac{م}{س+١}$ وكان متوسط تغير $هـ(س)$ في $[٠، ٢]$ يساوي Δ والتغير في $هـ(س)$ على الفترة ذاتها يساوي ٣ ماعدا $م$

الحل/ $\frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س} = \frac{هـ(٢) - هـ(٠)}{٢} = ٨ \Leftarrow هـ(٢) - هـ(٠) = ١٦$

حيث السؤال $\Leftarrow \Delta هـ(س) = هـ(٢) - هـ(١) = ٣$

$\therefore ٤هـ(٢) - \frac{م}{٣} - ٤هـ(٠) + \frac{م}{١} = ١٦$

$٤(هـ(٢) - هـ(٠)) + \frac{٢م}{٣} = ١٦$ ومنه $١٢ + \frac{٢م}{٣} = ١٦$

ومنه $\boxed{م = ٦}$

السؤال الخامس

ⓐ اذا كانت $ل(س)، هـ(س)$ اقترانين قابلين للاشتقاق وكانت $ل(س) \times هـ(س) = م$ ، حيث $م \neq ٠$.

وكانت $هـ(٢) = ٣\sqrt{م}$ ، $هـ'(٢) = -٢\sqrt{م}$ فجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $ل(س)$ عند $س = ٢$

الحل/ $ل(س) = \frac{م}{هـ(س)} \Leftarrow ل'(س) = \frac{-م هـ'(س)}{هـ^{٢}(س)}$

$ل'(٢) = \frac{-م هـ'(٢)}{هـ^{٢}(٢)} \Leftarrow ل'(٢) = \frac{-م \times -٢\sqrt{م}}{(٣\sqrt{م})^{٢}}$

$ل'(٢) = \frac{٢}{٣}$ ، عندما $س = ٢ \Leftarrow ل(٢) = \frac{١}{٣}$ نقطة المماس هي $(٢، \frac{١}{٣})$

ومنه معادلة المماس هي $ص - \frac{١}{٣} = \frac{٢}{٣}(س - ٢)$.

ⓑ أوجد قيمتي الثابتين $م، ن$ بحيث يكون للمنحنى $هـ(س) = س^{٣} + م س^{٢} + ن س$ نقطة انعطاف عند النقطة $(٣، -٩)$

الحل/ $هـ'(س) = ٣س^{٢} + ٢م س + ن$

$هـ''(س) = ٦س + ٢م$ $\therefore هـ''(٣) = ٠$

$٠ = ٦ \times ٣ + ٢م \Leftarrow \boxed{م = -٩}$

$(٣، -٩)$ تحقق المنحنى

$-٩ = ٢٧ + (-٩ \times ٩) + ٣ن$

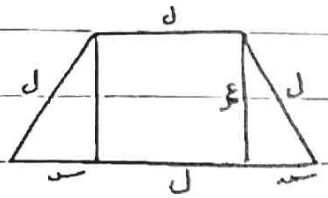
$-٩ = ٢٧ - ٨١ + ٣ن \Leftarrow -٩ + ٥٤ = ٣ن$

$\Leftarrow \boxed{ن = ١٥}$

تابع السؤال الخاص فرع (ج)

(ج) شبه منحرف فيه ثلاث أضلاع متساوية في الطول، جد أكبر مساحة ممكنة لشبه المنحرف

الحل/ ع = $\sqrt{ل^2 - س^2}$



مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ (مجموع القاعدتين المتوازيتين) × ع

م = $\frac{1}{2}$ (ل + ل + 2س) $\sqrt{ل^2 - س^2}$

م = (ل + س) $\sqrt{ل^2 - س^2}$

م' = (ل + س) × $\frac{-س}{\sqrt{ل^2 - س^2}}$ + $\sqrt{ل^2 - س^2}$ ، ومنها $\frac{-س(ل + س) + ل^2 - س^2}{\sqrt{ل^2 - س^2}}$ = .

ومنها $2س^2 + سل - ل^2 = .$

$(2س - ل)(س + ل) = .$ ⟹ س = $-ل$ مرفوض ، س = $\frac{ل}{2}$ [عندما س = $\frac{ل}{2}$ ، م'(س) تغير من + إلى −]

مساحة شبه المنحرف = $(ل + \frac{ل}{2})\sqrt{ل^2 - \frac{ل^2}{4}} = \frac{3\sqrt{3}\, ل^2}{4}$ سم^2.

س 6 السؤال السادس

(أ) إذا كان المستقيم ص = 6س − 7 يمس منحنى ه(س) = $أ س^2 + ب س + جـ$ عند النقطة (3، 11) والمستقيم ص = 2 يمس نفس المنحنى عند النقطة (0، 2) فما قيمة أ، ب، جـ

الحل/ المستقيم ص = 6س − 7 مماس يساوي 6

(3، 11) تحقق المنحنى ⟹ ه(3) = 9أ + 3ب + جـ = 11 ——— ①

المستقيم ص = 2 مماس يساوي صفر (يوازي محور السينات)

(0، 2) تحقق المنحنى ⟹ ه(0) = جـ = 2

م = ه'(س) $|_{س=3}$ = 6أ + ب = 6 ——— ②

م = ه'(س) $|_{س=0}$ = ب = 6 ومنه أ = 1 ∴ ه(س) = $س^2$ + 6س + 2

(ب) ه، ك كثيرا حدود من الدرجة n ، n > 1 بحيث كل منهما مماس صفري لمحور السينات عند س = أ حيث ه'(أ) ≠ 0 ، ك'(أ) ≠ 0

أثبت أن (ه × ك) (س) مماس صفري عند س = أ

الإثبات/ ه(س) ≥ 0 ، ك(س) ≥ 0 ، ه(أ) = 0 ، ه'(أ) ≠ 0 حيث ه'(أ) > 0

ك(أ) = 0 ، ك'(أ) ≠ 0 حيث ك'(أ) > 0

$(ه \times ك)'(أ) = ه(أ) ك'(أ) + ك(أ) ه'(أ) = 0$ ——— ①

$(ه \times ك)''(أ) = ه(أ) ك''(أ) + ك'(أ) ه'(أ) + ك(أ) ه''(أ) + ه'(أ) ك'(أ)$

= موجب + صفر + موجب + صفر = موجب ⟹ صفر (ج)

من ① ، ② ∴ (ه × ك) (س) مماس صفري عند س = أ

تابع السؤال السادس فرع (ج)

(ج) إذا كانت $م(س) = 3$ ظا^2 س ، $هـ(س) = \frac{س^2}{س^2+1}$ جد $(هـ \circ م)'(\frac{\pi}{8})$

الحل/

$م(س) = 3$ ظا^2 س $\Leftarrow$ $م'(س) = 6$ ظا س $\times$ قا^2 س

$هـ'(س) = \frac{(س^2+1) \times 2س - س^2 \times 2س}{(س^2+1)^2} \Leftarrow هـ'(س) = \frac{2س^2 + 2 - 2س^2}{(س^2+1)^2}$

$(هـ \circ م)'(\frac{\pi}{8}) = هـ'(م(\frac{\pi}{8})) \times م'(\frac{\pi}{8})$

$= 12$ هـ$'(3) = \frac{48}{25}$

السؤال السابع

(أ) إذا كانت $م(س) = س^2 + \frac{ج}{س}$ أثبت أنه لا يوجد أي قيمة عظمى محلية مهما كانت قيمة ج ، حيث ج $\neq 0$.

الإثبات/ م(س) مجال ح $- [0]$ ، $م'(س) = 2س - \frac{ج}{س^2}$

م$'(س) = \frac{2س^3 - ج}{س^2}$ ، نضع م$'(س) = 0$.

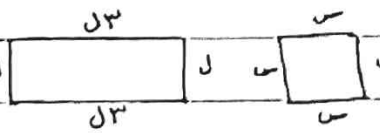
$2س^3 - ج = 0 \Leftarrow س^3 = \frac{ج}{2}$ $\therefore$ $س = \sqrt[3]{\frac{ج}{2}}$

م$''(س) = 2 + \frac{2ج}{س^3}$ $\therefore$ م$''(\sqrt[3]{\frac{ج}{2}}) = 2 + \frac{2ج}{\frac{ج}{2}} = 6 > 0$

$\therefore$ لا يوجد قيمة عظمى محلية م(س)

(ب) سلك طوله 48 سم قطع إلى جزئين تم ثني الجزء الأول ليكون مربعاً وثني الجزء الثاني ليكون مستطيلاً طوله يساوي ثلاثة أمثال عرضه أوجد طول كل من الجزئين إذا كان مجموع مساحتي المربع والمستطيل أقل ما يمكن ؟

الحل/



مجموع المساحتين م $= س^2 + 3ل^2$

م $= (48 - 4ل)^2 + 3ل^2$

م $= 2304 - 384ل + 16ل^2 + 3ل^2$

م $= 19ل^2 - 384ل + 2304$

م$' = 38ل - 384 = 0 \Leftarrow ل = 12$

ومنها $س = 12$

عندما ل $= 12$ تكون مجموع المساحتين أقل ما يمكن

طول الجزء الأول $= س = 4 \times 12 = 48$ سم

طول الجزء الثاني $= 3ل = 3 \times 12 = 36$ سم

طول السلك $= 48$

$48 =$ محيط المربع + محيط المستطيل

$48 = 4س + 8ل$

$48 = 4س + 8ل$

$6 = س + 2ل$

$س = 6 - 2ل$ ✱

تابع السؤال السابع فرع (ج)

(ج) إذا كانت $f(x)$ كثيرة حدود وكانت قيمة $f(x)$ عند $x = c$ ، صفرًا لعملية عند $x = p$ وانتهت الاقتران عند $x = c$ ، برهن وجود $s \in]p, b[$ بحيث $f'(s) = 0$.

الحل /

✱ بما أن شروط رول على $f(x)$ على $[p, b]$

1) $f(x)$ متصل على $[p, b]$

2) $f(x)$ قابل للاشتقاق على $]p, b[$

3) $f(p) = f(b) = 0$ ∴ $f(x)$ تحقق شروط رول على $[p, b]$،

∴ يوجد على الأقل $c \in]p, b[$ بحيث $f'(c) = 0$.

✱ بما أن شروط رول على $f(x)$ على $[c, c]$

$f(x)$ متصل وقابل للاشتقاق على $]c, c[$

$f(c) = f(c) = 0$ ∴ $f(x)$ تحقق شروط رول على $[c, c]$

∴ يوجد $s \in]c, c[$ بحيث $f'(s) = 0$.

حيث $]c, c[\subseteq]p, b[$

يا للتوفيق

الإجابة النموذجية لمادة الرياضيات للصف الثاني عشر
الفرع العلمي / الورقة الأولى.

السؤال الأول :-

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
الاجابة	ج	م	ج	م	ب	ء	ب	ب	ء	ء	ب	م	ب	ج	ج

١) السرعة المتوسطة $= \frac{ف(ب)-ف(٠)}{ب-٠} \Leftarrow \frac{١}{٢\sqrt{٣}} = \frac{جتا٢ب - جتا٢ \times ٠}{ب} \Leftarrow جتا٢ب - ١ = -\frac{١}{٢}$

$جتا٢ب = \frac{١}{٢} \Leftarrow ٢ب = \frac{\pi}{٣}$ ، $ب \in]٠ ، \frac{\pi}{٢}[$ $\Leftarrow ب = \frac{\pi}{٦}$

٢) $هـ'(٢س+١) = ٥س^{٤} - ١ \Leftarrow ٢ هـ'(٢س+١) هـ(٢س+١) \times \frac{١}{٢\sqrt{٢س+١}} = ١٠س$

$٢س+١ = ٢ \Leftarrow ٢س = ١ \Leftarrow س = ١ \Leftarrow هـ(٢) هـ(٢) \times \frac{١}{٢\sqrt{٢}} = ١٠ \Leftarrow ٢ هـ(٢) = ١٠ \Leftarrow هـ(٢) = ٥$

$هـ^{٢}(٢) = ٥(١)^{٢} - ١ = ٤$

$\therefore هـ(٢) = \pm ٢ \Leftarrow هـ(٢) = ٢$ لأن $هـ(س) > ٠$.

٣) $هـ(س) = لو_{هـ} س$ متزايد ماثل للاستقامة على مجال $]٠ ، \infty[$

٤) $هـ(س) = س^{٣} + ٢س \Leftarrow هـ'(س) = ٣س^{٢} + ٢ \Leftarrow هـ'(س) = ٦س$

$هـ(س) = \frac{١}{س} \Leftarrow هـ'(س) = -\frac{١}{س^{٢}}$

$(هـ \circ هـ)'(١) = هـ'(هـ(١)) هـ'(١) = هـ'(١) \times -\frac{١}{١^{٢}} = ٦ \times ١ \times -١ = -٦$

٥) $نهـا_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{هـ^{٤س} - هـ^{٢س}}{٤س - \pi} = نهـا_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{هـ^{٢س} - ١}{٤(س - \frac{\pi}{٤})}$

$= نهـا_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{(هـ^{٢س} - ١)(هـ^{٢س} + ١)}{٤(س - \frac{\pi}{٤})(هـ^{٢س} + ١)}$ ①

$= نهـا_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{هـ^{٤س} - ١}{٤(س - \frac{\pi}{٤})(هـ^{٢س} + ١)}$

$= نهـا_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{هـ^{٤س} - هـ^{٠}}{٤(س - \frac{\pi}{٤})} \times نهـا_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{١}{هـ^{٢س} + ١}$

$= هـ'(٤س) \times \frac{١}{هـ^{\frac{\pi}{٢}} + ١} = ٤ هـ^{٤س} \times \frac{١}{هـ^{\frac{\pi}{٢}} + ١} = \frac{٤ \times ١}{٤} = \frac{١}{٢}$

٦) $هـ(س) = س^{٢} + \frac{١}{٢} ق(س) \Leftarrow س = ٢ \Leftarrow هـ(٢) = ٢^{٢} + \frac{١}{٢} ق(٢) = ٤ + \frac{١}{٢} ق(٢)$

$هـ'(س) = ٢س + \frac{١}{٢} ق'(س)$

$٩ = ٢س + ١٠ص$ معادلة العمودي على المماس $(هـ(س))$.

$\therefore ٢ \times ٢ + ١٠ص = ٩ \Leftarrow ١٠ص = ٥$

$ص = \frac{١}{٢} \Leftarrow هـ(٢) = ص = \frac{١}{٢}$

$ميل العمودي = \frac{-٢}{١٠} = -\frac{١}{٥}$

$\therefore ميل المماس = ٥ = هـ'(٢)$

$٥ = ٤ + \frac{١}{٢} ق'(٢) \Leftarrow \frac{١}{٢} ق'(٢) = ١$

$\therefore ق'(٢) = ٢$

اطلب $(هـ(س) + ق(س))'(٢)$

$= هـ'(٢) + ق'(٢)$

$= ٥ + ٢ = ٧$

٧ ظا(س ص) = ٣ س − س²

هـ'(س ص)(س صَ + ص) = ٣ − ٢س

هـ'(٢، ٠)(٣ صَ + ٠) = ٣ − ٢×٢

٣ صَ = −١ ⇐ صَ = −١

ظا(٠، ٠) = ٣×٠ − ٠² = ٠

ص = ٠

ظا(س، ٠) = ٣س − س²

صفر = ٣س − س² = س(٣ − س)

∴ س = ٠ ، س = ٣ مرفوضة

٨ هـ(س) = [(س/٣) + ١] / |١ − ٢س|

[(س/٣) + ١] ⇐ ١٫٣ = ١ + ١/٣ = [١ + ٣/٣] = [١٫٢] = ١

|١ − ٢س| ⇐ ١ − ٢س = ٠ ⇐ ٢س = ١ ⇐ س = ١/٢

	−	+
١ − ٢س	+	−

هـ = ١ / (١ − ٢س) ⇐ هـ'(س) = −٢ / (١ − ٢س)² = −٢ / (٢ × ١ − ١)² = −٢

٩ المنحنى له مماس مختلف هـ(س) ⇐ أصفار هـ' هما س = ١، ٥

∴ هـ متزايدة في]−∞، ١] ، [٥، ∞[

	−		+		−
هـ'		١		٥	
هـ	∩		∪		∩

١٠ هـ لها قيمة صغرى في [١، ٦] ⇐ يوجد على الأقل ح ∈]١، ٦[حيث هـ'(ح) = صفر ⇐ ح = ٥

١١ س١، س٢ ∈ [٠، ٩] ، هـ(س١) − هـ(س٢) > ٠ ⇐ هـ(س١) > هـ(س٢) وس١ > س٢

∴ هـ متناقصة في]٠، ٩[

∴ هـ'(س) < ٠ ∀ س ∈]٠، ٩[⇐ هـ(س) متقعر لأسفل في]٠، ٩[.

١٢ هـ(س) = (٩س + ٥) / (ح س + ٤) ، ح س + ٤ ≠ ٠ ⇐ س ≠ −٤/ح لأنه نسبي .

هـ'(س) = [(ح س + ٤)×٩ − (٩س + ٥)×ح] / (ح س + ٤)² = (٩ح س + ٣٦ − ٩ح س − ٥ح) / (ح س + ٤)² = (٣٦ − ٥ح) / (ح س + ٤)²

هـ'(س) ≠ ٠ لأن البسط = ٣٦ − ٥ح ≠ ٠ ، المقام ≠ صفر لأنه نسبي

∴ لا يوجد نقط حرجة للاقتران هـ(س) ⇐ عددها = صفر .

١٣ هـ واقعة فوقه جميع مماساته في]−٢، ٢[⇐ هـ متقعر لأعلى في]−٢، ٢[⇐ هـ'(س) < ٠ ∀ س ∈]−٢، ٠[

هـ'(−١) = صفر ، −١ ∈]−٢، ٢[و هـ'(−١) < ٠ ⇐ هـ(−١) صغرى محلية .

بينما ٣ ∉]−٢، ٢[

١٤ هـ(س) = جا πس ، س ∈ [−١، ١] ⇐ هـ'(س) = π جتا πس

∴ النقط الحرجة ⇐ هـ'(س) = ٠ ⇐ جتا πس = ٠ ⇐ πس = π/٢ ، πس = ٣π/٢

س = ١/٢ ، س = ٣/٢ مرفوضة

∴ س = −١، ١/٢ عندها نقط حرجة

∴ هـ(−١) = جا(−π) = صفر ، هـ(١) = جا(π) = ٠ ، هـ(١/٢) = جا(π/٢) = ١ ⇐ صغرى محلية

	+		−	
جتا πس		١/٢		−١
هـ	∪		∩	

١٥ هـ(س) = ظا²س ⇐ هـ'(س) = ٢ ظا س قا²س = ٠ ⇐ ظا س = ٠ ⇐ س = ٠

∴ ظا هـ = هـ(٠) = ظا²(٠) = صفر ⇐ هـ = صفر

	−		+	
	−π/٢		٠	π/٢
هـ	∩		∪	

السؤال الثاني : ب

أ) $ق(س) = س(س-٤)^{٣}$ ، $س \in [-١، ٥]$

ق متصل على $[-١، ٥]$ لأنه كثير حدود

ق قابل للاشتقاق على $]-١، ٥[$

$ق'(س) = س \times ٣(س-٤)^{٢} + (س-٤)^{٣} \times ١$

$ق'(س) = صفر \Leftarrow (س-٤)^{٢}(٣س + س - ٤) = صفر$

$(س-٤)^{٢}(٤س-٤) = صفر$

$س - ٤ = ٠ \longrightarrow$ $س = ٤$ $\in]-١، ٥[$

$٤س - ٤ = ٠ \longrightarrow ٤س = ٤ \longrightarrow$ $س = ١$ $\in]-١، ٥[$

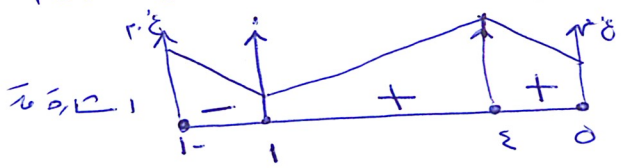
∴ النقط الحرجة

$ق = ع \cdot م$

عند $س = -١ ، ٥$

$ق(س) = ٠$

$س = ٤ ، س = ١$



∴ ق متزايد على $[-١، ٤]$

ق متناقص على $[-١، ١]$ ، $[٤، ٥]$

$ق(-١) = -١ \times (-١-٤)^{٣} = ١٢٥$ قيمة عظمى محلية

$ق(١) = ١(-٣)^{٣} = -٢٧$ قيمة صغرى محلية

$ق(٤) = ٤(٠) = ٠$ قيمة عظمى محلية

$ق(٥) = ٥(١)^{٣} = ٥$ قيمة صغرى محلية

$ق(-١)$ قيمة عظمى مطلقة وهي ١٢٥

$ق(١) = -٢٧$ قيمة صغرى مطلقة

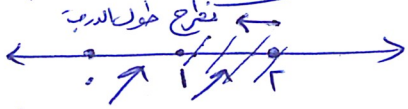
ب) $ق(س) = \begin{cases} \frac{٣}{س+٢} & -١ \leq س \leq ٠ \\ [٢-س] + س^{٢} & ٠ < س \leq ١ \end{cases}$

بالمقارنة بتعريف $[٢-س]$ في $]٠، ١[$

حول المقدار $= ١$

جنس الاقتران

$٢ - س = ٠ \longrightarrow س = ٢$



$[٢-س] = ١$ $٠ < س \leq ١$

∴ $ق(س) = \begin{cases} \frac{٣}{س+٢} & -١ \leq س \leq ٠ \\ ١ + س^{٢} & ٠ < س \leq ١ \end{cases}$

$\ominus$ $\quad$ $\oplus$

نبحث في اتصال ق على مجاله

$ق(س) = \frac{٣}{س+٢}$ متصل على $[-١، ٠[$ لأنه نسبي

$س + ٢ = ٠ \longrightarrow س = -٢ \notin [-١، ٠[$

$ق(س) = ١ + س^{٢}$ متصل على $]٠، ١]$ لأنه كثير حدود

النبحث في الاتصال عند $س = ٠$

$ق(٠) = \frac{٣}{٢}$

نهاية $ق(س)$ عندما $س \to ٠^{-} = \frac{٣}{٢}$

نهاية $ق(س)$ عندما $س \to ٠^{+} = ١$

∴ ق غير متصل عند $س = ٠$

∴ ق متصل على $[-١، ١]$

ق'(س) $= \begin{cases} \frac{-٣}{(س+٢)^{٢}} & -١ < س < ٠ \\ ٢س & ٠ < س < ١ \\ غ \cdot م & س = -١ ، ١ \end{cases}$

$ق'(٠)^{-} = \frac{-٣}{٤} = -\frac{١}{٢}$ $\quad$ $ق'(٠)^{+} = ٢$

∴ ق غير قابل للاشتقاق على $]-١، ١[$

∴ النظرية غير متحققة

∴ $ق'$ يوجد $ص \in]-١، ١[$ بحيث $ق'(ص) = \frac{ق(١) - ق(-١)}{١ - (-١)}$

$ق'(ص) = \frac{٢ - ٢}{٢} = صفر$

$-١ < ص < ٠$: $\frac{-٣}{(ص+٢)^{٢}} \neq ٠$

$٠ < ص < ١$: $٢ص = ٠$

$ص = ٠$ مرفوضة $\notin]٠، ١[$

لأن $-٢ \neq ٠$

∴ لا يوجد $ص \in]-١، ١[$ بحيث $ق'(ص) = صفر$

#

تابع السؤال الثاني :-

ب) $ص = ع^2 - \frac{8}{ع}$ ، $ع = 4 س^{\frac{1}{2}}$ ، $س = 4 س^{\frac{3}{2}}$

$\frac{دص}{دع} = 2ع + \frac{8}{ع^2}$

$\frac{دع}{دس} = \frac{1}{2} 4 س^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} 4 \sqrt{س}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$

$\frac{دص}{دس} = \left(2ع + \frac{8}{ع^2}\right) \times \frac{3}{2} 4 \sqrt{س}$ ← ①

عندما $ص = 0 \Leftarrow ع^2 - \frac{8}{ع} = 0 \Leftarrow ع^2 = \frac{8}{ع}$

$ع^3 = 8 \leftarrow \boxed{ع = 2}$

$ع = 4 س^{\frac{3}{4}} \Leftarrow 2 = 4 س^{\frac{3}{4}} \Leftarrow س^{\frac{3}{4}} = \frac{2}{4} \Leftarrow س = \left(\frac{2}{4}\right)^{\frac{4}{3}}$

بالتعويض في ①

$18 = \left(2 \times 2 + \frac{8}{2^2}\right) \times \frac{3}{2} 4 \sqrt{\left(\frac{2}{4}\right)^{\frac{4}{3}}}$

$18 = 8 \times 4 \times \frac{3}{4} 4 \times \left(\frac{2}{4}\right)^{\frac{1}{3}} \Leftarrow 18 = 9 \times 4 \times \left(\frac{2}{4}\right)^{\frac{1}{3}}$

$18 = 9 \times 4^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} \Leftarrow (\div 9) \Leftarrow 2 = 4^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} \Leftarrow (4)^{\frac{2}{3}} = (2)^{\frac{2}{3}}$

$\boxed{4 = 2} \Leftarrow (4)^{\frac{2}{3}} = (2)^{\frac{2}{3}}$

السؤال الثالث :-

أ) $ف = 60 ن - 6 ن^2$

ب) $ع = \frac{دف}{دن} = 60 - 12 ن$

للوصول لأقصى ارتفاع $\Leftarrow ع = 0$

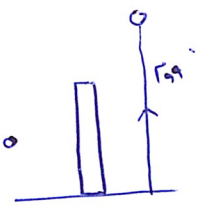
$60 - 12 ن = 0 \leftarrow 12 ن = 60$

$\therefore ن = 5$ ث .

$\therefore$ أقصى ارتفاع عند البرج $= ف(5)$

$= 60 \times 5 - 6 \times (5)^2 = 300 - 150 = 150$ م

$\therefore$ طول البرج = أقصى ارتفاع عند الأرض - أقصى ارتفاع عند البرج



طول البرج $= 195 - 150 = 45$ م

ج) $ف = 99 - 45 = 54$.

$60 ن - 6 ن^2 = 54$

$ن^2 - 10 ن + 9 = 0$ ÷ 6

$(ن - 9)(ن - 1) = 0$

$\boxed{ن = 9}$ ، $\boxed{ن = 1}$

$\therefore ع_{ن=9} = 60 - 12 \times 9 = -48$ م/ث

$ع_{ن=1} = 60 - 12 \times 1 = 48$ م/ث

أ) $هـ(س) = 2 س + هـ^{جتاس}$ ، $س \in [0, 2\pi]$

$هـ(س)$ متصل ع $[0, 2\pi]$ لأنه مجموع متصلين

$هـ(س)$ قابل للاشتقاق ع $]0, 2\pi[$ لأنه مجموع قابلين

$هـ'(س) = 2 + هـ^{جتاس} \times -جاس + جتاس \, هـ^{جتاس}$

$هـ'(س) = 2 - هـ^{جتاس} جاس + هـ^{جتاس} جتاس$

$هـ'(س) = 2 + هـ^{جتاس}(-جاس + جتاس)$

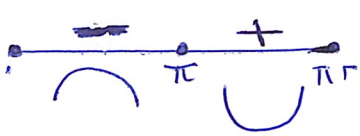
$هـ''(س) = هـ^{جتاس}(-جتاس - جاس) + (-جاس + جتاس) هـ^{جتاس}$

$هـ''(س) = هـ^{جتاس}(-جتاس - جاس - جاس + جتاس)$

$هـ''(س) = -2 هـ^{جتاس} جاس$

$هـ''(س) = صفر \Leftarrow -2 هـ^{جتاس} جاس = 0$ ÷ $-2 هـ^{جتاس}$

$\therefore جاس = صفر \Leftarrow س = 0 ، \pi$ مرفوضة



اشارة $هـ''$ تتغير من

$\therefore هـ$ مقعر لأعلى في $]\pi, 2\pi[$

$هـ$ مقعر لأسفل في $]0, \pi[$

$(\pi, هـ(\pi)) = (\pi, 2\pi - هـ^{-1})$

نقطة انعطاف لأن $هـ$ متصل عندها وغير سلوك تقعره .

السؤال الرابع :-

أ) نقطة تقاطع $ق$ مع $ص$ حيث $ق$: $ص = ك$

$س^2 + 1 = س^2 - \text{جتا}\left(\frac{\pi}{س^2 - 3}\right)$

$\therefore \text{جتا}\left(\frac{\pi}{س^2 - 3}\right) = -1$

$\therefore \frac{\pi}{س^2 - 3} = \pi \Leftarrow \pi(س^2 - 3) = \pi$

$س^2 - 3 = 1 \Leftarrow س^2 = 4$

$\therefore س = \pm 2$ ، $س = -2$ مرفوضة

$\boxed{س = 2} \Leftarrow ص = ق(2) = 2^2 + 1 = 5$

$\therefore$ $(2, 5)$ نقطة التماس .

$\therefore ق(س) = 2س \Leftarrow ق(2) = 2 \times 2 = 4$.

$\therefore$ معادلة المماس

$ص - ص_1 = 4(س - س_1)$

$ص - 5 = 4(س - 2)$

$ص = 4س - 8 + 5$

$\boxed{ص = 4س - 3}$

ب)

$$\text{نهـا}_{س \to -1} \frac{3 ق(س) - \sqrt{3} س - \sqrt{3}}{س^2 + س} = \frac{3\sqrt{2}}{3}$$

عند التعويض في المقام ينتج صفراً $(-1)^2 + (-1) = 0$

$\therefore$ عند التعويض في البسط ينتج صفراً .

$3 ق(-1) - \sqrt{3} \times -1 - \sqrt{3} = 0 \Leftarrow \boxed{ق(-1) = -\frac{\sqrt{3}}{3}}$

$(ق \times ق)(س) = ق \times ق(س) + ق(س) \times ق(س)$

$(ق \times ق)(-1) = ق(-1) \times ق(-1) + (ق(-1))^2$

$(ق \times ق)(-1) = (-\frac{\sqrt{3}}{3}) \times \sqrt{3} + (-\frac{\sqrt{3}}{3})^2$

$= -\frac{3}{3} + \frac{3}{9} = -1 + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$

معادلة المماس هي $ص - ق(-1) = ق(-1)(س - (-1))$

ميل المماس $= -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ويقع عليه النقطة $(-1, ق(-1))$ و $(2, 0)$

$\therefore$ الميل $= \frac{ق(-1) - 0}{-1 - 2} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{ق(-1)}{-3} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftarrow \boxed{ق(-1) = \sqrt{3}}$

نطبق لوبيتال على النهاية لمعرفة $ق'(-1)$

$$\text{نهـا}_{س \to -1} \frac{3 ق'(س) - \sqrt{3}}{2س + 1} = 3\sqrt{2}$$

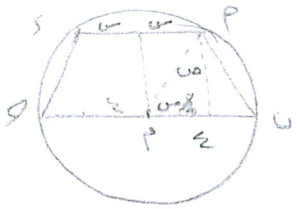
$$\frac{3 ق'(-1) - \sqrt{3}}{-2 + 1} = 3\sqrt{2}$$

$3 ق'(-1) - \sqrt{3} = -3\sqrt{2} \Leftarrow \frac{3 ق'(-1) - \sqrt{3}}{-1} = 3\sqrt{2}$

$3 ق'(-1) = -\sqrt{3}$

$\boxed{ق'(-1) = -\frac{\sqrt{3}}{3}}$

السؤال الخامس :-



الأمران = مساحة شبه المنحرف

م = $\frac{1}{2}$ مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

م = $\frac{1}{2}$ (٢س + ٨) × ص ← ①

سنطبق نظرية فيثاغورث ⇐ ع^{2} = س^{2} + ص^{2} ⇐ ص^{2} = ١٦ − س^{2}

ص = $\sqrt{١٦ - س^{2}}$

م = $\frac{1}{2}$ (٢س + ٨) × $\sqrt{١٦ - س^{2}}$

م = (س + ٤) $\sqrt{١٦ - س^{2}}$

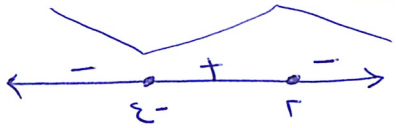
م$'$ = (س + ٤) × $\frac{-٢س}{٢\sqrt{١٦ - س^{2}}}$ + $\sqrt{١٦ - س^{2}}$ × ١

م$'$ = $\frac{-س^{2} - ٤س + ١٦ - س^{2}}{\sqrt{١٦ - س^{2}}}$ = $\frac{-٢س^{2} - ٤س + ١٦}{\sqrt{١٦ - س^{2}}}$

م$'$ = ٠ ⇐ −٢س^{2} − ٤س + ١٦ = ٠ ⇐ س^{2} + ٢س − ٨ = ٠

(س + ٤) (س − ٢) = ٠

س = −٤ ، س = ٢



∴ المساحة أكبر ما يمكن عند س = ٢

∴ المساحة = (٢ + ٤) $\sqrt{١٦ - ٤}$ = ١٢$\sqrt{٣}$ = ٢٠٧٨ وحدة مربعة .

ب) ع^{2} = $\frac{٢}{ف\sqrt{ق}}$ + ع نستعد لتفريقه بالنسبة لـ ن

ع^{2} $\frac{دع}{دن}$ = $\frac{\frac{دف}{دن} \times ٢\sqrt{ق} \times ٠ - ٢}{(\sqrt{ق})^{2}}$ + $\frac{دع}{دن}$

ع^{2} ن$'$ = $\frac{\frac{-ع}{\sqrt{ق}}}{ف}$ + ن$'$

ع^{2} ن$'$ − ن$'$ = $\frac{-ع}{ف\sqrt{ق}}$

ن$'$ (ع^{2} − ١) = $\frac{-ع}{ف\sqrt{ق}}$

ن$'$ (٢ × ٢ − ١) = $\frac{-٢}{ف\sqrt{ق}}$

٣ن$'$ = $\frac{-٢}{ف\sqrt{ق}}$ ⇐ ن$'$ = $\frac{-٢}{٣ف\sqrt{ق}}$ م/ن^{2}

عندما ع = ٢

٢^{2} = $\frac{٢}{ف\sqrt{ق}}$ + ٢

٤ = $\frac{٢}{ف\sqrt{ق}}$ + ٢ ⇐ $\frac{٢}{ف\sqrt{ق}}$ = ٢

$\sqrt{ق}$ = ١ ← ف = ١

السؤال السادس :-

أ) $\because$ $هـ = ٢$ $\Leftarrow$ $\frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٣ - ١} = ٢$

$هـ(٣) - هـ(١) = ٤$ ← (١) .

$\because$ $م = \frac{م(٣) - م(١)}{٣ - ١}$

$= \frac{٣ + هـ^{٣}(٣) - (١ + هـ^{٣}(١))}{٢}$

$= \frac{٣ + هـ^{٣}(٣) - ١ - هـ^{٣}(١)}{٢}$

$= \frac{٢ + هـ^{٣}(٣) - هـ^{٣}(١)}{٢}$

$= ٢ + \frac{(هـ(٣) - هـ(١))(هـ^{٢}(٣) + هـ(٣)هـ(١) + هـ^{٢}(١))}{٢}$

$= ٢ + \frac{٤ \times (١٥ + ١)}{٢} = \frac{٣٢ + ١٦}{٢}$

$\therefore$ $م = \frac{٤٨}{٢} = ٩$.

مع العلم :

$(هـ(١) + هـ(٣))^{٢} = ٩$.

$هـ^{٢}(١) + ٢هـ(١)هـ(٣) + هـ^{٢}(٣) = ٩$

$هـ^{٢}(١) + ٢ \times ٥ + هـ^{٢}(٣) = ٩$.

$هـ^{٢}(١) + هـ^{٢}(٣) = ٩ - ١٠ = -١$

ب) $حا ص = ٢ حا س$ أثبت أن $\left(\frac{د ص}{د س}\right)^{٢} = ١ + ٣ ظا^{٢} ص$.

الحل :- $حا ص = ٢ حا س$

$حتا ص \cdot ص = ٢ حتا س$

$ص = \frac{٢ حتا س}{حتا ص} = ٢ حتا س قا ص$.

$(ص)^{٢} = (٢ حتا س قا ص)^{٢} = ٤ حتا^{٢} س قا^{٢} ص$.

$(ص)^{٢} = ٤ (١ - حا^{٢} س) قا^{٢} ص$.

$= ٤ \left(١ - \left(\frac{حا ص}{٢}\right)^{٢}\right) قا^{٢} ص$.

$= ٤ \left(١ - \frac{حا^{٢} ص}{٤}\right) قا^{٢} ص$.

$= (٤ - حا^{٢} ص) قا^{٢} ص$.

$= ٤ قا^{٢} ص - قا^{٢} ص حا^{٢} ص$.

$= ٤ قا^{٢} ص - \frac{حا ص}{حتا^{٢} ص}$ $= ٤ قا^{٢} ص - ظا^{٢} ص = ٤ قا^{٢} ص - (قا^{٢} ص - ١)$

$= ٤ قا^{٢} ص - قا^{٢} ص + ١$

$= ٣ قا^{٢} ص + ١$ #

$\because$ $حا ص = ٢ حا س$ $\Leftarrow$ $حا س = \frac{حا ص}{٢}$

$قا ص = \frac{١}{حتا ص}$

السؤال الرابع :-

أ) $ص = \ln\left(هـ^{س} + \sqrt{هـ^{2س}+1}\right)$ باستخدام الطرفين

$$ص' = \frac{هـ^{س} + \frac{2هـ^{2س}}{2\sqrt{هـ^{2س}+1}}}{هـ^{س} + \sqrt{هـ^{2س}+1}} \times \frac{\sqrt{هـ^{2س}+1}}{\sqrt{هـ^{2س}+1}} \times \frac{\sqrt{هـ^{2س}+1}}{\sqrt{هـ^{2س}+1}}$$

$$ص' = \frac{هـ^{س}\sqrt{هـ^{2س}+1} + هـ^{2س}}{\left(هـ^{س}+\sqrt{هـ^{2س}+1}\right)\sqrt{هـ^{2س}+1}} = \frac{هـ^{س}\left(\sqrt{هـ^{2س}+1} + هـ^{س}\right)}{\left(هـ^{س}+\sqrt{هـ^{2س}+1}\right)\sqrt{هـ^{2س}+1}} = \frac{هـ^{س}}{\sqrt{هـ^{2س}+1}}$$

$$ص'' = \frac{\sqrt{هـ^{2س}+1}\ هـ^{س} - هـ^{س} \times \frac{2هـ^{2س}}{2\sqrt{هـ^{2س}+1}}}{هـ^{2س}+1} = \frac{هـ^{3س}+هـ^{س}-هـ^{3س}}{\left(هـ^{2س}+1\right)\sqrt{هـ^{2س}+1}} = \frac{هـ^{س}}{\left(هـ^{2س}+1\right)\sqrt{هـ^{2س}+1}}$$

$$\therefore \left(هـ^{2س}+1\right)ص'' - ص = \frac{هـ^{س}}{\sqrt{هـ^{2س}+1}} - \frac{هـ^{س}}{\sqrt{هـ^{2س}+1}} = صفر$$

#

ب) $ع(س) = أ س^{3} + ب س + جـ$ ، (٦٠٠) واقع عليه

$\therefore ع(٠) = أ(٠)^{3} + ب(٠) + جـ = ٦ \Leftarrow جـ = ٦$

$\therefore$ زاوية ميل المماس $= \frac{3\pi}{4}$ $\Leftarrow$ $م = ظا\frac{3\pi}{4} = -١$

$\therefore$ المقتضاد $(٢، ع(٢))$ ، (٤٦٠) واقع على المماس

$\therefore$ الميل $=$ $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{ع(٢)-٤}{٢-٠} = -١$

$ع(٢) - ٤ = -٢ \Leftarrow \boxed{ع(٢) = ٢}$

$\therefore ع(٢) = ٤أ + ٢ب + ٦ = ٢ \Leftarrow ٤أ + ٢ب = -٤$

$\boxed{٢أ + ب = -٢}$ ①

$\therefore$ ميل المماس $= ظا\frac{3\pi}{4} = -١ = ع'(٢)$

$\therefore ع'(س) = ٢أ س + ب$

$ع'(٢) = \boxed{٤أ + ب = -١}$ ②

بالطرح $\Leftarrow$ $-٤أ + ب = -١$

$٢أ + ب = -٢$

$٢أ = ١ \Leftarrow أ = \frac{1}{2}$

بالتعويض في ١

$\therefore ٢ \times \frac{1}{2} + ب = -٢$

$١ + ب = -٢$

$\therefore \boxed{ب = -٣}$

$\therefore \boxed{ع(س) = \frac{1}{2}س^{2} - ٣س + ٦}$

إجابة اختبار الورقة الأولى (الفرع العلمي)

رياضيات 2022 - 2021

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
الاجابة	ج	ب	ب	ج	ب	ء	ب	ء	ب	ب	ب	د	ب	ب	ء

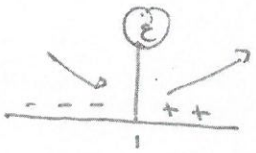
السؤال الثاني

(ب) - $هـ(س) = \sqrt{(س-1)^2} = |س-1|$

$هـ(س)$ متصل على ح

$$هـ(س) = \begin{cases} 1-س & س \leq 1 \\ س-1 & س > 1 \end{cases}$$

$$هـ'(س) = \begin{cases} -1 & س < 1 \\ 1 & س > 1 \end{cases}$$



$هـ'(س) \neq 0$ ، $هـ'(1)$ غ م

$هـ' < 0$ في $]-\infty, 1[$ ، $هـ$ متناقص $]-\infty, 1]$

$هـ' > 0$ في $]1, \infty[$ ، $هـ$ متزايد في $[1, \infty[$

عند $س = 1$ قيمة صغرى محلية $= هـ(1) = 0$ ولا نهاية وحيدة في مجالها

(ج) : لأن $هـ$ تحقق شروط التوسطة في $[0, 3]$

$هـ$ متصل وقابل للاشتقاق

شرط الاتصال $\lim_{س \to 2^-} أ س^2 + 2س = \lim_{س \to 2^+} س^3 - ب س + 12$

$4أ + 4 = 8 - 2ب + 12 \leftarrow 4أ + 2ب = 16$ — (1)

شرط الاشتقاق $هـ'(2)^+ = هـ'(2)^-$

$3 \times 4 - ب = 2أ \times 2 + 2$

$12 - ب = 4أ + 2 \leftarrow 4أ + ب = 10$ — (2)

وبحل $أ = 1$ ، $ب = 6$

$$هـ'(ج) = \frac{هـ(أ) - هـ(ب)}{أ - ب} = \frac{هـ(3) - هـ(1)}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

$ج \in]0, 2[\leftarrow 3ج^2 - 6ج = 7 \leftarrow ج = 2{,}5 \notin]0, 2[$

$ج \in]2, 3[\leftarrow 3ج^2 - 6ج = 7 \leftarrow ج = \frac{\sqrt{13}}{3} + 1 \in]2, 3[$

السؤال الثالث

(أ) قـ متصل وقابل للاستقامة على $[0، 2\pi[$

$قـ(س) = هـ^{س} جتاس - هـ^{س} جاس$

$قـ'(س) = هـ^{س} جتاس - هـ^{س} جاس - هـ^{س} جاس - هـ^{س} جتاس$

$= -2 هـ^{س} جاس$

$قـ'(س) = 0 \leftarrow هـ^{س} \neq 0$ ، جاس $= 0 \leftarrow س = \pi \in]0، 2\pi[$

سلوك قـ	∪	○	∩
إشارة قـ'	+ + +	0	- - -

π 2π

$قـ' > 0$ ، قـ متقعرة لأعلى $]0، \pi[$

$قـ' < 0$ ، قـ متقعرة لأسفل $]\pi، 2\pi[$

$(\pi، -هـ^{\pi})$ نقطة انعطاف لأن قـ متصل عند $س = \pi$ وتغير اتجاه التقعر

ب) $ص - 5 = س^2 - 4س$ بالتعويض في المعطى الأول

$ص^2 + ص - 5 = 1 \leftarrow ص^2 + ص - 6 = 0$

$(ص - 2)(ص + 3) = 0 \leftarrow ص = 2$ أو $ص = -3$ مرفوض

عندما $ص = 2$ فإن $س = 1$ أو $س = 3$

(1، 2)

$ص' = \frac{4 - 2س}{2ص} = \frac{2 - س}{ص}$

$م_{ع} = -2$

$ص - 2 = -2(س - 1)$

(3، 2)

$ص' = \frac{2 - س}{ص}$

$م_{ع} = 2$

$ص - 2 = 2(س - 3)$

السؤال الرابع

(أ) زمن ارتطام الجسم الثاني $= ن$ ، زمن ارتطام الجسم الأول $= ن + \frac{1}{2}$

$ف_{ب}(ن) = ف_{ب}(ن + \frac{1}{2})$

$20ن + 16ن^2 = 16(ن + \frac{1}{2})^2 \leftarrow 20ن + 16ن^2 = 16ن^2 + 16ن + 4$

$\leftarrow \boxed{ن = 1}$

ع$_1$ $(\frac{3}{2}) = 32 \times \frac{3}{2} = 48$ م/ث

ع$_2$ $(1) = 20 + 32 \times 1 = 52$ م/ث

ارتفاع البناية $= ف_{ب}(1) = ف_{ب}(\frac{3}{2}) = 36$

السؤال الرابع [ن]

يجب اثبات أنه لـ" > صفر في]٠، ٦[.

لـ"(س) = [هـ ٠ مَ + هـ ٠ مَ"] (س) هـ(س) ٠ مَ(س).

إذن هـ (هـ ٠ مَ)(س) > صفر ∀ س ∈ ح.

يجب اثبات أنه [هـ ٠ مَ + هـ ٠ مَ"] (س) > صفر في]٠، ٦[

بما أن هـ متزايد في [٠، ٦] ⟸ هـ > صفر في]٠، ٦[.

مَ متزايد في [٠، ٦] ⟸ مَ > صفر في]٠، ٦[

مَ مقعر لأسفل في]٠، ٦[⟸ مَ" < صفر في]٠، ٦[.

ق هـ ق مَ تقعاره في الربع الرابع ⟸ إشارة هـ ق مَ سالبة.

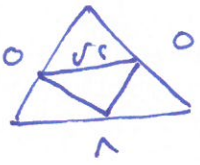
المقدار [هـ ٠ مَ + هـ ٠ مَ"] (س) في]٠، ٦[.

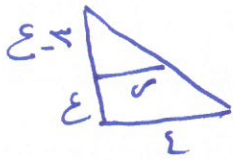
(+ × +) + (- × -) = (+) + (+) = + .

∴ لـ" (س) = + ∀ س ∈]٠، ٦[⟸ لـ (س) مقعر لأعلى في]٠، ٦[.

السؤال الخامس

(أ) من التشابه





$$\frac{ر}{٤} = \frac{٣-ع}{٣} \Leftarrow ر = \frac{٤}{٣}(٣-ع)$$

$$م = \frac{١}{٢} \times ٢ر \times ع = ر ع = \frac{٤}{٣}(٣-ع) \times ع = \frac{٤}{٣}(٣ع - ع^٢)$$

$$\frac{دم}{دع} = \frac{٤}{٣}(٣-٢ع) = صفر \Leftarrow ع = \frac{٣}{٢}$$

	+		−
	↗		↘

$ع = \frac{٣}{٢}$

عند $ع = \frac{٣}{٢}$ قيمة عظمى محلية وهي أيضاً من مطلقة

$$م = \frac{٤}{٣}(٣ \times \frac{٣}{٢} - \frac{٩}{٤}) = ٣ \text{ سم}^٢$$

(ب) $صفر = ١ + \frac{٢ر}{\sqrt{٢ع+١}}$

$$= \frac{ر + \sqrt{٢ع+١}}{\sqrt{٢ع+١}} = \frac{ر + \sqrt{٢ع+١} + ر}{(ر + \sqrt{٢ع+١})\sqrt{٢ع+١}} = (٢ع+١)^{-\frac{١}{٢}}$$

$$صـ'' = -\frac{١}{٢} \times ٢ر (٢ع+١)^{-\frac{٣}{٢}}$$

الطرف الأيمن $= (٢ع+١) \times \frac{-ر}{(٢ع+١)^{\frac{٣}{٢}}} + \frac{ر}{(٢ع+١)^{\frac{١}{٢}}} = صفر$.

السؤال السادس

(أ) $م = ١٢ س - ٣ س^{٢} = \frac{ص}{س}$

$١٢ س^{٣} - ٣ س^{٢} = ص$

مساحة المثلث أ ب و

$م = \frac{١}{٢} \times س \times ص$

$م = \frac{١}{٢} \times س (١٢ س^{٣} - ٣ س^{٢})$

$م = ٦ س^{٣} - \frac{٣}{٢} س^{٤}$

$\frac{د م}{د س} = ١٨ س^{٢} - ٦ س^{٣} = ٠$

إما $س = ٠$ (مرفوض) أو $س = ٣$

+	0	−
	٣	

عند $س = ٣$ تكون مساحة المثلث أ ب و أكبر ما يمكن

$م = \frac{١}{٢} \times ٣ (١٢ \times ٣ - ٩ \times ١٢) = \frac{٨١}{٢}$ وحدة ربع

(ب) $ص = ٢ س^{٥} + \frac{٥}{س^{٤}} = ٢ س^{٥} + ٥ س^{-٤}$

$ص' = ١٠ س^{٤} - ٢٠ س^{-٥}$

$ص'' = ٤٠ س^{٣} + ١٠٠ س^{-٦}$

الطرف الأيسر:

$\frac{٢٠ ص}{س^{٤}} = (٢٠ \times ٢ س^{٥} + ١٠٠ س^{-٤}) \times \frac{١}{س^{٤}}$

$= ٤٠ س^{٢} + ١٠٠ س^{-٦} =$ الطرف الأيمن $= ص''$

(تم بحمد الله)

الامتحان التجريبي للصف الثاني عشر للعام ٢٠٢١/٢٠٢٢م

دولــة فلسطــين | الفـــرع: العلمي | مدة الامتحان: ساعتان ونصف

وزارة التربيــة والتعليــم العالــي | المبحـث: الرياضيات / ورقة أولى | مجموع العلامات: (١٠٠)

مديرية التربية والتعليم شرق خانيونس | التاريخ: / /٢٠٢٢ م

اسم الطالب/ـة: ..... الشعبة: .....

القسم الأول: يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة: **(٣٠ علامة)**

١. إذا كان $\frac{1}{2}$ هـ(-٢) = -٣ ، هـ(٤) = ٦ فما متوسط التغير في هـ(س) على الفترة $[-٢، ٤]$ ؟

أ) ٢ ب) -٢ ج) ٠ د) $\frac{٣}{٢}$

٢. إذا كان صتاس = -قتاس ، فما قيمة ص` - ص^{٢}؟

أ) -قتا^{٢}س ب) -١ ج) ١ د) ظتا^{٢}س

٣. إذا كان للاقتران هـ(س) = ا س^{٣} + س^{٢} ، س ∈ ع قيمة عظمى محلية عند س = ٢ ، فما مجال التقعر للأسفل للاقتران ق(س) ؟

أ) $]-\infty، ٠[$ ب) $]\frac{١}{٣}، \infty[$ ج) $]-\infty، \frac{١}{٣}[$ د) $]-\infty، -\infty[$

٤. إذا كان هـ(س) = [٧ - ٣س] ، فما قيمة هـ`(٣) ؟

أ) -٣ ب) -٢ ج) صفر د) غير موجودة

٥. إذا كان هـ(س) = ٢س هـ^{س} ، س ∈ ع ، فما قيم س الحرجة للاقتران هـ`(س) ؟

أ) -٢ ب) صفر ج) ٢ د) ٠ ، -٢

٦. إذا كان هـ(س) مقعراً للأسفل على ح وكان هـ`(س) = ٢ - (٢ - ا)س ، فما قيم الثابت ا ؟

أ) ا ≥ ٢ ب) ا ≤ ٢ ج) ا < ٢ د) ا > ٢

٧. ما مجموعة جميع قيم ج التي يمكن الحصول عليها من تطبيق نظرية رول على الاقتران ق(س) = -١٠ في الفترة $[-٢، ٤]$؟

أ) { } ب) { ٠ } ج) $]-٢، ٤[$ د) $[-٢، ٤]$

٨. إذا كان هـ(س) = س $^{-٢س}$ ، وكانت هـ``(س) = -٠,٦ س $^{-٣س}$ ، فما قيمة س؟

أ) ١ ب) -١ ج) ٢ د) -٢

٩. إذا كان هـ(س) = $\sqrt{٨س - ٢س^{٢}}$ ، فما قيم س الحرجة؟

أ) ٠ ، ٢ ب) ٠ ، ٤ ج) ٢ ، ٤ د) ٠ ، ٢ ، ٤

١٠. إذا كان هـ(س) = |س - ١| + ٢ ، س ∈ $[٠، ٢]$ ، فما القيمة العظمى المطلقة للاقتران هـ(س)؟

أ) ٣ ب) ١ ج) ٢ د) -١

١١. إذا كان هـ$(\frac{٢}{س})$ = س^{٢} + ٢س ، فإن $\lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(١) - هـ(١ - هـ)}{٥هـ}$ =

أ) $\frac{٤}{٥}$ ب) $\frac{٢٤}{٥}$ ج) $\frac{-١٢}{٥}$ د) $\frac{-٦}{٥}$

١٢. إذا كان $و(س)$ كثير حدود وكان $و''(س) > ٠$ عندما $س > ٦$، $و''(س) < ٠$ عندما $س < ٦$، وكان $و'(-٣) = ٠$ ، فما العبارة الصحيحة دائماً من العبارات التالية؟

أ) $و''(-٣) = ٠$ ب) $و'(٦) = ٠$ ج) $و(-٣)$ قيمة عظمى محلية د) $و(-٣)$ قيمة صغرى محلية

١٣. إذا كان $و(س) = \frac{س^{٢} |-٢-٢س|}{١+س}$ ، $س \neq -١$، فما قيمة $و'(-٢)$؟

أ) ٨ ب) صفر ج) -٨ د) غير موجودة

١٤) إذا كان $و(س) = \begin{cases} س^{٢} + ٢س + ١ & ، س \neq ١ \\ [س] + ٣س & ، س = ١ \end{cases}$ ، فما قيمة $و'(١)$؟

أ) صفر ب) غير موجودة ج) ٤ د) ٣

١٥) إذا كان $و(س)$ متصل في ح حيث $و'(س) = ٢س - س^{٢}$، ما نوع النقطة $(٢، و(٢))$؟

أ) عظمى محلية ب) صغرى محلية ج) انعطاف د) عظمى مطلقة

الإجابة النموذجية للامتحان التجريبي
2022 - 2021
المادة / رياضيات - الورقة الأولى الفرع العلمي .

القسم الأول /
السؤال الأول /

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
رمز الإجابة	أ	ب	ب	ج	ج	د	ب	ج	د	أ	ب	ج	ج	ب	أ

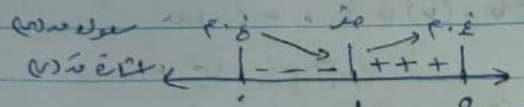
السؤال الثاني /

أ) $ه(س) = س^3 - 3س - 4$ ، $س \in [0, 5]$.

$ه(س)$ متصل ومكاني لاشتقاقه لأنه كثير حدود .

$ه'(س) = 3س^2 - 3$.

$ه'(س) = 0 \Leftarrow 3س^2 - 3 = 0 \Leftarrow س^2 = 1 \Leftarrow س = \pm 1$ ، $-1 \notin [0, 5]$ مرفوضة .



* مجالات تزايد وتناقص للاقتران $ه(س)$

$ه(س)$ متناقصة في $[0, 1]$ ، $ه(س)$ متزايدة في $[1, 5]$.

* القيم القصوى :

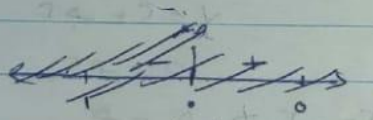
$ه(0) = -4$ قيمة عظمى محلية (بداية تناقص)

$ه(1) = 1 - 3 - 4 = -6$ قيمة صغرى محلية وهي مطلقة .

$ه(5) = (5)^3 - 3 \times 5 - 4 = 116$ قيمة عظمى محلية (نهاية تزايد) وهي مطلقة .

* $ه''(س) = 6س$

$ه''(س) = 0 \Leftarrow 6س = 0 \Leftarrow س = 0 \in]0, 5[$



$ه(س)$ مقعر للأعلى في $]0, 5[$

لا يوجد نقط انعطاف للاقتران $ه(س)$.

#

ب) $ه(س)$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة .

$\therefore ه(س)$ متصل في $[0, 2] \Leftarrow ه(س)$ متصل عند $س = 2$.

$\lim_{س \to 2^-} ه(س) = \lim_{س \to 2^+} ه(س)$

$\lim_{س \to 2^-} (4أ + 2س) = \lim_{س \to 2^+} (س^2 - ب س + 12) \Leftarrow 4أ + 4 = 4 - 2ب + 12$

$\Leftarrow 4أ + 2ب = 8 \Leftarrow 2أ + ب = 4$ ... (1)

تابع سؤال (٥)

د دالة قابلة للاشتقاق حيث $د(س) = \begin{cases} ٢س^{٣} + ب س + ٢ & ، ٠ < س \leq ٢ \\ ٣س^{٢} - ب & ، ٢ < س < ٣ \end{cases}$

$د'(٢)^{+} = د'(٢)^{-}$

$١٢ - ب = ٤ب + ٢$

$٤ب + ب = ١٠ \leftarrow$ (١)

$-\quad ٣ب + ب = ٨ \leftarrow$ (٢)

$\overline{\qquad\qquad}$

$٣ب = ٢$

$\boxed{ب = ١}$

نعوض في (١)

$٢ + ب = ٨ \Leftarrow \boxed{ب = ٦}$

$\therefore د(س) = \begin{cases} س^{٣} - ٦س + ١٢ & ، ٠ < س \leq ٢ \\ ٦ - ٢س & ، ٢ < س < ٣ \end{cases}$ $د'(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} - ٦ & ، ٠ < س < ٢ \\ -٢ & ، ٢ < س < ٣ \end{cases}$

$د(٠) = ٠$ ، $د(٢) = ٨ - ١٢ + ١٢ = ٨$

لإيجاد $ج$ في $]٠ ، ٣[$

$د'(ج) = \frac{د(ب) - د(ا)}{ب - ا} = \frac{د(٢) - د(٠)}{٣ - ٠} = \frac{٨ - ٠}{٣} = \frac{٨}{٣}$

$د'(ج) = \frac{٨}{٣}$

① $٠ < ج \leq ٢$

$د'(ج) = \frac{٨}{٣}$

$٣ج^{٢} - ٦ = \frac{٨}{٣}$

$٣ج^{٢} = ١٢$

$ج^{٢} = ٤$

$ج = ٢$ مرفوضة

② $٢ < ج < ٣$

$د'(ج) = -٢$

$-٢ = \frac{٨}{٣}$ مرفوضة

لا توجد قيمة $ج$ تحقق النظرية

#

السؤال ٦ ص /

$ف(ن) = ٢٠ن - ٥ن^{٢}$ ، $ع(ن) = ٢٠ - ١٠ن$ ، $ت(ن) = -١٠$ م/ث^{٢}

١. يصل الجسم لأقصى ارتفاع عندما $ع = ٠ \Leftarrow ٢٠ - ١٠ن = ٠ \Leftarrow ن = ٢$ ث

أقصى ارتفاع $= ف(٢) = ٢٠ \times ٢ - ٥ \times ٢^{٢} = ٤٠ - ٢٠ = ٢٠$ م

٢. الزمن المنقضي عندما أقصى ارتفاع

$ف(٥) = ٢٠ \times ٥ - ٥ \times ٥^{٢} = ١٠٠ - ١٢٥ = -٢٥$

المسافة المقطوعة خلال ٥ ثوانٍ الأولى $= ٢ \times$ أقصى ارتفاع $- ف(٥)$

$= ٢ \times ٤٠ - (-٢٥) = ٨٠ + ٢٥ = ١٠٥$ م

(٣)

السؤال الثاني/

أ) ٣. يتحرك الجسم بسطح الأرض عندما ن = ٠

ف = ٠ ⇐ ٢٠ن − ٥ن² = ٠

⇐ ٥ن (٦ − ن) = ٠

⇐ ٥ن = ٠ ⇐ ن = ٠ ، أو ٦ − ن = ٠ ⇐ ن = ٦

∴ يتحرك الجسم بسطح الأرض بعد ٦ ث .

ع (٦) = ٣٠ − ١٠ × ٦ = ٣٠ − ٦٠ = −٣٠ م/ث .

#

ب) عـ (٤) = (٤ − ١) × ٤ᵖ − ٤ = ٣ × ١٦ᵖ − ٤ = ٤٨ᵖ − ٤

عـ (٢) = (٢ − ١) × ٤ᵖ − ٢ = ٤ᵖ − ٢ = ٤ᵖ − ٦ .

متوسط التغير = (عـ (س٢) − عـ (س١)) / (س٢ − س١)

= (عـ (٤) − عـ (٢)) / (٤ − ٢)

٥ = ((٤٨ᵖ − ٤) − (٤ᵖ − ٦)) / ٢

١٠ = ٤٨ᵖ − ٤ − ٤ᵖ + ٦

١٠ = ٤٤ᵖ − ١٢

٤٤ᵖ / ٤ = ١٢ / ٤

ᵖ٣ = ٣ ⇐ ᵖ = ٢

#

القسم الثاني/

السؤال الرابع/

أ) نفرض ص = ٢ ⇐ س + ص = ٢ نعوض في معادلة العلاقة .

(٢)³ − ٢ ص² = ٥

٨ − ٢ ص² = ٥ ⇐ ٢ ص² / ٢ = ٣ / ٢ ⇐ ص² = ١ ⇐ ص = ±١ ، ص > ٠

ص = ١ ⇐ ٢ − س = ١ ⇐ س = ١

∴ نقطة التقاطع هي (١ ، ١) .

بالتفاضل ضمنياً للعلاقة (ص + س)³ − ٢ ص² = ٥ بالنسبة لـ س .

٣ (ص + س)² (ص' + ١) − ٤ ص ص' = ٠

٣ (١ + ١)² (ص' + ١) − ٤ ص' = ٠ ⇐ ١٢ (ص' + ١) − ٤ ص' = ٠

٨ ص' + ١٢ = ٠

ص' = −١٢ / ٨ = −٣ / ٢ = ميل المماس

(١ ، ١)

(٤)

تابع السؤال الرابع /

أ) ميل المماس $= -\frac{٢}{٣}$ ، $م = -\frac{٢}{٣}$

معادلة المماس

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ١ = -\frac{٢}{٣}(س - ٢)$

$ص + ١ = -\frac{٢}{٣}س + ٢$

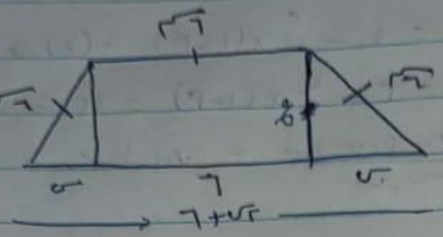
$ص = -\frac{٢}{٣}س + ١$

#

ب) القاعدة الكبرى $= ٢س + ٦$

الارتفاع $ع = \sqrt{٦^٢ - س^٢}$ ، (نظرية فيثاغورث)

$ع = \sqrt{٣٦ - س^٢}$



مساحة شبه المنحرف $= \frac{١}{٢}$ (مجموع القاعدتين) × الارتفاع

$= \frac{١}{٢}(٦ + ٢س + ٦) \times \sqrt{٣٦ - س^٢}$

$= \frac{١}{٢}(١٢ + ٢س)\sqrt{٣٦ - س^٢}$

$= (٦ + س)\sqrt{٣٦ - س^٢}$

$م' = (٦ + س) \times \frac{-٢س}{٢\sqrt{٣٦ - س^٢}} + \sqrt{٣٦ - س^٢} \times ١$

$= \frac{-س(٦ + س)}{\sqrt{٣٦ - س^٢}} + \sqrt{٣٦ - س^٢}$

$= \frac{-٦س - س^٢ + ٣٦ - س^٢}{\sqrt{٣٦ - س^٢}}$

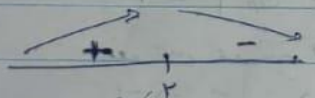
$= \frac{-٢س^٢ - ٦س + ٣٦}{\sqrt{٣٦ - س^٢}}$

$م' = ٠$ ، $\Leftarrow -٢س^٢ - ٦س + ٣٦ = ٠$

$س^٢ + ٣س - ١٨ = ٠$

$(س + ٦)(س - ٣) = ٠$

$س = -٦$ ، $\boxed{س = ٣}$



تكون مساحة شبه المنحرف أكبر ما يمكن عند $س = ٣$.

$م = (٦ + ٣)\sqrt{٣٦ - ٩}$

$= ٩\sqrt{٢٧} = ٩ \times ٣\sqrt{٣} = ٢٧\sqrt{٣}$ سم^٢.

#

السؤال الخامس/

أ) $س + ص = جا ص$. اثبت أن $\frac{د ص}{د س} = \frac{1}{ظا ص}(ظا ص - ظتا ص)$.

$جا ص - ص = س$. نشتق بالطرفين بالنسبة لـ س.

$(جتا ص - 1) ص' = 1$

$ص' = \frac{1}{جتا ص - 1}$.

$ص'' = \frac{-(-جا ص) ص'}{(جتا ص - 1)^2}$.

$= \frac{جا ص ص'}{(جتا ص - 1)^2}$.

$= \frac{جا ص \times \frac{1}{جتا ص - 1}}{(جتا ص - 1)^2} = \frac{جا ص}{(جتا ص - 1)^3}$ ..

بطريقة أخرى $\frac{د^2 ص}{د س^2} = \left(\frac{1}{جتا ص - 1}\right)^2 = \frac{1}{(جتا ص - 1)^2}$.

الطرف الأيسر $= \frac{د^2 ص}{د س^2}(ظا ص - ظتا ص)$

$= \frac{جا ص}{(جتا ص - 1)^2} \times \left(\frac{جا ص}{جا ص} - \frac{1}{جا ص}\right)$.

$= \frac{جا ص}{(جتا ص - 1)^2} \times \left(\frac{جتا ص - 1}{جا ص}\right)$.

$= \frac{1}{(جتا ص - 1)^2}$ = الطرف الأيمن

#

ب) $\because$ هـ (س) كثير حدود متزايد في ح

$\Rightarrow$ هـ'(س) > 0 . $\forall س \in ح$.

لـ (س) = قتران متصل وقابل للاشتقاق على ح

$\therefore$ لـ'(س) = هـ'(س² - 4س) × (2س - 4) .

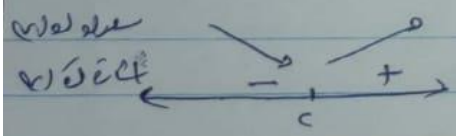
لـ'(س) = 0 $\Leftarrow$ 2س - 4 = 0 $\Leftarrow$ **س = 2**

هـ'(س² - 4س) > 0 . لأن هـ'(س) > 0 .

$\therefore$ لـ'(س) < 0 ، $\forall س \leq 2$ ، لـ'(س) > 0 ، $\forall س > 2$.

$\therefore$ لـ (س) متناقصة في $]-\infty, 2]$ ، متزايدة في $[2, \infty[$

#



السؤال الرابع :-

أ) ميل المماس = ٢

$\therefore$ ق$'$(س) = ٢س^{٢} − ٦س + ب

ق$'$(س) = ٦س − ٦

ق$'$(س) = ٠ ⇐ ٦س − ٦ = ٠ ⇐ $\boxed{س = ١}$

$\therefore$ ق$'$(١) = ٢

٢ × (١)^{٢} − ٦ × (١) + ب = ٢

٢ − ٦ + ب = ٢ ⇐ $\boxed{ب = ٥}$.

نعوض عن س = ١ في معادلة المماس

ص = ٢ × ١ + ٢ = ٤

ق(١) = ٤

(١)^{٣} − ٢ × (١)^{٢} + ٥ × ١ + جـ = ٤

١ − ٢ + ٥ + جـ = ٤

٣ + جـ = ٤

$\boxed{جـ = ١}$

#

ب) ع^{٢} = ٢س ق(س^{٢} − ٧) ، ق(١) = ١ ، ق$'$(١) = −٢

٣ ع^{٢} $\frac{د ع}{د س}$ = ٢س ق$'$ (س^{٢} − ٧) × ٢ $\frac{د ع}{د س}$ + ٢ ق(س^{٢} − ٧) ∴ فند س = ٢

نعوض عن س = ٢ ، ع = ٤ .

∴ ٢ × (٤)^{٢} $\frac{د ع}{د س}$ = ٢ × ١ ق$'$(١) × ٢ × ١ + ٢ ق(١)

٤٨ $\frac{د ع}{د س}$ = ٤ × −٢ + ٢ × ١

$\frac{د ع}{د س}$ = $\frac{-١٠}{٤٨}$ = $\boxed{\frac{-٥}{٢٤}}$.

ع^{٢} = ٢ × ٢ ق(٢^{٢} − ٧)

= ٤ ق(١)

= ٤ × ١ = $\boxed{٤}$

#

(٦)

السؤال السابع /

أ) بالمقارنة بالصفر /

$$\frac{\overline{\Sigma^{2}} - 2}{\overline{\Sigma^{2}} - 2} = \frac{2 \times 22 - 36}{2 - 2} = \frac{\text{بسط}}{\text{مقام}} = \frac{\overline{\Sigma^{2}} (\Sigma - 2)^{0} - 3\overline{\Sigma}}{\overline{\Sigma^{2}} - 2}$$

$$\therefore \text{نهـ}_{س \to 3} \frac{\overline{\Sigma^{2}} (س - 2)^{0} - 3\overline{س}}{\overline{\Sigma^{2}} - 2}$$

$$= \text{نهـ}_{س \to 3} \frac{\overline{\Sigma^{2}} \times 0 (س - 2)^{2} + (س - 2)^{0} \times \frac{1}{2\overline{\Sigma^{2}}}}{2 \times \frac{1}{4} (2س)^{-\frac{3}{4}}}$$

$$= \frac{\overline{\Sigma^{2}} \times 0 (3 - 2)^{2} + (3 - 2)^{0} \times \frac{1}{2\overline{\Sigma^{2}}}}{\frac{1}{2} \times (2 \times 3)^{-\frac{3}{4}}}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} \times 32 + 16 \times 10}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}} = 2 \times 8 = 16$$

#

ب/ $\text{هـ}(س) = أ س^{3} + ب س^{2} + جـ س + د$

$(2، -1)$ نقطة حرجة $\Leftarrow$ $\text{هـ}'(2) = -1$ ، $\text{هـ}(2) = 0$

$(0، 2)$ نقطة انعطاف $\Leftarrow$ $\text{هـ}(0) = 2$ ، $\text{هـ}''(0) = 0$

$\text{هـ}(س) = 4أ س^{3} + 3ب س^{2} + 2جـ س + د$

$\text{هـ}''(س) = 12أ س^{2} + 6ب س + 2جـ$

$\text{هـ}'(2) = -1$

$32أ + 12ب + 4جـ + د = -1 \quad \leftarrow (1)$

$\text{هـ}(0) = 2$

$د = 2$

$\text{هـ}''(2) = 0$

$48أ + 12ب + جـ = 0 \quad \leftarrow (2)$

$\text{هـ}''(0) = 0$

$2ب = 0 \Leftarrow ب = 0$

$32أ + 4جـ + 2 = -1$

$8أ + جـ = -\frac{3}{4} \quad \leftarrow (3)$

$48أ + جـ = -2 \quad \leftarrow (4)$

بطرح (3) من (4)

$-8أ = -2 \Leftarrow أ = \frac{1}{4}$

بتعويض في (3)

$2 + جـ = 0$

$جـ = -2$

$\text{هـ}(س) = \frac{1}{4} س^{3} - 2س + 2$

تم بحمد الله وتوفيقه

مديرية التربية والتعليم – رفح

إجابة النموذج الاسترشادي للعام الدراسي ٢٠٢١-٢٠٢٢م

المبحث: الرياضيات – الفرع العلمي– الورقة الأولى

إجابة السؤال الأول :

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
رمز الإجابة	ج	أ	ب	د	د	ج	ب	ج	أ	ج	أ	د	د	أ	ج

إجابة السؤال الثاني :

(أ)

$ق$ متصل على $[-١، ٥]$ ، وقابل للاشتقاق على $]-١، ٥[$ لأنه كثير حدود

$ق(س) = س \times ٣(٤-س)^{٢} \times -١ + (٤-س)^{٣} \times ١$

$= -٣س(٤-س)^{٢} + (٤-س)^{٣}$

$= (٤-س)^{٢}(-٣س + ٤ - س)$

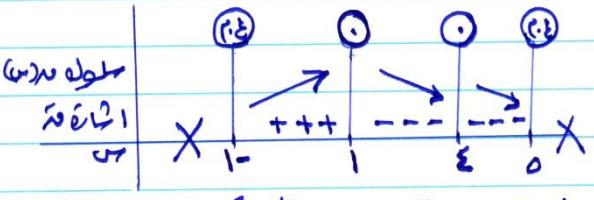
$= (٤-س)^{٢}(٤-٤س)$

بوضع $ق(س) = ٠ \Leftarrow (٤-س)^{٢}(٤-٤س) = ٠$

$(٤-س)^{٢} = ٠ \Leftarrow ٤-س = ٠ \therefore س = ٤ \in$ المجال

$٤-٤س = ٠ \Leftarrow ٤س = ٤ \therefore س = ١ \in$ المجال

$\therefore$ قيم $س$ الحرجة هي $\{-١، ١، ٤، ٥\}$



$ق$ متزايدة في $[-١، ١]$ ، $ق$ متناقصة في $[١، ٥]$

$ق(١) = ٢٧$ قيمة عظمى محلية ومطلقة

$ق(-١) = -١٢٥$ قيمة صغرى محلية ومطلقة

$ق(٥) = -٥$ قيمة صغرى محلية

تابع إجابة السؤال الثاني :

ب)

$$\frac{د ص}{د ع} = \frac{د}{د ع}\left(ع^{\frac{1}{3}} - 9ع\right) \times (2ع - 9)$$

$$= \frac{2(2ع - 9)}{3 \times \sqrt[3]{ع^2 - 9ع}}$$

$$\frac{د ع}{د س} = \frac{-6س + 20س - 6}{(س - 1)^2}$$

$$\therefore \frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س} = \frac{2(2ع - 9)}{3 \times \sqrt[3]{ع^2 - 9ع}} \times \frac{-6س + 20س - 6}{(س - 1)^2}$$

عندما ع = 1 فإن س = 3

$$\therefore \frac{د ص}{د س} = \text{صفر}$$

ج)

$$\text{ق}'(جـ) = \frac{\text{ق}(ب) - \text{ق}(3)}{ب - 3}$$

$$\frac{2جـ}{\sqrt{جـ^2 - 9}} = \frac{ب - 3}{\sqrt{ب^2 - 9}} - 0$$

عندما جـ = 5

$$\therefore \frac{5}{4} = \frac{ب - 3}{\sqrt{ب^2 - 9}}$$ بتربيع الطرفين

$$\Leftarrow \frac{25}{16} = \frac{ب^2 - 9}{(ب - 3)^2} \Leftarrow \frac{25}{16} = \frac{(ب - 3)(ب + 3)}{(ب - 3)(ب - 3)}$$

$$\Leftarrow \frac{25}{16} = \frac{ب + 3}{ب - 3} \Leftarrow ب = \frac{41}{3}$$

إجابة السؤال الثالث :

(أ)

$ق$ متصل على $]0، \pi[$ لأنه حاصل ضرب اقترانين متصلين .

$ق(س) = هـ^{س} \times جتا س + جا س \times هـ^{س}$

$ق(س) = هـ^{س} (جتا س + جا س)$

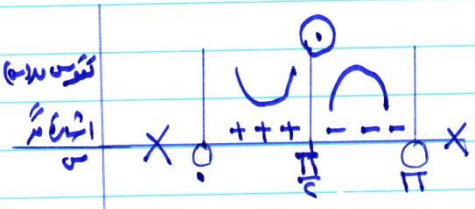
$ق'(س) = هـ^{س} \times (- جا س + جتا س) + (جتا س + جا س) \times هـ^{س}$

$\Leftarrow ق'(س) = 2 هـ^{س} جتا س$

بوضع $ق'(س) = 0 \Leftarrow 2 هـ^{س} جتا س = 0 \quad ، \quad 2 هـ^{س} \neq 0$

$\therefore جتا س = 0 \Leftarrow س = \frac{\pi}{2} \in]0، \pi[$

$س = \frac{3\pi}{2} \notin]0، \pi[$ (مرفوض)



$ق(س)$ مقعر لأعلى في $]0، \frac{\pi}{2}[$

$ق(س)$ مقعر لأسفل في $]\frac{\pi}{2}، \pi[$

النقطة $(\frac{\pi}{2} ، هـ^{\frac{\pi}{2}})$ نقطة انعطاف

لأن $ق(س)$ تتصل عندها ويغير اتجاه تقعره حولها .

ب)

1) عند أقصى ارتفاع تكون ع = ٠ ، ف = ٨٠

ع = ف ن ⇐ ع = ٩ ن − ١٠ ن = ٠ ——— (١)

ف = ٨٠ ⇐ ٩ ن − ٥ ن² = ٨٠ ——— (٢)

من (١) ⇐ ٩ = ١٠ ن وبالتعويض في (٢) ينتج أن :

٨٠ = ٥ ن² − ن × ١٠ ن ⇐ ٥ ن² = ٨٠

⇐ ن² = ١٦ ∴ ن = ٤

⇐ ٩ = ١٠ × ٤ = ٤٠

2) ف = ٤٠ ن − ٥ ن²

عندما يصل الجسم إلى سطح الأرض فإن ف = ٠

⇐ ٤٠ ن − ٥ ن² = ٠ ⇐ ٥ ن (٨ − ن) = ٠

ن = ٠ مرفوضة ∴ ن = ٨

ع = ٤٠ − ١٠ ن ⇐ ∴ ع (٨) = ٤٠ − ٨٠ = − ٤٠ م/ث

تابع إجابة السؤال الثالث:

ج)

ص + س ص = جتا س بالاشتقاق بالنسبة لـ س

ص ن + س × ص ن + ص × ١ = − جا س

ص ن + س ص ن + ص = − جا س بالاشتقاق مرة أخرى

ص ن + س × ص ن + ص × ١ + ص ن = − جتا س

ص ن (١ + س) + ٢ ص ن = − جتا س

ص ن (١ + س) + جتا س = − ٢ ص ن

ص ن (١ + س) + ص (١ + س) = − ٢ ص ن بالقسمة على (١ + س)

⇐ ص ن + ص = $\frac{-٢ص ن}{١ + س}$

إجابة السؤال الرابع :

(أ

إشارة قـ(س)	∩	∪	∩
س	--- -٢	+++	--- ٤

تقعر لأسفل ، تقعر لأعلى

١) قـ(س) مقعر لأسفل فى]-∞ ، -٢[،]٤ ، ∞[
قـ(س) مقعر لأعلى فى]-٢ ، ٤[

٢) النقطتان (-٢ ، قـ(-٢)) ، (٤ ، قـ(٤)) نقطتا انعطاف
لأن قـ(س) متصل ويغير اتجاه تقعره عند كل منهما .

٣) أصفار قـ(س) هى -١ ، ٦

∴ قـ(-١) = ٠ ، قـ''(-١) > ٠ ∴ (-١ ، قـ(-١)) نقطة صغرى محلية
، قـ(٦) = ٠ ، قـ''(٦) < ٠ ∴ (٦ ، قـ(٦)) نقطة عظمى محلية

(ب

بالاشتقاق بالنسبة لـ ن

$\therefore ٢ع \frac{دع}{دن} = ٠ - \frac{م}{ف^{٢}} \cdot \frac{دف}{دن}$

$\Leftarrow ٢ع ت = \frac{م}{ف^{٢}} ع$ وبالقسمة على ع

$\therefore ٢ت = \frac{م}{ف^{٢}}$ --- (١)

عندما ع = ٠ $\Leftarrow$ $\frac{م}{ف} - ٦ = ٠ \Leftarrow$ ف = ٦ م

$\therefore ف = \frac{م}{٦}$

بالتعويض فى (١) ينتج أن

$٢ \times ٩ = \frac{م}{(\frac{م}{٦})^{٢}} \Leftarrow ١٨ = \frac{٣٦م}{م^{٢}}$

$\Leftarrow ١٨م^{٢} - ٣٦م = ٠ \Leftarrow ١٨م(م-٢) = ٠$

م = ٠ مرفوض ∴ م = ٢

إجابة السؤال الخامس :

أ)

1) $ه$ تحقق شروط نظرية رول في $[0، 2]$

$\therefore$ $ه$ متصل في $[0، 2]$ وبالتالي متصل عند $س = 1$

$\therefore$ $\lim_{س \to 1^-} ه(س) = \lim_{س \to 1^+} ه(س)$

$ه(1)^3 - 4 ه(1) = ب(1)^2 - 3(1)$

$\Leftarrow$ $ه + ب = 5$ ـــــ (1)

$$ه(س) = \begin{cases} ه س^3 - 4 ، & 0 \le س \le 1 \\ ب س^2 - 3 ، & 1 < س \le 2 \end{cases}$$

$ه$ قابل للاشتقاق في $]0، 2[$ وبالتالي قابل للاشتقاق عند $س = 1$

$\therefore$ $ه'(1)^- = ه'(1)^+$

$3 ه(1)^2 - 4 = 2 ب(1)$

$\Leftarrow$ $3ه - 2ب = 4$ ـــــ (2)

بحل (1)، (2) $ب = \boxed{2}$ ، $ه = \boxed{3}$

2) لإيجاد قيمة / قيم $جـ$ التي تحققها النظرية

نضع $ه'(جـ) = 0$ عندما $0 < جـ < 1$

$\therefore$ $3جـ^2 - 3 = 0$ $\Leftarrow$ $جـ = \pm 1$ نرفض

نضع $ه'(جـ) = 0$ عندما $1 < جـ < 2$

$\therefore$ $4جـ - 4 = 0$ $\Leftarrow$ $جـ = \boxed{1}$

ب)

بالاشتقاق بالنسبة لـ $س$ $\therefore$ $صـ = قا(س ص) \times (س صـ + ص \times 1)$

$\Leftarrow$ $صـ = س صـ قا(س ص) ظا(س ص) + ص قا(س ص) ظا(س ص)$

$صـ - س صـ قا(س ص) ظا(س ص) = ص قا(س ص) ظا(س ص)$

$صـ (1 - س قا(س ص) ظا(س ص)) = ص قا(س ص) ظا(س ص)$ ، $قا^2(س ص) = 1 + ظا^2(س ص)$

$\Leftarrow$ $صـ = \frac{ص قا(س ص) ظا(س ص)}{1 - س قا(س ص) ظا(س ص)} = \frac{ص (1 + ظا^2(س ص))}{1 - س (1 + ظا^2(س ص))}$

وبوضع المعطيات $ص = ظا(س ص)$

$\therefore$ $صـ = \frac{ص (1 + ص^2)}{1 - س (1 + ص^2)} = \frac{ص + ص^3}{1 - س - س ص^2}$

إجابة السؤال السادس :

(أ)

نجد نقطة الانعطاف وهي نقطة التماس

$ق(س) = س^4 - 6س$

$ق'(س) = 4س^3 - 6$

الإشارة $ق'$	−	0	+
		3	

بوضع $ق'(س) = 0 \Leftarrow س = 3$

عند $س = 3$ ، $ق(س)$ متصل ويغير سالبه

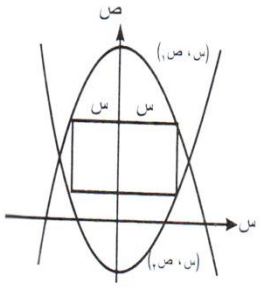
إذاً نقعره $ق(3) = -14$

$\therefore$ $(3، -14)$ نقطة انعطاف وهي نقطة تماس

تحقق معادلة المماس

$-14 = 3 \times 3 + 13 \Leftarrow -14 = 3م + 13 \Leftarrow م = \boxed{-9}$

(ب)



$م = 2س (ص_1 - ص_2)$

$= 2س [(10 - س^4) - (س^4 - 8)]$

$= 2س (18 - 2س^4)$

$= 36س - 4س^3$

$م' = 36 - 12س^2 = 0$

$36 = 12س^2 \leftarrow س^2 = 3$

$س = \pm\sqrt{3} \leftarrow س = \sqrt{3}$

$م'' = -24س$

$م''(\sqrt{3}) = -24 \times \sqrt{3} < 0$ $\therefore$ عظمى

$ص_1 = 10 - (\sqrt{3})^4 = 7$

$ص_2 = (\sqrt{3})^4 - 8 = -5$

$\therefore م = 2 \times \sqrt{3} [7 - (-5)]$

$\therefore م = 24\sqrt{3}$ وحدة مربعة

إجابة السؤال السابع :

(أ)

$جا(ه(٢س)) = \frac{-٣}{٥} - \frac{١}{٢}$ بالاشتقاق بالنسبة لـ س

$٢ جا(ه(٢س)) \times جتا(ه(٢س)) \times ه'(٢س) \times ٢ = \frac{-٣}{٥}$

بوضع $٢س = ٦ \leftarrow س = ٣$

$\therefore$ بالتعويض عن $س = ٣$

$\leftarrow ٢ جا ه(٦) \times جتا ه(٦) \times ه'(٦) \times ٢ = \frac{-٣}{٩}$

$\leftarrow ٢ جا \frac{\pi}{٣} \times جتا \frac{\pi}{٣} \times ه'(٦) \times ٢ = -\frac{١}{٣}$

$\leftarrow ٢ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{١}{٢} \times ه'(٦) \times ٢ = -\frac{١}{٣}$

$\leftarrow ٢ \times \frac{\sqrt{٣}}{٤} \times ه'(٦) \times ٢ = -\frac{١}{٣} \Rightarrow ه'(٦) = \boxed{\frac{-١}{٦\sqrt{٣}}}$

(ب)

$\therefore ح = \pi نق^٢ ع$

$نق^٢ + (\frac{ع}{٢})^٢ = (٢\sqrt{٢})^٢$

$نق^٢ = ٨ - \frac{ع^٢}{٤}$

$\therefore ح = \pi (٨ - \frac{ع^٢}{٤}) ع$

$\Leftarrow ح = \pi (٨ ع - \frac{ع^٣}{٤})$

$ح' = \pi (٨ - \frac{٣ع^٢}{٤})$

بوضع $ح' = ٠ \Leftarrow \pi (٨ - \frac{٣ع^٢}{٤}) = ٠$

$\Leftarrow ٨ = \frac{٣ع^٢}{٤} \Leftarrow ع = ٦$

$ح'' = \frac{-٦\pi ع}{٤} \Rightarrow ح''(٦) = \frac{-٣٦\pi}{٤} = -٩\pi < ٠$

$\therefore$ يوجد قيمة عظمى عندما $ع = ٦$

$\therefore ع = ٦$ تجعل حجم الأسطوانة أكبر ما يمكن .

نماذج الرياضيات الورقة الثانية

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم / شمال غزة

مدة الامتحان: ساعتان ونصف
المبحث: رياضيات
مجموع العلامات (١٠٠) علامة
النموذج : الأول

الامتحان التجريبي للثانوية العامة لعام ٢٠٢٢م
الفرع: العلمي الورقة الثانية

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (سبعة) أسئلة ، أجـب عن (خمسة) منها فقط.
القسم الأول : يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة ، وعلى الطالب أن يجـيب عنها جـميعاً.

السؤال الاول: اختار الاجابة الصحيحة مما بين الاقواس (٣٠ علامة)

١) اذا كان ق(س)= أ س + ب ، م(س) اقتران أصلي للاقتران ق(س) بحيث م′(٢) =٧ ، م″(٢) = ٢ .
فما قيم أ ، ب على الترتيب
أ) ٧، ٣ ب) ٢، ٧ ج) ٣ ، ٢ د) ٢ ، ٣

٢) $\int \frac{\frac{٢}{٣}+\sqrt{س}}{س+س\sqrt{س}}$ ء س =
أ) $\frac{١}{٢}$ لـو$_{هـ}$ |س $\sqrt{س}$ + س| + جـ ب) $\frac{٢}{٣}$ لـو$_{هـ}$ |س $\sqrt{س}$ + س| + جـ
ج) $\frac{٣}{٢}$ لـو$_{هـ}$ |س $\sqrt{س}$ + س| + جـ د) $\frac{١}{٣}$ لـو$_{هـ}$ |س $\sqrt{س}$ + س| + جـ

٣) في $\sigma_{٢٠}$ للتجزئة المنتظمة [أ، ب] اذا كانت الفترة الجزئية الخامسة هي [٥,٢، ٥,٥] فما قيمة كل من أ، ب على الترتيب
أ) ٤ ، ١٠ ب) -٤ ، ١٠ ج) ٤ ، -١٠ د) -٤ ، -١٠

٤) اذا كان م(س) اقتران أصلي للاقتران ق(س) المتصل على [-٢، ٤] اذا كان $\frac{١}{٢}$ ك(٢) = ٢ ، ك(٣)=٦ فما قيمة
$\int_{٣}^{٤} (٣ق(س-١)+٦س)$ ء س
أ) ٣٧,٥ ب) ٣٩ ج) ٣٠ د) ٦

٥) اذا كان ت(س) = $\int_{٢}^{٢س-٦} ق(ص)$ ء ص = ٤س^{٢} − جـس فما قيمة الثابت جـ
أ) ١٦ ب) ٥ ج) -١٦ د) ٨

٦) اذا كانت أ مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية وغير منفردة وكان |أ$^{-١}$| = ٢ ، |أ(ك+١)| = ٨ ما قيمة /قيم ك
أ) ٣ ب) -٥ ، ٣ ج) ١ ، -٣ د) $\pm\sqrt{٨}$ − ١

٧) قيمة $\int_{ب}^{٤} \left[٤ - \frac{١}{٢}س\right]$ ء س =
أ) ٥ ب) ٦ ج) ٧ د) ١٠

٨) عند حل نظام من معادلتين خطتيتين بطريقة كرايمر أحدهما ٢س - ص = ٥ وجد أن $|أ_س| + ٢|أ_ص| = ٥|أ|$ ما قيمة ص

أ) -١ ب) ١ ج) ٣ د) ٢

٩) ما قيمة / قيم س التي تجعل المصفوفة الاتية غير منفردة $\begin{bmatrix} س & -١ & -١ \\ ١ & -س & ١ \\ ٦ & ٢ & -١ \end{bmatrix}$

أ) $\{-١، ٩\}$ ب) $\{-٩، ١\}$ ج) $ع - \{-١، ٩\}$ د) $ع - \{-٩، ١\}$

١٠) اذا كان تسارع جسم يعطى بالعلاقة ت = ٢ن ، وكانت سرعته الابتدائية تساوي ٦ م/ث والمسافة التي يقطعها بعد ثانية من الحركة تساوي ١٢ م/ث فما المسافة المقطوعة بعد ٣ ثواني من الحركة بالمتر

أ) $\frac{٩٨}{٣}$ ب) $\frac{١٧}{٣}$ ج) ١٢ د) ٦

١١) اذا كان $\frac{١}{٢}(أ - ب) = \begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ فما قيمة $أ٤ - ٣(ب + ٢أ^{٢} + أ) + ٢ب$

أ) $\begin{bmatrix} ١ & ٤ \\ -٣ & ٢ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} -١ & ١ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} -١ & -٤ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$

١٢) اذا كان $(\frac{١}{٣}أ)^{-١} = \begin{bmatrix} -٣ & ٦ \\ ٩ & ١٢ \end{bmatrix}$ فما قيمة $٢أ^{-١}$

أ) $\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ٦ & ٨ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ٢ & -٤ \\ ٦ & ٨ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} -١٨ & ٣٦ \\ -٥٤ & -٧٢ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} -\frac{١}{٢} & ١٠ \\ -\frac{٣}{٢} & -٢ \end{bmatrix}$

١٣) اذا كان $ص = هـ^{جتاس} + لـو_هـ جاس + \int_{\frac{\pi}{٦}}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{١}{٢+جاس} ءس$ وكان $ن'(\frac{\pi}{٢}) = -٢$ فما قيمة أ ؟

أ) -٢ ب) -٣ ج) ٢ د) ٣

١٤) اذا كان $\int_{١}^{٢} (٢ن'(س) + ٤أس) ءس = س^{٣} - س^{٢} + ١$ بحيث $٢ن'(١) = ن'(٢) = ١٦$

فما قيمة أ ؟

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $-\frac{٣}{٢}$ ج) $-\frac{١٥}{٢}$ د) -٣

١٥) اذا كان $\int_{أ}^{ب} جا^{٢} س \, ودس = \frac{٣}{٢}$ ، $\int_{أ}^{ب} جتا^{٢} س \, ودس = \frac{١}{٢}$ فما قيمة $\int_{أ}^{ب} ٣ جتا ٢س \, ودس$

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ٦ ج) ٣ د) -٣

السؤال الثاني : **(٢٠ علامة)**

أ) استخدم تعريف التكامل المحدود لإيجاد قيمة $\int_{ب}^{٣} (٥ - ٤س) \, ودس$

ب) اذا كان ق(س) اقتراناً متصلاً على $[٦،٠]$ بحيث أن اقترانه المكامل

$$ت(س) = \begin{cases} س^{٣} & ، \ ٠ \leq س < ٢ \\ ٣س^{٢} + ١ & ، \ ٢ \leq س \leq ٦ \end{cases}$$

جد : ١) قيمة الثابت أ ٢) $\int_{ب}^{٣} ق(ص) \, ودص$ ٣) ق(٥)

ج) حل المعادلات الاتية باستخدام جاوس

$س + ص + ع = ١$ ، $س - ص + ع = ٤$ ، $س - ص - ع = -١$

السؤال الثالث : **(٢٠ علامة)**

أ) قذف جسم رأسياً لأعلى بسرعة ابتدائية مقدارها ٥٠ م/ث بتسارع مقداره -١٠ م/ ث^{٢} . وكان ارتفاع الجسم عن سطح الأرض بعد ثانية واحدة يساوي ٧٠م . جد معادلة الحركة للجسم

ب) حل المعادلة $\begin{bmatrix} ١ & -١ \\ ٣ & -٢ \end{bmatrix} \times ٢س + \begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix} \times س = \begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix}$

ج) جد قيمة التكامل $\int_{ب}^{٢} \frac{|٧ - ٢س|}{[س + ١]} \, ودس$

القسم الثاني / أجب عن سؤالين فقط من الأسئلة الأتية

السؤال الرابع : **(١٥ علامة)**

أ) اذا كان $|ن(س)| \leq ٣$ ، وكان $م^{٢} + ١ \leq \int_{-١}^{٢} ن(س) \, ودس \leq ٤م - ٣$ فما قيمة م ، ن

ب) اوجد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الاول والمحصورة بين

$ن(س) = س^{٢} - ٤$ ، $هـ(س) = س + ٢$ ، $ل(س) = ٢ - س$

السؤال الخامس : (١٥علامة)

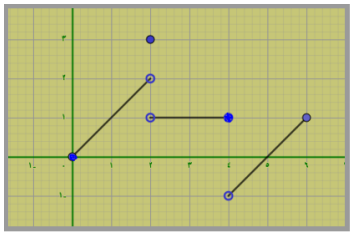
أ) اذا كان $ن(س) = \begin{cases} [س+٣] & ، \ ١ > س \geq ٠ \\ ٤س & ، \ ٣ \geq س \geq ١ \end{cases}$ معرف على $[٠،٣]$ جد ت(س)

ب) بدون فك المحدد اذا كان $\begin{vmatrix} س & ص & ع+٢ \\ س & ص+٢ & ع \\ س+٢ & ص & ع \end{vmatrix} = -٤$ ، أوجد قيمة س + ص + ع ؟

السؤال السادس : (١٥ علامة)

أ) اذا كان $\int_{ب}^{٢} هـ(س+٢جـ)ىس = \int_{-٥}^{جـ} هـ(س-١)ىس$ فما قيمة الثابت ج

ب) يمثل الشكل المجاور منحنى ق(س) المعرف على الفترة $[٠،٦]$ ، $\sigma_{٣}$ تجزئة للفترة $[٠،٦]$. اعتمد على ذلك لإيجاد م ($\sigma_{٣}$ ، ن) معتبراً $س_{ر}^{*} = س_{ر-١}$



السؤال السابع : **(١٥ علامة)**

أ) **جد قيمة الاتي :** ١) $\int_{٠}^{\ln ٢} \sqrt{١-هـ^{-س}}\ ىس$ ٢) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} \frac{ظا^{٢}س}{(س-١)^{٢}}\ ىس$

ب) **بدون فك المحدد أثبت أن** $\begin{vmatrix} ا & ا+ب & ا+٢ب \\ ا+٢ب & ا & ا+ب \\ ا+ب & ا+٢ب & ا \end{vmatrix} = ٩ب^{٢}(ا+ب)$

انتهت الأسئلة

دولة فلسطين وزارة التربية والتعليم الإدارة العامة للقياس و التقويم و الامتحانات الفرع : العلمي المبحث : الرياضيات الورقة : الثانية الجلسة : - - -	بسم الله الرحمن الرحيم امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٢ ـ نموذج تدريبي	State Of Palestine Ministry of Education D.G. of Assessment Evaluation & Examination اليوم : (مديرية شرق غزة) التاريخ : / / ٢٠٢٢ م مدة الامتحان : ساعتان و نصف مجموع العلامات : (١٠٠) علامة

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (سبعة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول : يتكون هذا القسم من (ثلاثة) أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً .

السؤال الأول (٣٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٥) فقرة من نوع اختيار من متعدد ، من أربعة بدائل ، اختر رمز الإجابة الصحيحة ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) إذا كان $\int$ ق (س) ؤس = س^{٢} ـ جتا س + ٢ ، فما قيمة ق$'$ (٠) ؟

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٣

٢) $\int$ قاس (ظاس + جتاس) ؤس =

أ) قاس + س + جـ ب) قاس +ظاس+جـ ج) ظاس +س + جـ د) ظاس ـ $\frac{١}{٢}$ س + جـ

٣) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٣}}$ جتا^{٣}س (١ ـ س) ؤس = ٠ ، حيث جـ > ٠ ، فما قيمة جـ ؟

أ) $\frac{٣}{٤}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{٤}{٣}$

٤) إذا كان ص = هـ$^{\text{ظاس}}$ + م لوهـ جتاس + $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٣}} \frac{\text{ؤس}}{١ + \text{ظا}^{٢}\text{س}}$ ، وكان $\frac{\text{ؤص}}{\text{ؤس}}$ |س = $\frac{\pi}{٤}$ = ٢هـ + ١

فما قيمة الثابت م ؟

أ) ـ١ ب) ١ ج) ٢ د) ـ ٢

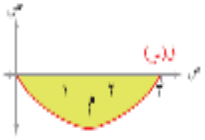
٥) $\int$ س جتاس ؤس =

أ) س جاس + جتاس+جـ ب) س جاس + جاس +جـ ج) س جاس ـ جتاس + جـ د) س جاس ـ جاس + جـ

٦) إذا كان $\int_{١}^{٢}$ ق (س) ؤس = ٣ ، ق (١) = ٥ ، ق (٢) = ٨ ، فما قيمة $\int_{١}^{٢}$ س ق$'$ (س) ؤس ؟

أ) صفر ب) ١١ ج) ٥ د) ٨

٧) الشكل المقابل يمثل منحنى الاقتران ق (س) في الفترة [٠ ، ٣] ،



إذا كانت مساحة المنطقة م تساوي ٦ وحدات مربعة ، فما قيمة $\int_{٠}^{٣}$ (٢ ـ ق (س)) ؤس ؟

أ) ـ ١٢ ب) ١٢ ج) ٦ د) ـ ٦

٨) إذا كان ق اقتراناً معرفاً على الفترة [ـ ١ ، ٢] وكان ١ ≤ ق (س) ≤ ٤ ، فما أكبر قيمة للمقدار $\int_{-1}^{2} (٢ ق(س) + ١)\, د س$ ؟

أ) ٩ ب) ٢٧ ج) ٦ د) ١٥

٩) إذا كانت $\sigma_{١٠}$ = { ـ ٥ ، ..... ، ٤٩ ، ب } تجزئة منتظمة ، فما قيمة ب ؟

أ) ٥١ ب) ٥٧ ج) ٥٥ د) ٥٣

١٠) إذا كان ق (س) اقتراناً معرفاً على [١ ، ٥] ، وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة نفسها ، وكان

م ($\sigma_{ن}$ ، ق) = $\frac{ب^{٢} ن^{٢} + ب ن + ١}{٢ن^{٢} + ٣}$ ، وكان $\int_{٢}^{٦} (ق(س - ١)\, د س$ = ٨ ، فما قيمة / قيم ب ؟

أ) ٤ ب) ± ٤ ج) $\sqrt{٨}$ د) ٢

١١) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٢س & - ص \\ - ٢ص & س \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٤ \\ -٢ \end{bmatrix}$ ، أ ب = $\begin{bmatrix} -٢ \\ ٨ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة س ؟

أ) صفر ب) ـ ١ ج) ١ د) ـ ٢

١٢) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ل & م \\ ن & ع \end{bmatrix}$ ، | أ | = ١ ، وكان أ ـ أ$^{-١}$ = $\begin{bmatrix} -٢ & ٤ \\ ٨ & ٢ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة م × ن ؟

أ) ٣٢ ب) ١٦ ج) ٨ د) ٤

١٣) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} س^{٢} & س \\ ٥ & ١ \end{bmatrix}$ ، فما مجموعة قيم س التي تجعل المصفوفة أ غير منفردة ؟

أ) { ٠ ، ٥ } ب) { ٠ } ج) { ٥ } د) ح ـ { ٠ ، ٥ }

١٤) حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين بطريقة كريمر ، وُجد أن : | أ$_{س}$ | + ٢| أ$_{ص}$ | = ١٢

فإن كان ٢ص = ٤ ـ س ، فما قيمة | أ | ؟

أ) ٣٦ ب) ٣ ج) ٤ د) المعطيات غير كافية لحسابه

١٥) إذا كان $\begin{vmatrix} -ب & ٠ & ٠ \\ ١ & ب & ٠ \\ ٢ & -٣ & ٢ب \end{vmatrix}$ = ـ ٥٤ ، فما قيمة ب ؟

أ) ٣ ب) ـ٣ ج) ـ٢٧ د) ٢٧

السؤال الثاني (٢٠ علامة)

أ) جد كل من التكاملات الآتية : (٨ علامات)

أ) $\int \frac{\text{س قا}^{٢}\text{س} - \text{س ظا}^{٢}\text{س}}{\sqrt[٣]{\text{س}}}$ د س ب) $\int \frac{\sqrt{\text{س}^{٢} - \text{س}^{٤}}}{\text{س}^{٥}}$ د س

ب) جد مساحة المنطقة المحصورة في الربع والمحددة بمنحنى الاقتران ق (س) = ٤ ـ س^{٢} (٨ علامات)
ومحور الصادات و المستقيمين ص = س ـ ٢ ، ص = ٦ ـ س

ج) إذا كان $\int_{١}^{٣} (٢ \text{ ق}(\text{س}) + \int_{٠}^{٢} ٢\text{ن د ن}) \text{ د س} = ١٣$ ، فما قيمة $\int_{١}^{٣} ٣ \text{ ق}(\text{س}) \text{ د س}$ (٤ علامات)

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $\text{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix}$ ، أثبت أن : $\text{أ}^{٢} - ٢\text{أ} = ٣\text{م}_{٢}$ ، ثم جد $\text{أ}^{-١}$ (٦ علامات)

ب) حل المعادلة المصفوفية : ٢ س + س × $\begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}$ (٧ علامات)

ج) حل النظام التالي بطريقة كريمر : س + ٣ ص = ٥ ، ٢ س ـ ص = ٣ (٧ علامات)

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عن سؤالين فقط

السؤال الرابع : (١٥ علامة)

أ) إذا كان $(\text{أ} + \text{ب})^{-١} = \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$ ، وكانت أ = $\begin{bmatrix} -٣ & ٠ \\ ٤ & ١ \end{bmatrix}$ ، جد $(٢\text{ب})^{-١}$ (٧ علامات)

ب) إذا كان ت (س) = $\begin{cases} ٢\text{س}^{٢} - ٢ & ، -١ \leqslant \text{س} < ١ \\ \text{أ س}^{٢} + \text{ب س} - ٤ & ، ١ \leqslant \text{س} \leqslant ٣ \end{cases}$ (٨ علامات)

هو الاقتران المكامل للاقتران المتصل ق (س) على الفترة [ـ ١ ، ٣] ، جد :

١. كل من الثابتين أ ، ب ٢. $\int_{٠}^{٢} ٢ \text{ ق}(\text{س}) \text{ د س}$

السؤال الخامس (١٥علامة)

أ) إذا كانت ب $^{-١} = \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ -٢ & ٦ \end{bmatrix}$ ، جد المصفوفة س علماً بأن (س ب)$^{-١} = \frac{\text{ب}}{|\text{ب}|}$ (٧ علامات)

ب) جد كل من التكاملات الآتية : (٨ علامات)

١) $\int \frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{\text{هـ}^{٢\text{س}} - ٣\text{ هـ}^{\text{س}} - ٤}$ د س ٢) $\int$ (س قا^{٢}س + ظاس) د س

السؤال السادس (١٥ علامة)

أ) إذا كان منحنى ق (س) يقطع محور السينات عند س = ١ ، س = $\frac{\pi}{٤}$ ، فإذا علمت (٨ علامات)

أن س^{٤}×(ق$''$ (س) ـ ١٨) = ١٩٢ ، عند أي نقطة عليه (س ، ص) ، فجد قاعدة الاقتران ق (س)

ب) إذا كان ق (س) = ٤س ـ ٢ ، س ∈ [ـ ١ ، ب] ، وكانت σ$_{٤}$ تجزئة رباعية منتظمة (٧ علامات)

للفترة وكان م (σ$_{٤}$ ، ق) = ١١٢ ، جد قيمة ب حيث س$^{*}_{ر}$ = س$_{ر}$.

السؤال السابع (١٥ علامة)

أ) حل النظام التالي بطريقة جاوس : (٨ علامات)

س + ٣ ص ـ ٢ع = ٥ ، ٢ص + ٣ع = ٢ ، س ـ ص + ع = ١

ب) أثبت أن : إذا كان ق$'$ (س) = ظتاس + ظاس ، وكان ق ($\frac{\pi}{٤}$)= ـ١ ، فبين أن : (٧ علامات)

هـ ق (س)+١ = ظاس

انتهت الأسئلة

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم – غرب غزة

بسم الله الرحمن الرحيم

الامتحان الاسترشادي للثانوية العامة
للعام الدراسي ٢٠٢٢م
عدد الصفحات: (4) صفحات
الفرع العلمي (الورقة الثانية)

المبحث: الرياضيات
الزمـــن: ساعتان ونصف
التاريخ: / /2022

ملاحظة: عدد أسئلة الامتحان (سبعة) أسئلة، أجب عن (خمسة) منها فقط — مجموع العلامات (100)

القسم الأول: يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعًا

السؤال الأول: (٣٠علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٥) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١. إذا كان هـ(س)، م(س) اقترانين أصليين للاقتران ق(س) بحيث ق(س) = أ س^{٢} − ٦س − ٣،
هـ(س) = بس + ٦ فما قيم الثابتين أ، ب على الترتيب؟

أ) صفر، −٦ ب) ١، −٦ ج) ١، ٦ د) صفر، ٦

٢. ما قيمة $\int هـ^{س}(لـو_{هـ} س + \frac{١}{س})$ دس؟

أ) هـ^{س} + جـ ب) لـو$_{هـ}$ س + جـ
ج) هـ^{س} لـو$_{هـ}$ س + جـ د) ٢هـ^{س} لـو$_{هـ}$ س + جـ

٣. في التجزئة المنتظمة [−٢، ٨] إذا كان العنصر التاسع يزيد عن العنصر السابع بمقدار ١ فما عدد عناصر التجزئة؟

أ) ٢٠ ب) ٢١ ج) ٣٠ د) ٣١

٤. إذا كان ق(س) = س لـو$_{هـ}$ س فما قيمة $\int_{١}^{هـ}$ ق$'$(س) دس؟

أ) ١ ب) ٣ ج) ٨ د) ٢

٥. إذا كان $\int_{٠}^{٢} \frac{س^{٢} + ٦س + ٩}{س + ٤}$ دس = أ ، $\int_{٠}^{٢} \frac{س + ٣}{س + ٤}$ دس = ب فما قيمة أ + ب؟

أ) ١ ب) $\frac{٩}{٢}$ ج) ٨ د) ١٠

٦. إذا كان أ = $\begin{bmatrix} ٢س & ١ \\ ٢ & س \end{bmatrix}$، ب = $\begin{bmatrix} س & -١ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$ وكان $\frac{١}{٢}$|أ| + |ب| = ٢ فما قيم/ قيمة س؟

أ) ١، ٠ ب) −١ ج) ١ د) ٠، −١

٧. إذا كان أ مصفوفة من الرتبة الثانية بحيث |س| = ٥|أ| = $\frac{١}{-٣}$|ص| فما قيمتي س، ص على الترتيب؟

أ) ٥، −١٥ ب) −٥، ١٥ ج) ٥، $\frac{٥}{-٣}$ د) ٥، $\frac{٥}{٣}$

٨. ما قيمة $\int_{ب}^{٤} \sqrt{س^{٢} - ٦س + ٩}\ ؤس$ ؟

أ) ٥ ب) ٤ ج) ٨ د) ٢

٩. إذا كان ق(س) معرفًا على الفترة $[-١، ٢]$، وكان $١ \geq ن(س) \geq ٤$، ما أكبر قيمة للمقدار $\int_{-١}^{٢} ٢ن(س)\ ؤس$ ؟

أ) ٣ ب) ٦ ج) ٢٤ د) ١٢

١٠. ما ناتج $\int_{ا}^{ب} ن'(هـ(س)) هـ'(س)\ ؤس$ ؟

أ) $قـ(هـ(ا)) - قـ(هـ(ب))$ ب) $قـ(هـ(ا)) + قـ(هـ(ب))$

ج) $قـ(هـ(ب)) - قـ(هـ(ا))$ د) $هـ(ن(ب)) + هـ(ن(ا))$

١١. إذا كانت $ص^{-١} = ٢س$ ، س ، ص مصفوفتان مربعتان من الرتبة الثانية وغير منفردتين فإن $|س\ ص|$ ؟

أ) ٢ ب) ٠,٥ ج) ٤ د) ٠,٢٥

١٢. إذا كان $\int_{١}^{٧} ٥ن(س)\ ؤس = ١٥$، $\int_{٢}^{٧} ن(س)\ ؤس = -١٣$ فما قيمة $\int_{٢}^{١} ن(س)\ ؤس$ ؟

أ) ١٠ ب) -١٦ ج) ١٦ د) -١٠

١٣. إذا كان $ن(س) = \left[\frac{١}{٢}س - \frac{١}{٢}\right]$ فما قيمة $\int_{-١}^{٢} ن(س)\ ؤس$ ؟

أ) -١ ب) -٢ ج) ١ د) ٠

١٤. إذا كان ق(س) معرفًا على الفترة $[١ ، ٣]$ وكان $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة لفترة $[١ ، ٣]$ بحيث

$ق(ن، \sigma_{ن}) = -٢ \frac{٥ - ٣ن}{٢ن}$ فما قيمة $\int_{٣}^{١} ٢ن(س)ؤس$ ؟

أ) -٧ ب) ٣,٥ ج) -٣,٥ د) ٧

١٥. ق(س) اقتران متصل ، $\int_{س}^{٢} ن(ص)\ ؤص = س^{٢} - بس - ١٤$ فما قيمة ق(٤) ؟

أ) -٥ ب) ٥ ج) -١٣ د) ١٣

السؤال الثاني (٢٠) علامة :

أ) باستخدام تعريف التكامل المحدود جد $\int_{-١}^{٢} (٥ - ٦س) ؤس$ معتبراً $س_ر^* = س_ر$.

ب) إذا علمت $\int_{٣}^{٦} ن(س) ؤس = ٩$ $ن(٦) = ٥$ ، $ن(٣) = ١$ جد قيمة: $\int_{١}^{٢} س ن'(٣س) ؤس$

ج) إذا كان $ت(س) = \begin{cases} ٣س - ٣ & ، \quad ا \geq س \geq ب \\ س^٢ - ٢س + ١ & ، \quad ب > س \geq ٦ \end{cases}$

هو الاقتران المكامل للاقتران ن (س) المعرف على $[ا، ٦]$ جد:

١. قيمة كل من ا، ب ٢. $\int_{٢}^{٥} ن(س) ؤس$

السؤال الثالث (٢٠) علامة :

أ) إذا كان ق(س) = جاس – جتاس ، جد $ح(\sigma_٤، ن)$ معتبراً $س_ر^* = س_ر$ علماً بأن $\sigma_٤$ تجزئة منتظمة للفترة $[٠، \pi]$

ب) إذا كان $ا = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$ وكان $ا.جـ = ب$ جد $جـ^{-١}$

ج) إذا كان ميل المماس لمنحنى ن (س) يعطي بالعلاقة $\frac{١ - ظا^٢ س}{١ + ظا^٢ س}$ وكان منحنى ن (س) يمر بالنقطة $\left(\frac{\pi}{٤} ، \frac{١}{٤} - \right)$

جد قاعدة الاقتران ن (س)

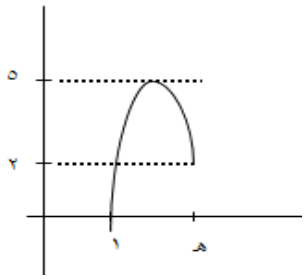
القسم الثاني: يتكون هذ القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى الطالب أن يجيب عن (سؤالين) منها فقط

السؤال الرابع (١٥) علامة:

أ) جد معادلة المستقيم المار بنقطة الأصل والذي ينصف المساحة المحصورة بين الاقترانيين ن (س) = $س^٢$، ص = ٤ ومحور الصادات والواقعة في الربع الأول.

ب) جد : $\int \frac{١}{س^٢ + ٢س - ٣} \sqrt{\frac{س + ٣}{س - ١}} ؤس$

ج) معتمداً على الشكل المجاور الذي يبين منحنى الاقتران ن (س)



جد أكبر قيمة للمقدار $\int_{ب}^{١} هـ^{س} ن(هـ^{س}) ؤس$

السؤال الخامس (١٥) علامة :

أ) جد قيم $س$ التي تحقق المعادلة $\begin{vmatrix} س+١ & ١ & ٢ \\ ١ & ٠ & ٣ \\ ٢ & ٣ & س+٢ \end{vmatrix} = ٠$

ب) إذا كانت $ن''(س) = ٦س - ٤$ وكان للاقتران $ص = ن(س)$ قيمة صغرى محلية تساوي ٥ عند $س = ١$

جد معادلة المنحنى $ن(س)$

ج) إذا كان $\int_{١}^{٢} (٢ن(س) - س^{-٢} - ٦) ؤس = ٠,٥$ ، $\int_{٢}^{١} (\frac{١}{٢} ن(س) - س) ؤس$

السؤال السادس (١٥) علامة :

أ) إذا كان $ل(س) = س^{٢} + \sqrt{س^{٢} + ٩}$ اقترانًا أصليًا للاقتران $ق(س)$ في الفترة $[٤،٠]$، جد $\int_{٠}^{٤} ل(س) ن(س) ؤس$

ب) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحني $ن(س) = لو_{هـ} س$ والمستقيمين $ص + س = ١$، $ص = ١$ ؟

ج) إذا كان $\int_{٠}^{٢} \sqrt{س^{٣} + ١} ؤس = أ$ ، أثبت أن $\int_{٠}^{٢} \frac{س^{٣}}{\sqrt{س^{٣} + ١}} ؤس = \frac{١٢ - ١٢أ}{٣}$

السؤال السايع (١٥) علامة:

أ) جد ناتج التكاملات التالية :

١. $\int \frac{١}{س + س^{٦}} ؤس$ ٢. $\int_{٠}^{٢} هـ^{١ + \sqrt{س-١}} ؤس$

ب) أ مصفوفة غير منفردة من الرتبة الثانية حيث أن: $أ^{٢} = أ$ برهن أن : $(م + أ)^{٣} - م = ١٧أ$

ج) من نقطة على ارتفاع ٢٥٥م من سطح الأرض قذف جسم رأسيا لأعلى بسرعة ابتدائية أ م/ ث وبتسارع ثابت مقداره -١٠ م/ ث^{٢} فإذا وصل الجسم لأقصى ارتفاع من سطح الأرض وهو ٤٠٥ فما قيمة أ علماً بأن أ موجبة ؟

انتهت الأسئلة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة "التجريبي" لعام ٢٠٢٢م

دولــة فلسطــين	**المبحث:** الرياضيات	**التاريخ:** ٢٠٢٢/٠٤/١٦م
وزارة التربيـة والتعليـم العالـي	**الفرع:** العلمي	**مدة الامتحان:** ساعتان ونصف
مديرية التربية والتعليم الوسطى	**الورقة الثانية**	**مجموع العلامات:** (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة سبعة أسئلة، وعلى المشترك الإجابة عن خمسة أسئلة منها وفق المطلوب.

القسم الأول: يتكون من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعًا.

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة مما يلي: (٣٠ علامة)

١) إذا جُزئت الفترة $[-١، ٣]$ إلى فترات جزئية متساوية طول كل منها = $\frac{١}{٣}$ فما عدد عناصر تلك التجزئة ؟

أ) ١١ ب) ١٢ ج) ١٣ د) ١٤

٢) إذا كان م(س) ، هـ(س) أصليين للاقتران ق(س) وكان ل(س) = م(س) − هـ(س) ، ل(٢) = ٥
فما ناتج $\int$ ظاس(هـ(س) − م(س))^{٢} ىس ؟

أ) لـو$_{هـ}$ |جتاس| + جـ ب) −٢٥ لـو$_{هـ}$ |جتاس| + جـ ج) ٢٥ قاس + جـ د) −٢٥ قا^{٢} س + جـ

٣) إذا كان ق(س) اقترانا متصلًا على مجاله وكان $\int_{أ}^{\frac{\pi}{٣}}$ ق(س) ىس = جتا^{٢} س − أس + جـ ، ق$\left(\frac{\pi}{٣}\right)$ = ١ .
فما قيمة أ ؟

أ) $\frac{-\sqrt{٣}}{٤}$ ب) −١ ج) ١ د) $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$

٤) تحرك جسم في خط مستقيم من النقطة و مبتعدًا عنها، بسرعة ابتدائية مقدارها ٣ م/ث فإذا كان تسارعه في أي لحظة يساوي (ن) م/ث ، فما سرعته بعد ٥ ثوان من بدء الحركة؟

أ) $\frac{٣١}{٢}$ ب) ٣١ ج) ٣٠ د) ٦٢

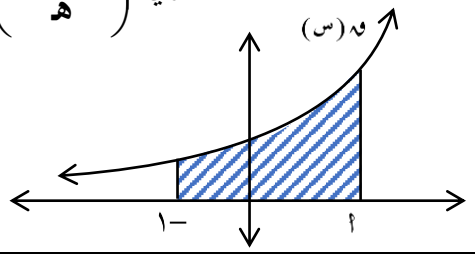
٥) ما قيمة $\int_{٢}^{٤}$ $\left[\frac{-س}{٢}\right]$ $\sqrt{س^{٢} - ٤س + ٤}$ ىس ؟

أ) −٢ ب) صفر ج) ٤ د) −٤

٦) إذا كان −٩ ≤ ق(س) ≤ −٣ ، س ∈ $[٢، ٦]$ ، م ≤ $\int_{٢}^{٦}$ |٥ + ق(س)| ىس ≤ ن ، فما قيمة م ، ن على الترتيب؟

أ) ٠ ، ١٦ ب) ١٦ ، ٠ ج) −٦ ، −١٢ د) ١٢ ، ٦

٧- معتمدًا على الشكل المجاور ق(س) = هـ^{س} إذا علمت أن مساحة المنطقة المظللة تساوي $\left(\frac{هـ^{٢} - ١}{هـ}\right)$ وحدة مربعة ، فما قيمة أ ؟



أ) ١ ب) ٢
ج) ٣ د) ٤

٨- إذا كان م(س) اقتران أصلي للاقتران المتصل هـ(س) ، وكان م(س) = $\int_{١}^{س} ٢س \times هـ(ص)\,دص$ ،

$\int_{٣}^{١} هـ(س)\,دس = -٥$ ، فما قيمة م`(٣) ؟

أ) $\frac{١٥}{٤}$ ب) $\frac{-١٥}{٤}$ ج) $\frac{٤}{١٥}$ د) $\frac{-٤}{١٥}$

٩- إذا كان أ ، ب مصفوفتين مربعتين غير منفردتين من الرتبة ن ، فما العبارة الصحيحة دائمًا ؟

أ) $(أ+ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$ ب) أ×ب=و إما أ=و أو ب=و

ج) أ.ب = أ.جـ فإن ب = جـ د) |أ+ب| = |أ|+|ب|

١٠- إذا كان $\int_{أ}^{ب} هـ(س)\,دس - \int_{٣}^{ب} هـ(س)\,دس = ٦$ ، فما قيمة $\int_{أ}^{٣} \left(٢هـ(س) + \frac{١}{أ-٣}\right) دس$ ؟

أ) -١٣ ب) ٥ ج) ١٣ د) ١١

١١- إذا كان $\int_{.}^{\frac{\pi}{٤}} هـ^{ظاس}\,دس = م - \int_{.}^{\frac{\pi}{٤}} ظا^{٢}س\,هـ^{ظاس}\,دس$ ، فما قيمة م؟

أ) $\frac{١}{هـ}$ ب) هـ ج) ١-هـ د) هـ-١

١٢- إذا كان $\int \frac{س}{س+جاس}\,دس = م(س)$ ، فما هو $\int \frac{جاس}{س+جاس}\,دس$ ؟

أ) س م(س)+جـ ب) س-م(س)+جـ ج) $\frac{س}{م(س)}$+جـ د) $\frac{م(س)}{س}$+جـ

١٣- إذا كان هـ(س) متصلًا على [أ ، ب] وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [أ ، ب] ،

فما قيمة $\lim_{ن\to\infty} \left(\frac{(أ-ب)}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} هـ(س^{*}_{ر})\right)$ حيث $س^{*}_{ر} \in [س_{ر-١} ، س_{ر}]$؟

أ) $\int_{أ}^{ب} هـ(س)\,دس$ ب) $\int_{ب}^{أ} هـ(س)\,دس$ ج) $م(\sigma_{ن} ، هـ)$ د) $-م(\sigma_{ن} ، هـ)$

١٤- إذا كانت س من الرتبة ن وكان $|س^{-١}| = \frac{١}{٩}$ ، $\left|\frac{٢}{٣}س\right| = \frac{١٦}{٩}$. فما قيمة ن؟

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

١٥- إذا كان $[س \quad ص]\begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ١- & ٢- \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & ١- \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix} = [٤ \quad ٣- \quad ١١]$، فما قيمة كل من س ، ص؟

أ) ٤ ، -١ ب) ١ ، ٤ ج) ١ ، $\frac{١}{٤}$ د) ١ ، $\frac{-١}{٤}$

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) باستخدام تعريف التكامل المحدود، جد قيمة $\int_{-١}^{٢} (٣ - ٢س)\,ﺩس$ **(٨ علامات)**

ب) إذا كان ميل العمودي لمنحني $ﻫ(س)$ **عند أي نقطة عليه مثل** $(س ، ص)$ **مساويًا** $\frac{-جا٢س}{لـو_{هـ} ظاس}$ ،

فجد قاعدة الاقتران $ﻫ(س)$ **علمًا بأن** $ﻫ(س)$ **يمر بالنقطة** $\left(\frac{\pi}{٤} ، \frac{٣}{٢}\right)$. **(٥ علامات)**

ج) عند حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بالمتغيرين س ، ص وجد أن **(٧ علامات)**

$أ_{س} - ٢أ_{ص} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤- \\ ٥- & ٨- \end{bmatrix}$ ، $أ_{ص} - أ_{س} = \begin{bmatrix} ٤- & ٣ \\ ٢ & ٣- \end{bmatrix}$ **جد قيمة كل من س ، ص .**

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $ﻫ(س) = |س + ٣|$ ، $س \in [-٥ ، ١]$ ، **أوجد الاقتران المكامل** $ت(س)$. **(٨ علامات)**

ب) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقترانين **(٧ علامات)**

$ﻫ(س) = س + ٢$ ، $هـ(س) = \begin{cases} ٤ - س^{٢} & س \geq ٠ \\ ٤ - س & س < ٠ \end{cases}$

ج) إذا كان $ﻫ(س)$ **متصلاً، وكان** $\int_{١}^{س} \frac{ﻫ(ص)}{ص^{٢}}\,ﺩص = ٢\sqrt{س}$ ، **أوجد:** **(٥ علامات)**

١) قيمة $أ$ **٢)** $ﻫ(س)$

القسم الثاني: يتكون من أربعة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عن اثنين فقط.

السؤال الرابع: (١٥ علامة)

أ) أوجد $\int \frac{١}{س^{٢} - ٩} \sqrt{\frac{س^{٢} - ٩}{س^{٢} - ٦س + ٩}}\,ﺩس$ **(٥ علامات)**

ب) دون حساب قيمة التكامل أثبت أن:

$\int_{١}^{٢} (٤ + ٣س^{٢})\,ﺩس \leq \int_{١}^{٢} (-٢س^{٢} - ٥)\,ﺩس$ **(٥ علامات)**

ج) استخدم طريقة جاوس لحل نظام المعادلات التالي: **(٥ علامات)**

$س + ٣ص - ع = ٩$ ، $٢س + ٥ص - ١٢ = ٠$ ، $٢ع + ص = س - ٣$

السؤال الخامس: (١٥ علامة)

أ) **إذا كان** $\int_{0}^{\frac{\pi}{٦}} \frac{\text{قا}^{٢}\,٢س}{(س+١)}\,ىس = ا$ ، **فجد قيمة** $\int_{0}^{\frac{\pi}{٣}} \frac{\text{ظا}\,س}{(س+٢)^{٢}}\,ىس$. **(٧ علامات)**

ب) **س مصفوفة من الرتبة الثانية جد** $\left(س + س^{-١}\right)$ **حيث** **(٨ علامات)**

$$\left(س\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٥ \end{bmatrix}\right)^{-١} + \begin{bmatrix} ١- & ٣ \\ ٢ & ٥- \end{bmatrix} = س\begin{bmatrix} ٥ & ٤ \\ ٣- & ٢ \end{bmatrix}$$

السؤال السادس: (١٥ علامة)

أ) **قذفت كرة رأسيًا إلى أعلى من قيمة برج ارتفاعه ٤٥ مترًا عن سطح الأرض وكانت السرعة في اللحظة** $ن$ **تساوي** $(-٠ ١ن + ٤٠)$ **م/ث ، جد الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى سطح الأرض.** **(٧ علامات)**

ب) $\int \frac{١٢\,\text{ظتاس}\,\text{قا}^{٢}س}{\text{ظاس} + ٢\text{ظتاس} - ٣}$ **(٨ علامات)**

السؤال السابع: (١٥ علامة)

أ) **أثبت باستخدام خصائص المحددات أن المصفوفة المربعة من الرتبة الثالثة ب التي مدخلاتها معرّفة حسب العلاقة** $ب_{يهـ} = ي + (هـ - ١)ن$ **مصفوفة منفردة حيث** $ن$ **أي عدد طبيعي.** **(٨ علامات)**

ب) **إذا كان** $قـ(س) = \begin{cases} |٢س| \text{ ، } ٠ \leq س < ٤ \\ [س] \text{ ، } ٤ \leq س < ٨ \end{cases}$ **و** $\sigma_{٤}$ **تجزئة منتظمة للفترة** $[٠ ، ٨]$ **و** $س^{*}_{ر} = س_{ر} - \frac{١}{ر}$

جد $م(\sigma_{٤} ، قـ)$ **(٧ علامات)**

انتهت الأسئلة

الامتحان التجريبي للصف الثاني عشر للعام ٢٠٢١/٢٠٢٢م

دولــة فلسطــين **الفـــرع: العلمي** **مدة الامتحان: ساعتان ونصف**

وزارة التربيــة والتعليــم العالــي **المبحـث:** الرياضيات **/ ورقة ثانية** **مجموع العلامات: (١٠٠)**

مديرية التربية والتعليم شرق خانيونس **التاريخ:** / /2022 م

اسم الطالب/ـة: ..... **الشعبة:** .....

القسم الأول: يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة: **(٣٠ علامة)**

١. إذا كانت $أ^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ -\frac{١}{٢} & -١ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة المصفوفة $أ^{٢}$؟

أ) $\begin{bmatrix} ١٦ & ٤ \\ ٤ & ١ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ٠ & -١ \\ ٠ & \frac{١}{٢} \end{bmatrix}$ ج) و$_{٢}$ د) $\begin{bmatrix} ١٦ & ٨ \\ -٨ & ٤ \end{bmatrix}$

٢. إذا كان $\frac{١}{٣}س \begin{bmatrix} ٩ & ٦ \\ -٣ & -٩ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ -١ & -٣ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة المصفوفة س؟

أ) $\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ٠ & \frac{١}{٣} \\ \frac{١}{٣} & ٠ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ٦ & ٩ \\ -٣ & -٩ \end{bmatrix}$

٣. ما قيمة $\int \frac{\sqrt{س}}{١ - س\sqrt{س}} ءس$ ؟

أ) $\frac{٢}{٣}لـو_{هـ} |\sqrt{س^{٣}} + ١| + جـ$ ب) $-\frac{٢}{٣}لـو_{هـ} |١ - \sqrt{س^{٣}}| + جـ$

ج) $لـو_{هـ} |\sqrt{س} + ١| + جـ$ د) $\frac{٢}{٣}\sqrt{س^{٣}} + جـ$

٤. ما قيمة $\int ٢(١ - ٢س)^{١٢} ءس$؟

أ) $-\frac{١}{١٣}(١ - ٢س)^{١٣} + جـ$ ب) $\frac{١}{١٣}(١ - ٢س)^{١٣} + جـ$

ج) $-٤٨(١ - ٢س)^{١١} + جـ$ د) $٢٤(١ - ٢س)^{١١} + جـ$

٥. عند حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بمتغيرين وُجد أن : $٢|أ_{س}| = ١٢ ، |أ| - ٢|أ_{ص}| = ٠$،
$|-٢أ| = ٨$ فما قيمة س ، ص على الترتيب ؟

أ) $٣ ، \frac{١}{٢}$ ب) $-٣ ، \frac{١}{٢}$ ج) $٣ ، \frac{١}{٢}$ د) $-٣ ، -\frac{١}{٢}$

٦. إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٣ \\ -١ \end{bmatrix}$ ، $ب = [جـ \quad ٩]$ ، فما قيمة جـ التي تجعل المصفوفة $ب أ$ منفردة ؟

أ) ٣ ب) -٣ ج) ٠ د) أي عدد حقيقي

٧. إذا كان العنصر السابع في التجزئة المنتظمة $\sigma_{١٢}$ للفترة $[أ، ٧أ]$ يساوي ٨ فما قيمة الثابت أ ؟

أ) ٣٢ ب) $\frac{١٦}{٩}$ ج) ١٤ د) $\frac{٨}{٥}$

٨. إذا كان الاقتران ق(س) قابل للاشتقاق على ح، وكان ق(٠) = ٨ ، ق(-٢) = ٣ ، فما قيمة $\int_{٢}^{٣} هـ'(٤ - ٢س) ى س$ ؟

أ) $-\frac{٥}{٢}$ ب) -٥ ج) ٥ د) $\frac{٥}{٢}$

٩. إذا كان ق(س) =٢ ك س ، ك ∈ ح ، س ∈ $[-١، ٢]$، $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[-١، ٢]$ وكان

$ر(\sigma_{ن}، هـ) = \frac{(٣ن - ٤)(٤ - ٣ن)}{ن^{٢}}$ ، فما قيمة ك ؟

أ) ٣ ب) -٣ ج) -١ د) ١

١٠. إذا كان م(س) ، هـ (س) معكوسين لمشتقة الاقتران المتصل ق(س)، وكان $\int_{-١}^{٢} (ر(س) - هـ(س)) ى س = ١٢$

، فإن $\int_{٢}^{-١} س (هـ(س) - ر(س)) ى س =$

أ) -١٢ ب) ١٢ ج) ٦ د) -٦

١١. إذا كان $\int_{٢س}^{\frac{\pi}{٢}} هـ(ص) ى ص = جا س + جـ$ ، وكان ق(س) متصلاً ، فإن قيمة ج؟

أ) ١ ب) -١ ج) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ د) $-\frac{١}{\sqrt{٢}}$

١٢. ما قيمة $\int_{٢}^{٤} \sqrt{٩ - ١٢س + ٤س^{٢}} ى س$؟

أ) -٦ ب) ٦ ج) ١٢ د) -١٢

١٣. إذا كان $|\text{ه}(س)| \geq ٣$ ، وكان $\int_{-١}^{٢} \text{ه}(س)\,ds \geq ٢أ + ١$ ، $\int_{-١}^{٢} \text{ه}(س)\,ds \geq ٤ب - ٣$ ، فما قيمتي أ ، ب على الترتيب؟

أ) ٥ ، ٣ ب) ٣ ، -٥ ج) -٥ ، ٣ د) -٥ ، -٣

١٤. إذا كان ه(س) اقتراناً متصلاً على ع ، وكان $\int_{٠}^{١} (\text{ه}(س) + ٢)\,ds = س^{٣} + ب س^{٢} + ٩$ ، ه(١) = ٧ ، فما قيمة الثابت ب ؟

أ) ٢ ب) ٦ ج) ٣ د) -١

١٥. إذا كان $\begin{vmatrix} ٣س & ٢ & ٢ \\ ٠ & -١ & ٢ \\ ٠ & ٠ & ٤ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ س & -٧ \end{vmatrix}$ ، فما قيمة س ؟

أ) ٢ ب) -٢ ج) ٣ د) ١

السؤال الثاني: **(٢٠ علامة)**

أ) **حل النظام التالي باستخدام قاعدة كريمر:** $\frac{١}{٣}(٦ - ٢س) = ص$ ، $ص - س = ٥$

ب) **باستخدام تعريف التكامل المحدود جد** $\int_{-٢}^{٤} (٦ - ٢س)\,ds$.

ج) **جد الاقتران المكامل ت(س) للاقتران** $\text{ه}(س) = \begin{cases} \text{لـو}_{هـ} س & ، ١ \leq س \leq هـ \\ \frac{١}{س} - ٢س & ، هـ < س \leq ٣ \end{cases}$ **في الفترة** $[١ ، ٣]$

السؤال الثالث: **(٢٠ علامة)**

أ) **جد التكاملات الآتية:**

١. $\int \frac{هـ^{٢س}}{(٢ - هـ^{س})(هـ^{س} - ١)}\,ds$ ٢. $\int_{\frac{\pi}{٢}}^{\pi} ٤ جا^{٢} ٢س جتا س\,ds$

ب) **احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران** $\text{ه}(س) = \begin{cases} ٤ - س^{٢} & ، س \geq ٠ \\ ٤ - س & ، س < ٠ \end{cases}$ **، ومحور السينات.**

ج) **باستخدام خصائص المحددات اثبت أن** $\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ س & ص & ع \\ ص ع & س ع & س ص \end{vmatrix} = (س - ص)(ع - س)(ص - ع)$.

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عن إثنين منها فقط

السؤال الرابع: **(١٥ علامة)**

١. **إذا كانت** $ك(٤) = ٤$ **،** $ك(٢) = ١٢$ **، فما قيمة** $\int_{٤}^{٢} \frac{س\, ك'(س) - ك(س)}{س^{٢}}$ ط س

٢. **إذا كان** $ق(س) = ٥س - ٢$ **معرفاً في الفترة** $[١، ب]$ **، وكانت** $\sigma_{٥}$ **تجزئة خماسية منتظمة للفترة نفسها ،**
بحيث $ح(\sigma_{٥}، ق) = ٣٦$ **، جد قيمة ب معتبراً** $س_{ر}^{*} = س_{ر}$ **.**

٣. **إذا كانت** $أ = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٣- & ١- \end{bmatrix}$ **،** $ب = \begin{bmatrix} ١ & ٤ \\ ١ & ٣- \end{bmatrix}$ **، أجدُ قيمة** س **،** ص $\in$ ع **بحيث**
$أ + (ب - أ)^{-١} س + ص م^{٢} = ب$

السؤال الخامس: **(١٥ علامة)**

أ) **إذا كان** $ت(س) = \begin{cases} س^{٢} + ٢ب س & ، ٠ \leq س < ٢ \\ س^{٣} + ٤أ & ، ٢ \leq س \leq ٥ \end{cases}$ **هو الاقتران المكامل للاقتران المتصل ق(س) فجد ما يلي:**

١. **قيمة الثابتين** أ ، ب ٢. ق(٤) ٣. $\int_{٣}^{٥} ق(س)$ ط س

ب) **قذفت كرة رأسياً للأعلى بسرعة ابتدائية قدرها ٦٤ قدم/ ث من قمة برج ارتفاعه ٨٠ قدماً .جد أقصى ارتفاع عن سطح الأرض تصله الكرة ، علماً بأن تسارعها يساوي -٣٢ قدم/ ث^{٢} .**

السؤال السادس : **(١٥ علامة)**

أ) **جد** $\int (٤ - ٢س) لـو_{هـ}(٢س - ٤)$ ط س

ب) **إذا كان** $\int_{١}^{٣} (٢ق(س) + ٧هـ(س))$ ط س $= ٢٤$ **،** $\int_{١}^{٣} ٣هـ(س)$ ط س $= -٣٠$ **،** $\int_{٨}^{٣} ٣ق(س)$ ط س $= -٣٠$ **، فجد**

$$\int_{٥}^{١٢} (٥ق(س - ٤) - ٢س + ١)$$ ط س

السؤال السابع: **(١٥ علامة)**

أ) **استخدم طريقة جاوس لحل النظام التالي: س + ٢ص – ٣ ع = -٧**
٢س – ٣ص + ع = ٧
٣ع – ص = ٧

ب) **اثبت أن :** $\int_{-٢}^{٢} \sqrt[٣]{٨ - ٢س^{٢}}$ ط س ≥ ٠ ≥ ٨.

انتهـت الأسئلـة

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم –رفح

الاختبار الاسترشادي للثانوية العامة
للعام الدراسي ٢٠٢١ –٢٠٢٢م
الفرع العلمي (الورقة الثانية)

المبحث: الرياضيات
الزمن: ساعتان ونصف
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(سبعة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (ثلاثة) أسئلة، وعلى الطالب أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول:(٢٠ علامة)

اختر الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) إذا كانت $\begin{bmatrix} س & ٢ \\ س-١ & ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س^{٢} & ٣ \\ ٠ & ٥ \end{bmatrix}$ فإن قيمة/ قيم س :

أ) صفر ب) $\{١،٠\}$ ج) ١ د) ٥

٢) إذا كانت $(٣س)^{-١} = \begin{bmatrix} ٣ & ٣ \\ ٦ & ٩ \end{bmatrix}$ فإن $س_{١٢} =$

أ) ٣- ب) ٢ ج) ١ د) $\frac{١}{٣}$

٣) إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} س & -١ & -١ \\ ١ & -س & ١ \\ ٦ & ٢ & -١ \end{bmatrix}$ أوجد قيمة/ قيم س التي تجعل المصفوفة أ غير منفردة

أ) $\{١،٩-\}$ ب) $\{١،٩-\}$ ج) ع $-\{١،٩-\}$ د) ع $-\{١،٩-\}$

٤) إذا كان أ، ب مصفوفتين مربعتين من الرتبة الثالثة ، وكان $|أ| = \frac{-١}{|ب|}$ فإن إحدى العبارات الآتية صحيحة دائمًا:

أ) $أ = ب^{-١}$ ب) $أ = (-ب)^{-١}$ ج) $أ = -ب$ د) $أ = (ب^{-١})^{-١}$

٥) عند حل نظام من معادلتين خطيتين باستخدام كريمر إحداهما ٢س – ص = ٥ وجد أن :

$|أ_{س}| + ٢|أ_{ص}| = ٥|أ|$ فإن قيمة ص =

أ) ١- ب) ١ ج) ٣ د) ٢

٦) اذا علمت أن $\int ن(س) ؤس = |أ-١|س^{٢} + ٣$ ، حيث $أ \geq ٠$، $ن'(٢) = ١٠$ فإن قيمة أ =

أ) ٦ ب) ٤ ج) ٩ د) ١١

٧) $\int \frac{١-جا٢س}{جاس-جتاس} ؤس =$

أ) $-جتاس-جاس+ج$ ب) $جتاس+جاس+ج$

ج) $-جتاس+جاس+ج$ د) $جتاس-جاس+ج$

٨) $\int \frac{جا^{ن-٢}س}{جتا^{ن}س} ؤس =$

أ) $\frac{ظا^{ن-٢}س}{ن-٢}+ج$ ب) $\frac{ظا^{ن-١}س}{ن-١}+ج$ ج) $\frac{ظا^{ن}س}{ن}+ج$ د) $\frac{ظا^{ن+١}س}{ن+١}+ج$

٩) $\int (\frac{\text{جتاس}}{\text{س}^2} + \frac{\text{جاس}}{\text{س}})$ ءس =

أ) $\frac{\text{جتاس}}{\text{س}} + \text{جـ}$ ب) $\frac{\text{جاس}}{\text{س}} + \text{جـ}$ ج) $-\frac{\text{جتاس}}{\text{س}} + \text{جـ}$ د) $-\frac{\text{جاس}}{\text{س}} + \text{جـ}$

١٠) إذا كان العنصر الخامس في تجزئة نونية منتظمة $\sigma_{\text{ن}}$ للفترة $[\text{ا}، ٢\text{ا}]$ هو $\frac{٤}{٣}$ا، فإن عدد الفترات الجزئية للتجزئة =

أ) ا ب) ا+١ ج) ١٢ د) ١١

١١) إذا علمت أن $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}}$ جتا٢س.ن(س) ءس = ١٠، $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}}$ جا٢س.ن`(س) ءس = ٤، فإن ن$(\frac{\pi}{٤})$ =

أ) −١٦ ب) ١٦ ج) ٢٤ د) −٢٤

١٢) إذا كان ق(س) = اس^٣ + بس^٢ اقترانًا أصليًا للاقتران ن(س) وكان ن(١) = ٦، $\int_{\text{ب}}^{٢}$ ن(س) ءس = ٢٠،

فإن قيمتي ا، ب على الترتيب

أ) ١، ٥ ب) ٤، −٣ ج) −٤، ٣ د) ٦، ٢٠

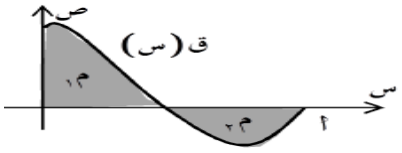
١٣) $\int_{١}^{٥} [\frac{١}{٢}\text{س} + ١]$ ءس =

أ) ١٣ ب) ١٢ ج) ٨ د) صفر

١٤) إذا كانت ع = $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi ٣}{٤}}$ قتا^{٢}س ءس، ل = $\int_{\frac{\pi ٣}{٤}}^{\frac{\pi}{٤}}$ ظتا^{٢}س ءس فإن ع + ل =

أ) $\frac{\pi}{٢}$ ب) $-\frac{\pi}{٢}$ ج) $\frac{\pi}{٤}$ د) $-\frac{\pi}{٤}$

١٥) يمثل الشكل المجاور منحنى ن(س) على الفترة $[\text{ا}، ٥]$ ،



فإذا كانت مساحة $\text{م}_١ = ٨$ ، مساحة $\text{م}_٢ = ٦$ فإن $\int_{\text{ب}}^{\text{ا}}$ ن(س) ءس =

أ) −١٤ ب) −٢ ج) ١٤ د) ٢

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ن(س) = ٨ − ٢س حيث س$\in$[−١، ٣]، معتبراً س$^*_{\text{ر}}$ = س$_{\text{ر}}$

احسب $\int_{-١}^{٣}$ (٨ − ٢س) ءس باستخدام تعريف التكامل المحدود.

ب) تحركت كرة على خط مستقيم بتسارع مقداره $(\frac{٢}{\sqrt{\text{ن}+٨}} + \text{ن})$ م/ث^٢ فإذا علمت أن سرعة الكرة ٥٠ م/ث عندما ن = ٩ ، وأن الكرة قطعت مسافة قدرها (٢٢م) بعد (٤) ثواني من بدء الحركة ،

جد المسافة التي قطعتها الكرة بعد (٩) ثواني من بدء الحركة.

ج) إذا كان $(\text{ا}^{-١} \times \text{ب})^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & -١ \end{bmatrix}$، ب = $\begin{bmatrix} ١- & ٣ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix}$ جد $\left|\text{ا}^{٢}\frac{١}{٢}\right|$

السؤال الثالث:(٢٠علامة)

أ) استخدم طريقة جاوس في حل النظام التالي:

$س - ص + ٤ع = ٩$ ، $٢س + ٣ص + ٢ع = ٢$ ، $٣ص + س - ع = -٤$

ب) بدون إجراء التكامل بيّن أن $\int_{١}^{٢} (٢س^{٢} + ٥) د س \geq \int_{١}^{٢} (٣س^{٢} + ٤) د س$

ج) جد قيمة: ١) $\int \frac{٤ لـو س}{(س-١)^{٢}} د س$ ٢) $\int \frac{(س + \sqrt[٨]{س^{٢}+١})^{٦}}{\sqrt[٨]{س^{٢}+١}} د س$

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة، وعلى الطالب أن يجيب عن سؤالين فقط.

السؤال الرابع: (١٥علامة)

أ) إذا كان ن(س) متصلاً وكان ت(س) هو الاقتران المكامل للاقتران ن(س) بحيث

$ت(س) = \begin{cases} س^{٣} + ٨ ، ا \geq س < ٢ \\ ب س^{٢} + جـ ، ٢ \geq س \leq ٥ \end{cases}$ جد ا، ب، جـ

ب) إذا كانت $ب = \begin{bmatrix} ٣ & -١ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix}$ ، $ا^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$ جد المصفوفة س بحيث: $س + (ا س^{-١})^{-١} = ب$

السؤال الخامس: (١٥علامة)

أ) إذا كانت $ن''(س) = -٤ جتا ٢س$ ، وكان للاقتران ن(س) قيمة صغرى محلية قيمتها (-٢) عند $س = \frac{\pi}{٢}$.

فجد قاعدة الاقتران ن(س)

ب) جد المساحة المحصورة بين $ن(س) = ٣ - س$ ، $هـ(س) = جتا س$ حيث هـ(س) معرف على $\left[٠ ، \frac{\pi}{٢} \right]$ ومحوري السينات والصادات.

السؤال السادس :(١٥ علامة)

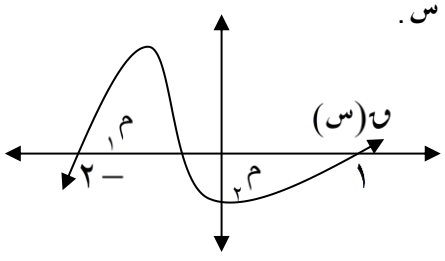
أ) إذا علمت أن $\int_{٣}^{٦} ن(س) د س = ٩$ ، $ن(٦) = ٥$ ، $ن(٣) = ١$ جد $\int_{١}^{٢} س ن'(٣س) د س$

ب) بدون فك المحدد أثبت أن $\begin{vmatrix} ب+جـ & ا & ا \\ ب & جـ+ا & ب \\ جـ & جـ & ا+ب \end{vmatrix} = ٢ \begin{vmatrix} ب & ا & ٠ \\ ٠ & جـ & ب \\ جـ & ٠ & ا \end{vmatrix}$

السؤال السابع: (١٥علامة)

أ) إذا كانت $ب^{-١} = \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ -٢ & ٦ \end{bmatrix}$ ، $(س\ ب)^{-١} = \frac{ب}{|ب|}$ أوجد المصفوفة س.

ب) في الشكل المجاور: احسب $\int_{-١}^{١} س ن(س^{٢} - ٣) د س$



علماً بأن $م_{١} = ٤$ وحدات مربعة، $م_{٢} = ١٢$ وحدة مربعة

انتهت الأسئلة

إجابة

نماذج الرياضيات الورقة الثانية

الإجابات النموذجية

رقم السؤال	القسم الأول: اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي	الإجابة الصحيحة
١-	١) اذا كان ق(س) = أس + ب ، م(س) اقتران أصلي للاقتران ن(س) بحيث م(٢) =٧ ، م′(٢) = ٢ . فما قيم أ ، ب على الترتيب أ) ٧، ٣ ب) ٢، ٧ ج) ٣ ، ٢ د) ٢ ، ٣	د
٢-	$\int \frac{\frac{٢}{٣}+\sqrt{س}}{س+س\sqrt{س}}$ ءس = أ) $\frac{١}{٢}$ لـو$_{هـ}$|س + س√س| + جـ ب) $\frac{٢}{٣}$ لـو$_{هـ}$|س + س√س| + جـ ج) $\frac{٣}{٢}$ لـو$_{هـ}$|س + س√س| + جـ د) $\frac{١}{٣}$ لـو$_{هـ}$|س + س√س| + جـ	ب
٣-	في σ ٢٠ للتجزئة المنتظمة [أ، ب] اذا كانت الفترة الجزئية الخامسة هي [٥,٢، ٥,٥] فما قيمة كل من أ ، ب على الترتيب أ) ١٠ ، ٤ ب) ١٠ ، ٤- ج) ١٠- ، ٤ د) ١٠- ، ٤-	أ
٤-	اذا كان م(س) اقتران أصلي للاقتران ن(س) المتصل على [٢-، ٤] اذا كان م(٢) = $\frac{١}{٢}$ م(٣) =٦ فما قيمة $\int_{٣}^{٤} (٣ن(س-١)+٦س)$ ءس أ) ٣٧,٥ ب) ٣٩ ج) ٣٠ د) ٦	ب
٥-	اذا كان ت(س) = $\int_{٢}^{٢س-٦} ن(ص)$ ءص = ٤س^{٢} − جـس فما قيمة الثابت جـ أ) ١٦ ب) ٥ ج) ١٦- د) ٨	أ
٦-	اذا كانت أ مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية وغير منفردة وكان |أ$^{-١}$| = ٢ ، |أ(ك+١)| = ٨ ما قيمة /قيم ك أ) ٣ ب) ٥- ، ٣ ج) ١ ، ٣- د) ١± √٨	ب
٧-	قيمة $\int_{ب}^{٤} [\frac{١}{٢}س - ٤]$ ءس = أ) ١٠ ب) ٦ ج) ٧ د) ٥	د

٨-	عند حل نظام من معادلتين خطيتين بطريقة كرايمر أحدهما ٢س - ص = ٥ وجد أن $\|أ_س\| + ٢\|أ_ص\| = ٥\|أ\|$ ما قيمة ص أ) -١ ب) ١ ج) ٣ د) ٢	ب
٩ -	ما قيمة او قيم س التي تجعل المصفوفة الاتية غير منفردة $\begin{bmatrix} س & -١ & -١ \\ ١ & -س & ١ \\ ٦ & ٢ & -١ \end{bmatrix}$ أ) $\{-١، ٩\}$ ب) $\{-٩، ١\}$ ج) $ع - \{-١، ٩\}$ د) $ع - \{-٩، ١\}$	ج
١٠-	اذا كان تسارع جسم يعطى بالعلاقة ت = ٢ن ، وكانت سرعته الابتدائية تساوي ٦ م/ث والمسافة التي يقطعها بعد ثانية من الحركة تساوي ١٢ م/ث فما المسافة المقطوعة بعد ٣ ثواني من الحركة أ) $\frac{٩٨}{٣}$ م ب) $\frac{١٧}{٣}$ م ج) ١٢ م د) ٦ م	أ
١١-	اذا كان $\frac{١}{٢}(أ - ب) = \begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ فما قيمة $أ٤ - ٣(ب + أ_{٢×٢}) + ٢ب$ أ) $\begin{bmatrix} ١ & ٤ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} -١ & ١ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} -١ & -٤ \\ ٣ & -٢ \end{bmatrix}$	أ
١٢-	اذا كان $\left(\frac{١}{٣}أ\right)^{-١} = \begin{bmatrix} -٦ & ٣ \\ ١٢ & ٩ \end{bmatrix}$ فما قيمة $أ٢^{-١}$ أ) $\begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٨ & ٦ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ٤ & -٢ \\ -٨ & -٦ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} -١٨ & ٣٦ \\ -٥٤ & -٧٢ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ١٠ & -\frac{١}{٢} \\ -٢ & -\frac{٣}{٢} \end{bmatrix}$	ب

١٣-	اذا كان ص = هـ$^{\text{جاس}}$ + لـو$_{\text{هـ}}$ جاس + $\int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} \frac{١}{٢+\text{جاس}}$ وس وكان ن$'$$\left(\frac{\pi}{٢}\right)$ = -٢ فما قيمة أ أ) -٢ ب) -٣ ج) ٢ د) ٣	ج
١٤-	اذا كان $\int_{أ}^{ب}$ (٢ن$'$(س) + ٤أس) وس = س^{٣} - س^{٢} + ١ بحيث ٢ن$'$(١) = ن$'$(٢) = ١٦ فما قيمة أ أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $-\frac{٣}{٢}$ ج) $-\frac{١٥}{٢}$ د) -٣	ب
١٥-	اذا كان $\int_{أ}^{ب}$ جا^{٢}س وس = $\frac{٣}{٢}$ ، $\int_{أ}^{ب}$ جتا^{٢}س وس = $\frac{١}{٢}$ فما قيمة $\int_{أ}^{ب}$ ٣جتا٢س وس أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ٦ ج) ٣ د) -٣	د

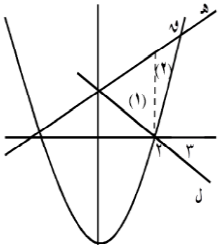
رقم السؤال	القسم الثاني: اجب عن الأسئلة التالية	الإجابة الصحيحة
السؤال الثاني أ	استخدم تعريف التكامل لإيجاد $\int_{٠}^{٣}$ (٥ - ٤س) وس	-٣
	الحل: $\Leftarrow \int_{٠}^{٣}$ (٥ - ٤س) وس ليكن ق(س) = ٥ - ٤ س معرف على الفترة [٠ ، ٣] وليكن $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة باعتبار $س_{ر}^{*} = س_{ر}$ ل = $\frac{٣}{ن}$ ، $س_{ر} = \frac{٣}{ن}$ ر ، ن$\left(س_{ر}\right)$ = ٥ - ٤$\left(\frac{٣}{ن}ر\right)$ $\Leftarrow$ ن$\left(س_{ر}\right)$ = ٥ - $\frac{١٢}{ن}$ ر م ($\sigma_{ن}$ ، ن) = $\sum_{ر=١}^{ن} \frac{٣}{ن}$ ن$\left(س_{ر}\right)$ = $\sum_{ر=١}^{ن} \frac{٣}{ن}\left(٥ - \frac{١٢}{ن}ر\right)$	م ($\sigma_{٣}$)

	$= \frac{٣}{ن}\left(\frac{(١+ن)ن}{٢} \times \frac{١٢}{ن} - ن٥\right)$ $= \frac{٣}{ن}(-٦ - ن -)$ $= \frac{٣}{ن} \times (-٦ - ن -) = ٣ - - \frac{١٨}{ن}$ $\Leftarrow \int_{٠}^{٣} (٥ - ٤س)ءس = \lim_{ن \to \infty} م(\sigma_{ن}، ن)$ $= \lim_{ن \to \infty} ٣ - - \frac{١٨}{ن} = ٣-$	
ب-	اذا كان ق(س) اقتراناً متصلاً على $[٦،٠]$ بحيث أن اقترانه المكامل $ت(س) = \begin{cases} س^{٣} & ، ٠ \leq س < ٢ \\ ٣س^{٢} + ١ & ، ٢ \leq س \leq ٦ \end{cases}$ جد : ١- قيمة الثابت أ ٢- $\int_{٠}^{٣} ق(ص)ءص$ ٣- ق(٥)	أ = -٤ $\int_{٠}^{٣} ق(ص)ءص = ٢٣$ ق(٥)=٣٠
	الحل: بما ت(س) متصل على $[٦،٠]$ فهو متصل عند س = ٢ $\Leftarrow ت(٢) = \lim_{س \to ٢^{-}} ت(س) = \lim_{س \to ٢^{+}} ت(س)$ ٨=١٢ + أ ومنها أ = -٤ $\int_{٠}^{٣} ق(ص)ءص = ت(٣) = ٢٧ - ٤ = ٢٣$ $ق(س) = ت'(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} & ، ٠ < س < ٢ \\ ٦س & ، ٢ < س < ٦ \end{cases}$ ق(٥) = ٣٠	

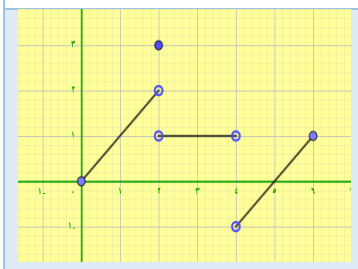
ج-	حل المعادلات الاتية باستخدام جاوس س + ص + ع = ١ ، س − ص + ع = ٤ ، س − ص − ع = −١	
	الحل : $\left[\begin{array}{cccc} ١ & ١ & ١ & ١ \\ ١ & -١ & ١ & ٤ \\ ١ & -١ & -١ & -١ \end{array}\right]$ بضرب ص١ في (−١) واضافتها الى ص٢ ، ص٣ $\left[\begin{array}{cccc} ١ & ١ & ١ & ١ \\ ٠ & -٢ & ٠ & ٣ \\ ٠ & -٢ & -٢ & -٢ \end{array}\right]$ بضرب ص٢ في (−١) واضافتها ل ص٣ $\left[\begin{array}{cccc} ١ & ١ & ١ & ١ \\ ٠ & -٢ & ٠ & ٣ \\ ٠ & ٠ & -٢ & -٥ \end{array}\right]$ ومنها −٢ع = −٥ اذن قيمة ع = $\frac{٥}{٢}$ −٢ ص = ٣ ومنها قيمة ص = $-\frac{٣}{٢}$ س+ ص+ ع = ١ نعوض عن القيم س $-\frac{٣}{٢}+\frac{٥}{٢}=١$ س = صفر مجموعة الحل $\left\{س=٠، ص=-\frac{٣}{٢}، ع=\frac{٥}{٢}\right\}$	
السؤال الثالث أ	قذف جسم رأسياً لأعلى بسرعة ابتدائية مقدارها ٥٠ م/ث بتسارع مقداره −١٠ م/ث^{٢} وكان ارتفاع الجسم عن سطح الأرض بعد ثانية واحدة يساوي ٧٠م . جد معادلة الحركة للجسم	
	الحل ع (٠) = ٥٠ $\Leftarrow$ ع $=\left[\int ت\,د ن\right]=-١٠ ن+ج$ ع(٠)= ٠ + ج = ٥٠ ومنها ج = ٥٠ ع (ن) = −١٠ ن + ٥٠ $\Leftarrow ف=\left[\int(-١٠ ن+٥٠)\,د ن\right]=-٥ن^{٢}+٥٠ن+ج$ ف(١) = −٥ + ٥٠ + ج = ٧٠ ومنها ج = ٢٥ $\Leftarrow ف(ن)=-٥ن^{٢}+٥٠ن+٢٥$	

ب-	حل المعادلة الاتية $\begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ٢- & ٣ \end{bmatrix} \times ٢س + \begin{bmatrix} ١- & ١ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} \times س = \begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix}$	
	الحل: $\begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix} = س \times \begin{bmatrix} ٣ & ١- \\ ٤ & ١ \end{bmatrix} + س \times \begin{bmatrix} ٢- & ٢ \\ ٦ & ٤- \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix} = س \times \left(\begin{bmatrix} ٣ & ١- \\ ٤ & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢- & ٢ \\ ٦ & ٤- \end{bmatrix} \right)$ $\Leftarrow \begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix} = س \times \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ١٠ & ٣- \end{bmatrix}$ أ س = ب بالضرب في نظير أ من جهة اليمين $أ^{-١} أ س = أ^{-١} ب \Leftarrow س = أ^{-١} ب$ $\|أ\| = ١٠ + ٣ = ١٣ \neq ٠$ $أ^{-١} = \frac{١}{١٣} \begin{bmatrix} ١٠ & ١- \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$ $\Leftarrow س = \frac{١}{١٣} \begin{bmatrix} ١٠ & ١- \\ ٣ & ١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix}$ $\Leftarrow س = \frac{١}{١٣} \begin{bmatrix} ٧٠ - ٥ \\ ٢١ + ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ \\ ٢ \end{bmatrix}$	
ج-	أوجد قيمة التكامل: $\int_{٠}^{٢} \frac{\|٢س - ٧\|}{[س + ١]} ٤س$	٨
	الحل: نعيد تعريف القيمة المطلقة واقتران الصحيح ٢س – ٧ =٠ ----- ٣,٥ +++++ $[س+١] = \begin{cases} ١ & ، ١ \leqslant س < ٢ \\ ٢ & ، ٢ \leqslant س < ٣,٥ \end{cases}$	

	$\int_{0}^{2} \frac{\|٢س-٧\|}{[س+١]}$ د$س = \int_{0}^{1} \frac{٧-٢س}{١}$ د$س + \int_{1}^{2} \frac{٢س-٧}{٢}$ د$س$ $= \int_{0}^{1} \frac{٧-٢س}{١}$ د$س + \int_{1}^{2} \left(س - \frac{٧}{٢}\right)$ د$س$ $= \left(٧س - س^{٢}\right)\Big\|_{0}^{1} + \left(\frac{٧}{٢}س - \frac{١}{٢}س^{٢}\right)\Big\|_{1}^{2}$ $= (١-٧) + \left(\frac{٧}{٢} \times ٢ - \frac{١}{٢} \times ٤\right) - \left(\frac{٧}{٢} - \frac{١}{٢}\right) = ٨$	
	القسم الثاني	
	أجب عن سؤالين فقط من الأسئلة الأتية	
السؤال الرابع أ	إذا كان $\|ن(س)\| \geq ٣$ وكان $٢م + ١ \geq \int_{-١}^{٢} ن(س)$ د$س \geq ٤ن - ٣$ **فما قيمة م ، ن**	
	الحل $\|ن(س)\| \geq ٣ \Leftarrow -٣ \geq ن(س) \geq ٣$ **نكامل الأطراف الثلاثة** $\Leftarrow \int_{-١}^{٢} -٣$ د$س \geq \int_{-١}^{٢} ن(س)$ د$س \geq \int_{-١}^{٢} ٣$ د$س$ $\Leftarrow -٩ \geq \int_{-١}^{٢} ن(س)$ د$س \geq ٩$ **اذن ٢ م + ١ = −٩ ومنها م = −٥** **٤ن − ٣ = ٩ اذن ن= ٣**	
ب-	اوجد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الاول والمحصورة بين $ن(س)=س^{٢}-٤$ ، هـ$(س)=س+٢$ ، $ل(س) = ٢ - س$	

	الحل نقاط تقاطع ق(س) = هـ(س) $س^{٢}-٤=$ س+٢ ومنها س = ٣ ، −٢(مرفوض) نقاط تقاطع ق(س) = ل (س) $س^{٢}-٤=$ ٢−س ومنها س = ٢ ، −٣ (مرفوض) نقاط تقاطع هـ(س) = ل(س) س+٢= ٢−س ومنها س = صفر م = $م_{١}$ + $م_{٢}$ $م=\int_{٠}^{٢}((س+٢)-(٢-س))دس+\int_{٢}^{٣}(س+٢-(٤-س^{٢}))دس$ $م=\int_{٠}^{٢}(٢س)دس+\int_{٢}^{٣}(س-س^{٢}+٦)دس$ $م=س^{٢}\Big|_{٠}^{٢}+(\frac{١}{٢}س^{٢}-\frac{١}{٣}س^{٣}+٦س)\Big|_{٢}^{٣}$ $م=(٤-٠)+(\frac{٩}{٢}-\frac{٢٧}{٣}+١٨)-(\frac{٤}{٢}-\frac{٨}{٣}+١٢)$ $م=\frac{٣٧}{٦}$	
السؤال الخامس أ	اذا كان $ن(س)=\begin{cases}[س+٣] & ، ٠\leq س<١\\ ٤س & ، ١\leq س\leq ٣\end{cases}$ معرف على [٠، ٣] جد ت(س)	
	الحل نعيد تعريف اقتران الصحيح $ن(س)=\begin{cases}٣ & ، ٠\leq س<١\\ ٤س & ، ١\leq س\leq ٣\end{cases}$ الحل: أولا على الفترة $٠\leq س<١$ $ت(س)=\int_{٠}^{س}ن(ص)دص \Leftarrow ت(س)=\int_{٠}^{س}(٣)دص$	

	$\Leftarrow$ ت(س) = ٣س ثانيا على الفترة $\nexists$ س $\geqslant$ ٣ $\Leftarrow$ ت(س) = $\int_{١}^{س}$ (٣) د ص + $\int_{ب}^{١}$ (٤ص) د ص $\Leftarrow$ ت(س) = ٣ + $\left(٢ص^{٢}\Big|_{١}^{س}\right)$ $\Leftarrow$ ت(س) = ٣ + $\left(٢س^{٢} - ٢\right)$ $\Leftarrow$ ت(س) = ٣ + ٢س^{٢} + ١ $\Leftarrow$ ت(س) = $\begin{cases} ٣س & ، \nexists\ س \geqslant ١ \\ ٢س^{٢} + ١ & ، \nexists\ س \geqslant ٣ \end{cases}$	
ب-	بدون فك المحدد اذا كان قيمة $\begin{vmatrix} س & ص & ع + ٢ \\ س & ص + ٢ & ع \\ س + ٢ & ص & ع \end{vmatrix} = -٤$	
	الاثبات : بجمع العمود الاعمدة الثلاثة واضافتها للعمود الأول $\Leftarrow \begin{vmatrix} س + ص + ع + ٢ & ص & ع + ٢ \\ س + ص + ع + ٢ & ص + ٢ & ع \\ س + ص + ع + ٢ & ص & ع \end{vmatrix} = -٤$ بأخذ عامل مشترك من ع$_{١}$ $\Leftarrow (س + ص + ع + ٢) \begin{vmatrix} ١ & ص & ع + ٢ \\ ١ & ص + ٢ & ع \\ ١ & ص & ع \end{vmatrix} = -٤$ - ص$_{١}$ + ص$_{٢}$ ، - ص$_{١}$ + ص$_{٣}$ $\Leftarrow (س + ص + ع + ٢) \begin{vmatrix} ١ & ص & ع + ٢ \\ ٠ & ٢ & -٢ \\ ٠ & ٠ & -٢ \end{vmatrix} = -٤$ $\Leftarrow (س + ص + ع + ٢) \times -٤ = -٤$	

	$\Leftarrow (س+ص+ع+٢)=١ \Leftarrow س+ص+ع=-١$	
السؤال السادس أ	اذا كان $\int_{ب}^{٢} هـ(س+٢جـ)دس = \int_{-٥}^{جـ} هـ(س-١)دس$ فما قيمة الثابت ج	
	الحل: الطرف الأيمن : نفرض أن ص = س + ٢ج ومنها دص = دس عندما س = صفر فإن ص = ٢ج ، وعندما ص = ٢ فإن ص = ٢+٢ج الطرف الايسر : نفرض أن ع = س – ١ ومنها دس = دع عندما س= -٥ فإن ع = -٦ وعندما س = ج فإن ص = ج – ١ نعوض في الطرفين بالتكامل $\Leftarrow \int_{٢جـ}^{٢+٢جـ} ن(ص)دص = \int_{-٦}^{جـ-١} ن(ع)دع$ بمساواة الحدود ٢ج = -٦ ومنها ج = -٣ ٢+٢ج= ج-١ ومنها ج= -٣	
ب-	يمثل الشكل المجاور منحنى ق(س) المعرف على الفترة [٠ ، ٦] ، $\sigma_{٣}$ تجزئة للفترة [٠ ، ٦] . اعتمد على ذلك لإيجاد م (ن ، $\sigma_{٣}$) معتبراً $س^{*}_{ر} = س_{ر-١}$	
	الحل : من الرسم نجد أن $\sigma_{٣}$ = {٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦} ل = ٢ م (ن ، $\sigma_{٣}$) = $٢\sum_{ر=١}^{٣} ن(س_{ر-١})$	

	$= ٢(ب(س_٠) + ب(س_١) + ب(س_٢))$ $م(\sigma_{٣}، ب) = ٢(ب(٠) + ب(٢) + ب(٤))$ $م(\sigma_{٣}، ب) = ٢(٠ + ٣ + (-١)) = ٤$	
السؤال السابع أ	جد قيمة الاتي ١) $\int \sqrt{١ - هـ^{-س}}\, د س$ ٢) $\int \frac{٤ لـو_{هـ} س}{(س - ١)^{٢}}\, د س$	
١-	$\int \sqrt{١ - هـ^{-س}}\, د س$ الحل : نفرض أن $ص = \sqrt{١ - هـ^{-س}}$ بتربيع الطرفين $ص^{٢} = ١ - هـ^{-س}$ نشتق الطرفين $\Leftarrow ٢ص د ص = -هـ^{-س} د س$ $ص^{٢} - ١ = -هـ^{-س}$ نعوض في التكامل $\Leftarrow \int \frac{٢ص^{٢}}{ص^{٢} - ١} د ص$ يحل قسمة مطولة ثم كسور جزئية بعد اجراء عملية القسمة المطولة ينتج أن $\Leftarrow \int \frac{٢ص^{٢}}{ص^{٢} - ١} د ص = \int \left(٢ + \frac{٢}{ص^{٢} - ١}\right) د ص$ $\Leftarrow \frac{٢}{ص^{٢} - ١} = \frac{أ}{ص - ١} + \frac{ب}{ص + ١}$ اصفار المقام ص = ١ ، -١ $\Leftarrow ٢ = أ(ص + ١) + ب(ص - ١)$ عندما ص=١ فإن قيمة أ = ١ ، وعندما ص = -١ فإن قيمة ب = -١ $\Leftarrow \int \frac{٢ص^{٢}}{ص^{٢} - ١} د ص = \int \left(٢ + \frac{١}{(ص + ١)} + \frac{-١}{(ص - ١)}\right) د ص$ $\Leftarrow \int \frac{٢ص^{٢}}{ص^{٢} - ١} د ص = ٢ص + لـو_{هـ}\|ص + ١\| - لـو_{هـ}\|ص - ١\| + جـ$ نعوض عن قيمة ص $\Leftarrow \int \sqrt{١ - هـ^{-س}}\, د س$ $= ٢\sqrt{١ - هـ^{-س}} + لـو_{هـ}\left\|\sqrt{١ - هـ^{-س}} + ١\right\| - لـو_{هـ}\left\|\sqrt{١ - هـ^{-س}} - ١\right\| + جـ$	

	٢- $\int \frac{٤ لـو_{هـ} س}{(س-١)^{٢}} \, ءس$ الحل : نكامل بالأجزاء $\int ٤ لـو_{هـ} س (س-١)^{-٢} \, ءس$ $= ٤ \int لـو_{هـ} س (س-١)^{-٢} \, ءس$ $ق = لـو_{هـ} س \quad ءع = (س-١)^{-٢} \, ءس$ $ءق = \frac{١}{س} ءس \quad ع = -(س-١)^{-١}$ $\int ٤ لـو_{هـ} س (س-١)^{-٢} \, ءس =$ $= ٤ \left(- \frac{لـو_{هـ} س}{(س-١)} + \int \frac{١}{س(س-١)} ءس \right)$ نكامل كسور جزئية مرة ثانية $\frac{١}{س(س-١)} = \frac{أ}{س} + \frac{ب}{س-١}$ $١ = أ(س-١) + بس \Leftarrow$ أصفار المقام هي س= صفر ، ١ عندما س=صفر اذن أ = -١ ، عندما س= ١ فإن ب = ١ $\int \frac{١}{س(س-١)} ءس = \int \left(\frac{-١}{س} + \frac{١}{س-١} \right) ءس$ $= - لـو_{هـ} \|س\| + لـو_{هـ} \|س-١\| + جـ$ نعوض في التكامل $= ٤ \left(- \frac{لـو_{هـ} س}{(س-١)} - لـو_{هـ} \|س\| + لـو_{هـ} \|س-١\| \right) + جـ$	
ب-	بدون فك المحدد أثبت أن $\begin{vmatrix} أ & أ+ب & أ+٢ب \\ أ+٢ب & أ & أ+ب \\ أ+ب & أ+٢ب & أ \end{vmatrix} = ٩ب^{٢} (أ+ب)$	
	الحل : بجمع الاعمدة الثلاثة واضافتها للعمود الأول	

$$\Leftarrow \begin{vmatrix} أ^{٣}+٣ب & أ+ب & أ+٢ب \\ أ^{٣}+٣ب & أ & أ+ب \\ أ^{٣}+٣ب & أ+٢ب & أ \end{vmatrix}$$ بأخذ(٣أ + ٢ب) عامل مشترك من ع١

$$\Leftarrow ٣(أ+ب)\begin{vmatrix} ١ & أ+ب & أ+٢ب \\ ١ & أ & أ+ب \\ ١ & أ+٢ب & أ \end{vmatrix}$$ بجمع الصفوف الثلاثة واضافتها ل ص١

$$\Leftarrow ٣(أ+ب)\begin{vmatrix} ٣ & أ^{٣}+٣ب & أ^{٣}+٣ب \\ ١ & أ & أ+ب \\ ١ & أ+٢ب & أ \end{vmatrix}$$ بأخذ ٣ عامل مشترك من ص١

$$\Leftarrow ٩(أ+ب)\begin{vmatrix} ١ & أ+ب & أ+ب \\ ١ & أ & أ+ب \\ ١ & أ+٢ب & أ \end{vmatrix}$$ ص ٢– ص١ ، ص٣ – ص١

$$\Leftarrow ٩(أ+ب)\begin{vmatrix} ١ & أ+ب & أ+ب \\ ٠ & -ب & ٠ \\ ٠ & ب & -ب \end{vmatrix}$$ ص٣ + ص٢

$$\Leftarrow ٩(أ+ب)\begin{vmatrix} ١ & أ+ب & أ+ب \\ ٠ & -ب & ٠ \\ ٠ & ٠ & -ب \end{vmatrix}$$ المحدد على الصورة المثلثية

$$= ٩ب^{٢}(أ+ب)$$

انتهت الإجابة النموذجية
مع تمنياتي لكم بالتوفيق

الحـــــــــل

السؤال الأول (٣٠ علامة) :

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
رمز الإجابة	د	أ	ب	أ	أ	د	ب	ب	ج	ب	أ	ج	د	ب	أ

١) إذا كان $\int$ ق (س) ء س = س^{٢} ـ جتا س + ٢ ، فما قيمة ق$'$ (٠) ؟

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٣

الحل : نشتق الطرفين $\Longleftarrow$ ق (س) = ٢س + جاس

ق$'$(س) = ٢ + جتا س

ق$'$(٠) = ٢ + جتا صفر = ٢ + ١ = ٣

٢) $\int$ قاس (ظاس + جتاس) ء س =

أ) قاس + س + جـ ب) قاس +ظاس+جـ ج) ظاس +س + جـ د) ظاس ـ $\frac{١}{٢}$ س + جـ

الحل : $\int$ قاس (ظاس + جتاس) ء س = $\int$ (قاس ظاس + ١) ء س = قاس + س + جـ

٣) $\int_{٠}^{جـ}$ س (١ ـ س) ء س = ٠ ، حيث جـ > ٠ ، فما قيمة جـ ؟

أ) $\frac{٣}{٤}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{٤}{٣}$

الحل : $\int_{٠}^{جـ}$ (س ـ س^{٢}) ء س = ٠

$\left(\frac{١}{٢} س^{٢} - \frac{١}{٣} س^{٣} \right) \Big|_{٠}^{جـ}$ = ٠

$\frac{١}{٢}$ جـ^{٢} ـ $\frac{١}{٣}$ جـ^{٣} = ٠ بالضرب في ٦ $\Longleftarrow$ ٣ جـ^{٢} ـ ٢ جـ^{٣} = ٠

جـ^{٢} (٣ ـ ٢ جـ) = ٠

إما جـ = ٠ (مرفوض) وإما جـ = $\frac{٣}{٢}$

٤) إذا كان ص = هـ$^{\text{ظاس}}$ + م لوهـ جتاس + $\int_{0}^{\frac{\pi}{٣}} \frac{\text{د س}}{١ + \text{ظا}^{٢}\text{س}}$ ، وكان $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}|_{\text{س} = \frac{\pi}{٤}}$ = ٢هـ + ١

فما قيمة الثابت م ؟

أ) ـ١ ب) ١ ج) ٢ د) ـ ٢

الحل : $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ = هـ$^{\text{ظاس}}$ × قا^{٢}س + م × $\frac{\text{ـ جاس}}{\text{جتاس}}$ = هـ$^{\text{ظاس}}$ × قا^{٢}س ـ م ظاس

$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}|_{\text{س} = \frac{\pi}{٤}}$ = هـ$^{\text{ظا}\frac{\pi}{٤}}$ × قا^{٢} $\frac{\pi}{٤}$ ـ م ظا $\frac{\pi}{٤}$

٢هـ + ١ = ٢هـ ـ م ⟸ م = ـ ١

٥) $\int$ س جتاس د س =

أ) س جاس + جتاس+جـ ب) س جاس + جاس +جـ ج) س جاس ـ جتاس + جـ د) س جاس ـ جاس + جـ

الحل : نفرض ق = س ، د ع = جتاس د س

د ق = د س ، ع = جا س

$\int$ س جتاس د س = س جا س ـ $\int$ جاس د س

= س جاس + جتاس + جـ

٦) إذا كان $\int_{١}^{٢}$ ق (س) د س = ٣ ، ق (١) = ٥ ، ق (٢) = ٨ ، فما قيمة $\int_{١}^{٢}$ س ق َ (س) د س ؟

أ) صفر ب) ١١ ج) ٥ د) ٨

الحل : نفرض ق = س ، د ع = ق َ (س) د س

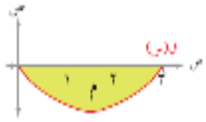
د ق = د س ، ع = ق (س)

$\int_{١}^{٢}$ س ق َ (س) د س = س ق (س) $|_{١}^{٢}$ ـ $\int_{١}^{٢}$ ق (س) د س

= ٢ ق (٢) ـ ق (١) ـ ٣

= ٢ × ٨ ـ ٥ ـ ٣ = ٨

٧) الشكل المقابل يمثل منحنى الاقتران ق (س) في الفترة [٠ ، ٣] ،



إذا كانت مساحة المنطقة م تساوي ٦ وحدات مربعة ، فما قيمة $\int_{0}^{3}$ (٢ ـ ق (س)) ﺩس ؟

أ) ـ ١٢ ب) ١٢ ج) ٦ د) ـ ٦

الحل : $\int_{0}^{3}$ ق (س) ﺩس = ـ م = ـ ٦

$\int_{0}^{3}$ (٢ ـ ق (س)) ﺩس = $\int_{0}^{3}$ ٢ ﺩس ـ $\int_{0}^{3}$ ق (س)) ﺩس

= ٢ (٣ ـ ٠) ـ (ـ ٦) = ٦ + ٦ = ١٢

٨) إذا كان ق اقتراناً معرفاً على الفترة [ـ ١ ، ٢] وكان ١ ≤ ق (س) ≤ ٤ ، فما أكبر قيمة للمقدار

$\int_{-1}^{2}$ (٢ ق (س) + ١) ﺩس ؟

أ) ٩ ب) ٢٧ ج) ٦ د) ١٥

الحل : ١ ≤ ق (س) ≤ ٤ ⟸ ٢ ≤ ٢ ق (س) ≤ ٨ ⟸ ٣ ≤ ق (س)+ ١ ≤ ٩

$\int_{-1}^{2}$ ٣ ﺩس ≤ $\int_{-1}^{2}$ (ق (س)+ ١) ﺩس ≤ $\int_{-1}^{2}$ ٩ ﺩس

٣ (٢ + ١) ≤ $\int_{-1}^{2}$ (ق (س)+ ١) ﺩس ≤ ٩ (٢ + ١)

٩ ≤ $\int_{-1}^{2}$ (ق (س)+ ١) ﺩس ≤ ٢٧

أكبر قيمة للمقدار = ١٥

٩) إذا كانت σ_{10} = { ـ ٥ ، ..... ، ٤٩ ، ب } تجزئة منتظمة ، فما قيمة ب ؟

أ) ٥١ ب) ٥٧ ج) ٥٥ د) ٥٣

الحل : ل = $\frac{\text{ب} + ٥}{١٠}$ ، ل = ب ـ ٤٩

$\frac{\text{ب} + ٥}{١٠}$ = ب ـ ٤٩

١٠ ب ـ ٤٩٠ = ب + ٥

٩ ب = ٤٩٥ ⟸ ب = ٥٥

١٠) إذا كان ق (س) اقتراناً معرفاً على [١ ، ٥] ، وكانت $\sigma_{\text{ن}}$ تجزئة منتظمة للفترة نفسها ، وكان

م ($\sigma_{\text{ن}}$ ، ق) = $\frac{\text{ب}^{٢}\,\text{ن}^{٢} + \text{ب}\,\text{ن} + ١}{٢\text{ن}^{٢} + ٣}$ ، وكان $\int_{٢}^{٦} \text{ق}$ (س ـ ١) ء س = ٨ ، فما قيمة / قيم ب ؟

أ) ٤ ب) $\pm$ ٤ ج) $\sqrt{٨}$ د) ٢

الحل : $\int_{٢}^{٦} \text{ق}$ (س ـ ١) ءس = ٨ $\Longleftarrow$ $\int_{١}^{٥} \text{ق}$ (س) ءس = ٨

$\int_{١}^{٥} \text{ق}$ (س) ءس = $\lim_{\text{ن} \to \infty}$ $\frac{\text{ب}^{٢}\,\text{ن}^{٢} + \text{ب}\,\text{ن} + ١}{٢\text{ن}^{٢} + ٣}$ = ٨

$\frac{١}{٢}$ ب^{٢} = ٨ $\Longleftarrow$ ب^{٢} = ١٦ $\Longleftarrow$ ب = $\pm$ ٤

١١) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٢\text{س} & -\text{ص} \\ -٢\text{ص} & \text{س} \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٤ \\ -٢ \end{bmatrix}$ ، أ ب = $\begin{bmatrix} -٢ \\ ٨ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة س ؟

أ) صفر ب) ـ ١ ج) ١ د) ـ ٢

الحل : أ ب = $\begin{bmatrix} ٢\text{س} & -\text{ص} \\ -٢\text{ص} & \text{س} \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} ٤ \\ -٢ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -٢ \\ ٨ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٨\text{س} + ٢\text{ص} \\ -٨\text{ص} - ٢\text{س} \end{bmatrix}$

٨ س + ٢ ص = ـ ٢ ..... (١)

ـ ٢ س ـ ٨ ص = ٨ ..... (٢) بضرب معادلة (١) في (٤)

١٦ س + ٨ ص = ـ ٨ ..... (٣)

بجمع (٢) مع (٣) ينتج أن : ١٤ س = ٠ ومنها س = ٠

١٢) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} \text{ل} & \text{م} \\ \text{ن} & \text{ع} \end{bmatrix}$ ، | أ | = ١ ، وكان أ ـ $\text{أ}^{-١}$ = $\begin{bmatrix} ٤ & -٢ \\ ٨ & ٢ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة م × ن ؟

أ) ٣٢ ب) ١٦ ج) ٨ د) ٤

الحل : $\text{أ}^{-١}$ = $\begin{bmatrix} \text{ع} & -\text{م} \\ -\text{ن} & \text{ل} \end{bmatrix}$

أ ـ $\text{أ}^{-١}$ = $\begin{bmatrix} \text{ل} & \text{م} \\ \text{ن} & \text{ع} \end{bmatrix}$ ـ $\begin{bmatrix} \text{ع} & -\text{م} \\ -\text{ن} & \text{ل} \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} \text{ل} - \text{ع} & ٢\,\text{م} \\ ٢\text{ن} & \text{ع} - \text{ل} \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٤ & -٢ \\ ٨ & ٢ \end{bmatrix}$

٢ م = ٤ $\Longleftarrow$ م = ٢

٢ن = ٨ $\Longleftarrow$ ن = ٤

م × ن = ٢ × ٤ = ٨

١٣) إذا كانت $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} س^{٢} & س \\ ٥ & ١ \end{bmatrix}$ ، فما مجموعة قيم س التي تجعل المصفوفة $\mathbf{P}$ غير منفردة ؟

أ) { ٠ ، ٥ } ب) { ٠ } ج) { ٥ } د) ح ـ { ٠ ، ٥ }

الحل : تكون $\mathbf{P}$ منفردة عندما $|\mathbf{P}| = ٠$

$س^{٢} - ٥ س = ٠$ ومنها $س (س - ٥) = ٠$

إما $س = ٠$ وإما $س = ٥$

تكون $\mathbf{P}$ منفردة عند { ٠ ، ٥ } $\Longleftarrow$ $\mathbf{P}$ غير منفردة عند ح ـ { ٠ ، ٥ }

١٤) حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين بطريقة كريمر ، وُجد أن : $|\mathbf{P}_{س}| + ٢ |\mathbf{P}_{ص}| = ١٢$

فإن كان $٢ص = ٤ - س$ ، فما قيمة $|\mathbf{P}|$ ؟

أ) ٣٦ ب) ٣ ج) ٤ د) المعطيات غير كافية لحسابه

الحل : $\frac{|\mathbf{P}_{س}|}{|\mathbf{P}|} + ٢ \frac{|\mathbf{P}_{ص}|}{|\mathbf{P}|} = \frac{١٢}{|\mathbf{P}|}$ $\Longleftarrow$ $س + ٢ ص = \frac{١٢}{|\mathbf{P}|}$

بما أن $س + ٢ ص = ٤$

$٤ = \frac{١٢}{|\mathbf{P}|}$ $\Longleftarrow$ $٤ |\mathbf{P}| = ١٢$ $\Longleftarrow$ $|\mathbf{P}| = ٣$

١٥) إذا كان $\begin{vmatrix} -ب & ٠ & ٠ \\ ١ & ب & ٠ \\ ٢ & -٣ & ٢ب \end{vmatrix} = - ٥٤$ ، فما قيمة ب ؟

أ) ٣ ب) ـ٣ ج) ـ٢٧ د) ٢٧

الحل : $- ب \times ب \times ٢ ب = - ٥٤$

$- ٢ ب^{٣} = - ٥٤$

$ب^{٣} = ٢٧$ $\Longleftarrow$ $ب = ٣$

السؤال الثاني (٢٠ علامة)

أ) جد كل من التكاملات الآتية : **(٨ علامات)**

أ) $\int \frac{\text{س قا}^2\text{س} - \text{س ظا}^2\text{س}}{\sqrt[3]{\text{س}}}$ د س ب) $\int \frac{\sqrt{\text{س}^2 - \text{س}^4}}{\text{س}^5}$ د س

الحل : أ) $\int \frac{\text{س قا}^2\text{س} - \text{س ظا}^2\text{س}}{\sqrt[3]{\text{س}}}$ د س $= \int \frac{\text{س}(\text{قا}^2\text{س} - \text{ظا}^2\text{س})}{\sqrt[3]{\text{س}}}$ د س

$= \int \frac{\text{س}}{\sqrt[3]{\text{س}}}$ د س $= \int \text{س} \times \text{س}^{-\frac{1}{3}}$ د س $= \int \text{س}^{\frac{2}{3}}$ د س $= \frac{3}{5}\text{س}^{\frac{5}{3}} + \text{جـ}$

ب) $\int \frac{\sqrt{\text{س}^2 - \text{س}^4}}{\text{س}^5}$ د س $= \int \frac{\sqrt{\text{س}^4 (\frac{1}{\text{س}^2} - 1)}}{\text{س}^5}$ د س

$= \int \frac{\text{س}^2\sqrt{(\frac{1}{\text{س}^2} - 1)}}{\text{س}^5}$ د س $= \int \frac{\sqrt{(\frac{1}{\text{س}^2} - 1)}}{\text{س}^3}$ د س

نفرض ع $= \frac{1}{\text{س}^2} - 1 = \text{س}^{-2} - 1$ ، د ع $= -2\,\text{س}^{-3}$ د س $= \frac{-2}{\text{س}^3}$ د س

د س $= \frac{\text{س}^3}{-2}$ د ع

$\int \frac{\sqrt{\text{س}^2 - \text{س}^4}}{\text{س}^5}$ د س $= \int \frac{\sqrt{\text{ع}}}{\text{س}^3} \times \frac{\text{س}^3}{-2}$ د ع

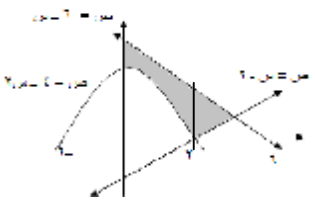
$= \int -\frac{1}{2}\,\text{ع}^{\frac{1}{2}}$ د ع $= -\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\,\text{ع}^{\frac{3}{2}} + \text{جـ} = -\frac{1}{3}(\frac{1}{\text{س}^2} - 1)^{\frac{3}{2}} + \text{جـ}$

ب) جد مساحة المنطقة المحصورة في الربع والمحددة بمنحنى الاقتران ق (س) = ٤ ـ س^2 (٨ علامات)
ومحور الصادات و المستقيمين ص = س ـ ٢ ، ص = ٦ ـ س

الحل : ٤ ـ س^2 = ٠ $\Longleftarrow$ س = $\pm$ ٢

س ـ ٢ = ٠ $\Longleftarrow$ س = ٢ ، س ـ ٢ = ٦ ـ س $\Longleftarrow$ ٢س = ٨ $\Longleftarrow$ س = ٤

م = $|\int_0^2 ((٦ - \text{س}) - (٤ - \text{س}^2))$ د س $| + |\int_2^4 ((٦ - \text{س}) - (\text{س} - ٢))$ د س $|$



$= |\int_0^2 (٢ - \text{س} + \text{س}^2)$ د س $| + |\int_2^4 (٨ - ٢\text{س})$ د س $|$

$= |(٢\,\text{س} - \frac{1}{2}\,\text{س}^2 + \frac{1}{3}\,\text{س}^3)|_0^2 + |(٨\text{س} - \text{س}^2)|_2^4|$

$= |(٤ - ٢ + \frac{8}{3}) - (٠ - ٠ + ٠)| + |(٣٢ - ١٦) - (١٦ - ٤)|$

$= \frac{14}{3} + 4 = \frac{26}{3}$

ج) إذا كان $\int_{3}^{1} (2\,و(س) + \int_{0}^{2} ن\,و\,ن)\,و س = 13$ ، فما قيمة $\int_{1}^{3} 3\,و(س)\,و س$ (٤ علامات)

الحل : $\int_{3}^{1} (2\,و(س) + (ن^2)\,|_{0}^{2})\,و س = 13$

$\int_{3}^{1} (2\,و(س) + 4)\,و س = 13$

$2\int_{3}^{1} و(س)\,و س + \int_{3}^{1} 4\,و س = 13$

$2\int_{3}^{1} و(س)\,و س + 4(1 - 3) = 13$

$2\int_{3}^{1} و(س)\,و س - 8 = 13$

$2\int_{3}^{1} و(س)\,و س = 21 \Longleftarrow \int_{3}^{1} و(س)\,و س = \frac{21}{2}$

$\int_{1}^{3} 3\,و(س)\,و س = -3\int_{3}^{1} و(س)\,و س = -\frac{63}{2}$

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $م = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ، أثبت أن : $م^2 - 2م = 3م_2$ ، ثم جد $م^{-1}$ (٦ علامات)

الحل : $م^2 - 2م = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = 3م_2$

$|م| = -3 \Longleftarrow م^{-1} = -\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

ب) حل المعادلة المصفوفية : $2س + س \times \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ (٧ علامات)

الحل : $س \times 2م_2 + س \times \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

$س\left(\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

$س \times \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

$|م| = 10 - 4 = 6 \Longleftarrow م^{-1} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$

$س = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \times \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ -2 & 16 \end{bmatrix}$

ج) حل النظام التالي بطريقة كريمر : س + ٣ ص = ٥ ، ٢ س ـ ص = ٣ (٧ علامات)

الحل : $\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & -١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ \\ ٣ \end{bmatrix}$

$|أ| = \begin{vmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & -١ \end{vmatrix} = -١ - ٦ = -٧$

$|أ_س| = \begin{vmatrix} ٥ & ٣ \\ ٣ & -١ \end{vmatrix} = -٥ - ٩ = -١٤$ ، $|أ_ص| = \begin{vmatrix} ١ & ٥ \\ ٢ & ٣ \end{vmatrix} = ٣ - ١٠ = -٧$

س = ٢ ، ص = ١

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عن سؤالين فقط

السؤال الرابع : (١٥ علامة)

أ) إذا كان (أ + ب) $^{-١}$ $= \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$ ، وكانت أ $= \begin{bmatrix} -٣ & ٠ \\ ٤ & ١ \end{bmatrix}$ ، جد (٢ ب)$^{-١}$ (٧ علامات)

الحل : نفرض جـ $= \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $|جـ| = ٦ - ٥ = ١$ $\Longleftarrow$ جـ $^{-١} = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -٥ & ٣ \end{bmatrix}$

أ + ب = جـ $^{-١}$ $\Longleftarrow$ $\begin{bmatrix} -٣ & ٠ \\ ٤ & ١ \end{bmatrix}$ + ب = $\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -٥ & ٣ \end{bmatrix}$

ب = $\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -٥ & ٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -٣ & ٠ \\ ٤ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١ & ٥ \\ -٩ & ٢ \end{bmatrix}$

٢ ب = $\begin{bmatrix} -٢ & ١٠ \\ ٤ & -١٨ \end{bmatrix}$ $\Longleftarrow$ |٢ب| = ٤٠ ـ ٣٦ = ٤

(٢ ب) $^{-١} = \frac{١}{٤} \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ١٨ & ١٠ \end{bmatrix}$

ب) إذا كان ت (س) = $\begin{cases} ٢ س^{٢} - ٢ & ، -١ \leqslant س < ١ \\ أ س^{٢} + ب س - ٤ & ، ١ \leqslant س \leqslant ٣ \end{cases}$ (٨ علامات)

هو الاقتران المكامل للاقتران المتصل ق (س) على الفترة [ـ ١ ، ٣] ، جد :

١. كل من الثابتين أ ، ب ٢. $\int_{٠}^{٢}$ ٢ ق(س) دس

الحل : ١. ت (س) متصل عند س = ١

٢ ـ ٢ = أ + ب ـ ٤ $\Longleftarrow$ أ + ب = ٤ ..... (١)

ق (س) = ت` (س) = $\begin{cases} ٤ س & ، -١ < س < ١ \\ ٢أ س + ب & ، ١ < س < ٣ \end{cases}$

ق (س) متصل عند س = ١ $\Longleftarrow$ ٢ أ + ب = ٤ ..... (٢)

بطرح (١) من (٢) ينتج أن : أ = ٠

بالتعويض عن أ في معادلة (١) ينتج أن : ٠ + ب = ٤ $\Longleftarrow$ ب = ٤

٢. ت (س) = $\begin{cases} ٢ \text{ س}^{٢} - ٢ & ، -١ \leqslant \text{س} < ١ \\ ٤ \text{ س} - ٤ & ، ١ \leqslant \text{س} \leqslant ٣ \end{cases}$

$\int_{٠}^{٢}$ ٢ ق(س) ؤس = ٢ ت (س) $|_{٠}^{٢}$ = ٢ ت(٢) - ٢ ت (٠)

= ٢ (٨- ٤) - ٢ (٠ - ٢) = ٨+٤ = ١٢

السؤال الخامس (١٥علامة)

أ) إذا كانت ب $^{-١}$ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ -٢ & ٦ \end{bmatrix}$ ، جد المصفوفة س~ علماً بأن (س~ ب) $^{-١}$ = $\frac{\text{ب}}{|\text{ب}|}$ (٧ علامات)

الحل : | ب $^{-١}$| = ١٢ - ٠ = ١٢ $\Longleftarrow$ | ب | = $\frac{١}{١٢}$

س~ × ب = ($\frac{\text{ب}}{|\text{ب}|}$)$^{-١}$ = (ب $^{-١}$ × | ب |) = $\frac{١}{١٢}$ ب $^{-١}$

بالضرب في ب $^{-١}$ من اليسار

س~ × ب × ب $^{-١}$ = $\frac{١}{١٢}$ × ب $^{-١}$ × ب $^{-١}$

س~ = $\frac{١}{١٢}$ × $\begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ -٢ & ٦ \end{bmatrix}$ × $\begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ -٢ & ٦ \end{bmatrix}$ = $\frac{١}{١٢}$ $\begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ ١٦ & ٣٦ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٠ & \frac{١}{٣} \\ -\frac{٤}{٣} & ٣ \end{bmatrix}$

ب) جد كل من التكاملات الآتية : (٨ علامات)

١) $\int \frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{\text{هـ}^{٢\text{س}} - ٣\ \text{هـ}^{\text{س}} - ٤}$ ؤس ٢) $\int$ (س قا^{٢}س + ظاس) ؤس

الحل : ١) نفرض ع = هـ$^{\text{س}}$ $\Longleftarrow$ ؤ ع = هـ$^{\text{س}}$ ؤس

$\int \frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{\text{هـ}^{٢\text{س}} - ٣\ \text{هـ}^{\text{س}} - ٤}$ ؤس = $\int \frac{\text{ؤع}}{\text{ع}^{٢} - ٣\ \text{ع} - ٤}$

نفرض $\frac{١}{(\text{ع} - ٤)(\text{ع} + ١)}$ = $\frac{\text{أ}}{\text{ع} - ٤}$ + $\frac{\text{ب}}{\text{ع} + ١}$

١ = أ (ع + ١) + ب (ع - ٤)

بوضع ع = ٤ $\Longleftarrow$ ٥ أ = ١ ومنها أ = $\frac{١}{٥}$

بوضع ع = - ١ $\Longleftarrow$ - ٥ ب = ١ ومنها ب = - $\frac{١}{٥}$

$\int \frac{\text{ؤع}}{(\text{ع} - ٤)(\text{ع} + ١)}$ = $\int$ ($\frac{\frac{١}{٥}}{\text{ع} - ٤}$ + $\frac{-\frac{١}{٥}}{\text{ع} + ١}$) ؤ ع

= $\frac{١}{٥}$ لوهـ | ع - ٤| - $\frac{١}{٥}$ لوهـ | ع +١| + جـ = $\frac{١}{٥}$ لوهـ | هـ$^{\text{س}}$ - ٤| - $\frac{١}{٥}$ لوهـ | هـ$^{\text{س}}$+١| + جـ

٢. $\int$ (س قا^{٢}س + ظاس) dس = $\int$ س قا^{٢}س dس + $\int$ ظاس dس

نفرض ق = س ، d ع = قا^{٢}س dس

dق = dس ، ع = ظا س

$\int$ (س قا^{٢}س + ظاس) dس = س ظاس ـ $\int$ ظاس dس + $\int$ ظاس dس = س ظاس + جـ

السؤال السادس (١٥ علامة)

أ) إذا كان منحنى ق (س) يقطع محور السينات عند س = ١ ، س = $\frac{٤}{٣}$ ، فإذا علمت (٨ علامات)

أن س^{٤} × (ق$''$ (س) ـ ١٨) = ١٩٢ ، عند أي نقطة عليه (س ، ص) ، فجد قاعدة الاقتران ق (س)

الحل : ق (١) = ٠ ، ق ($\frac{٤}{٣}$) = ٠

ق$''$ (س) ـ ١٨ = ١٩٢ س$^{-٤}$

ق$''$ (س) = ١٩٢ س$^{-٤}$ + ١٨

ق$'$ (س) = $\int$ (١٩٢ س$^{-٤}$ + ١٨) dس = ـ ٦٤ س$^{-٣}$ + ١٨ س + جـ$_{١}$

ق (س) = ٣٢ س$^{-٢}$ + ٩ س^{٢} + جـ$_{١}$ س + جـ$_{٢}$

ق (١) = ٠ $\Longleftarrow$ ٣٢ + ٩ + جـ$_{١}$ + جـ$_{٢}$ = ٠ $\Longleftarrow$ جـ$_{١}$ + جـ$_{٢}$ = ـ ٤١ .... (١)

ق ($\frac{٤}{٣}$) = ٠ $\Longleftarrow$ ٣٢ × $\frac{٩}{١٦}$ + ٩ × $\frac{١}{٩}$ + $\frac{٤}{٣}$ جـ$_{١}$ + جـ$_{٢}$ = ٠ $\Longleftarrow$ $\frac{٤}{٣}$ جـ$_{١}$ + جـ$_{٢}$ = ـ ٣٤ ..(٢)

بطرح (١) من (٢) ينتج ان : $\frac{١}{٣}$ جـ$_{١}$ = ٧ ومنها جـ$_{١}$ = ٢١

بالتعويض عن جـ$_{١}$ = ٢١ في معادلة (١) ينتج أن : ٢١ + جـ$_{٢}$ = ـ ٤١ $\Longleftarrow$ جـ$_{٢}$ = ـ ٦٢

ق (س) = ٣٢ س$^{-٢}$ + ٩ س^{٢} + ٢١ س ـ ٦٢

ب) إذا كان ق (س) = ٤س ـ ٢ ، س $\in$ [ـ ١ ، ب] ، وكانت $\sigma_{٤}$ تجزئة رباعية منتظمة (٧ علامات)

للفترة وكان م ($\sigma_{٤}$ ، ق) = ١١٢ ، جد قيمة ب حيث س$^{*}_{ر}$ = س$_{ر}$.

الحل : طول الفترة ل = $\frac{ب + ١}{٤}$ ، س$_{ر}$ = ـ ١ + $\frac{ب + ١}{٤}$ × ر

م ($\sigma_{٤}$ ، ق) = $\frac{ب + ١}{٤}$ $\sum_{ر=١}^{٤}$ ق (ـ ١ + $\frac{ب + ١}{٤}$ × ر)

١١٢ = $\frac{ب + ١}{٤}$ $\sum_{ر=١}^{٤}$ (ـ ٤ + (ب +١) ر ـ ٢)

١١٢ = $\frac{ب + ١}{٤}$ $\sum_{ر=١}^{٤}$ ((ب + ١) ر ـ ٦)

$$١١٢ = \frac{ب + ١}{٤} \left((ب+١) \sum_{ر=١}^{٤} ر - \sum_{ر=١}^{٤} ٦ \right)$$

$$١١٢ = \frac{ب + ١}{٤} \left((ب+١) \times \frac{٤ \times ٥}{٢} - ٢٤ \right)$$

$$١١٢ = \frac{ب + ١}{٤} (١٠ ب + ١٠ - ٢٤)$$

$$٤٤٨ = (ب +١) (١٠ ب - ١٤)$$

$$٤٤٨ = ١٠ ب^{٢} - ٤ ب - ١٤$$

$$١٠ ب^{٢} - ٤ ب - ٤٦٢ = ٠ \quad (\text{بالقسمة على ٢ })$$

$$٥ ب^{٢} - ٢ ب - ٢٣١ =$$

$$(٥ س + ٣٣) (س - ٧) = ٠$$

إما س = $-\frac{٣٣}{٥}$ (مرفوض) و إما س = ٧

السؤال السابع (١٥ علامة)

أ) حل النظام التالي بطريقة جاوس : (٨ علامات)

$$س + ٣ ص - ٢ع = ٥ \quad ، \quad ٢ص + ٣ع = ٢ \quad ، \quad س - ص + ع = ١$$

الحل : $\mathbf{أ} = \begin{bmatrix} ١ & ٣ & -٢ & ٥ \\ ٠ & ٢ & ٣ & ٢ \\ -١ & ١ & ١ & ١ \end{bmatrix}$ ⟵ (- ص١ + ص٣) ⟵ $\begin{bmatrix} ١ & ٣ & -٢ & ٥ \\ ٠ & ٢ & ٣ & ٢ \\ ٠ & -٤ & ٣ & -٤ \end{bmatrix}$

⟵ (٢ ص٢ + ص٣) ⟵ $\begin{bmatrix} ١ & ٣ & -٢ & ٥ \\ ٠ & ٢ & ٣ & ٢ \\ ٠ & ٠ & ٩ & ٠ \end{bmatrix}$

٩ ع = ٠ ⟸ ع = ٠

٢ ص + ٣ ع = ٢ ⟸ ٢ ص = ٢ ⟸ ص = ١

س + ٣ ص - ٢ ع = ٥ ⟸ س + ٣ - ٠ = ٥ ⟸ س = ٥ - ٣ = ٢

ب) أثبت أن : إذا كان $\mathbf{ق}'(س) = ظتاس + ظاس$ ، وكان $\mathbf{ق}(\frac{\pi}{٤}) = -١$ ، فبين أن : (٧ علامات)

$\mathbf{هـ}^{\mathbf{ق}(س)+١} = ظاس$

الحل : $\mathbf{ق}(س) = \int (ظتاس + ظاس) \, د س = لو_{هـ} جاس - لو_{هـ} جتاس + جـ = لو_{هـ} \frac{جاس}{جتا س} + جـ$

$\mathbf{ق}(س) = لو_{هـ} ظاس + جـ$

عند س = $\frac{\pi}{٤}$ ⟸ $لو_{هـ} ظا\frac{\pi}{٤} + جـ = -١$ ⟸ $لو_{هـ} ١ + جـ = -١$ ⟸ $جـ = -١$

$\mathbf{ق}(س) = لو_{هـ} ظاس - ١$ ⟸ $\mathbf{ق}(س) + ١ = لو_{هـ} ظاس$ ⟸ $\mathbf{هـ}^{\mathbf{ق}(س)+١} = \mathbf{هـ}^{لو_{هـ} ظاس} = ظاس$

مديرية غرب غزة

الاجابة النموذجية للامتحان الاستدراكي

الثانوية العامة ٢٠٢٢

رياضيات (علمي) - الورقة الثانية

السؤال الأول اختر رمز الاجابة الصحيحة

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
رمز الاجابة الصحيحة	أ	ج	ب	أ	ج	د	أ	أ	ج	ج	د	ب	ب	أ	ج

السؤال الثاني :

الفرع أ : $ع(س) = ٥ - ٦س$ ، $س \in [-١ ، ٢]$

$ل = \frac{ب - أ}{ن} = \frac{٢ - (-١)}{ن} = \frac{٣}{ن}$

$ع(س_ر) = ٥ - ٦س_ر$

$ع(س^*_ر) = ٥ - ٦(-١ + \frac{٣}{ن} ر)$

$= ٥ + ٦ - \frac{١٨}{ن} ر$

$ع(س^*_ر) = ١١ - \frac{١٨}{ن} ر$

$س_ر = أ + \frac{ب - أ}{ن} ر = -١ + \frac{٣}{ن} ر$

$س^*_ر = س_ر = -١ + \frac{٣}{ن} ر$

$\therefore م(س_ن ، ع) = \frac{ب - أ}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} ع(س^*_ر)$

$= \frac{٣}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} (١١ - \frac{١٨}{ن} ر)$

$= \frac{٣}{ن} (\sum_{ر=١}^{ن} ١١ - \frac{١٨}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} ر)$

$= \frac{٣}{ن} (١١ن - \frac{١٨}{ن} \times \frac{ن(ن+١)}{٢})$

$= \frac{٣}{ن} (١١ن - ٩(ن+١))$

$= \frac{٣}{ن} (١١ن - ٩ن - ٩)$

$= \frac{٣}{ن} (٢ن - ٩)$

$م(س_ن ، ع) = ٦ - \frac{٢٧}{ن}$

$\int_{-١}^{٢} (٥ - ٦س) د س = \lim_{ن \to \infty} (٦ - \frac{٢٧}{ن}) = \boxed{٦}$

صفحة (١)

السؤال الثاني

الفرع ب $\int_{٣}^{٦} هـ(س)\,د س = ٩$ ، $هـ(٦) = ٥$ ، $هـ(٣) = ١$

$\int_{١}^{٢} س\, هـ'(٣س)\,د س$

نفرض $ص = ٣س$

$\frac{د ص}{د س} = ٣ \leftarrow د س = \frac{د ص}{٣}$

عندما $س = ١ \leftarrow ص = ٣$

عندما $س = ٢ \leftarrow ص = ٦$

$= \int_{٣}^{٦} \frac{١}{٣} ص\, هـ'(ص)\,\frac{د ص}{٣}$

$= \frac{١}{٩} \int_{٣}^{٦} ص\, هـ'(ص)\,د ص$

$ع = ص \quad د ع = د ص$

$د ف = هـ'(ص)\,د ص \quad ف = هـ(ص)$

$= \frac{١}{٩} \left[ص\, هـ(ص) \Big|_{٣}^{٦} - \int_{٣}^{٦} هـ(ص)\,د ص \right]$

$= \frac{١}{٩} \left[٦ هـ(٦) - ٣(هـ(٣)) - ٩ \right]$

$= \frac{١}{٩} \left[٦ \times ٥ - ٣ \times ١ - ٩ \right]$

$= \frac{١}{٩} \times ١٨ = ٢$

السؤال الثاني

الفرع جـ : ١- $ن(أ) = صفر \leftarrow ٣أ^{٢} - ٣ = صفر \leftarrow أ = ١$

$\lim_{س \to ن^{+}} (س^{٣} - ٣س + ١) = \lim_{س \to ن^{-}} (٣س - ٣)$ (حيث $ن(س)$ متصل)

$ن^{٣} - ٣ن + ١ = ٣ن - ٣$

$ن^{٣} - ٥ن + ٤ = صفر$

$(ن - ٤)(ن - ١) = صفر$

$ن = ٤$ أو $ن = ١$ مرفوض (لأن $أ = ١$)

٢- $\int_{٣}^{٥} هـ(س)\,د س = ن(٥) - ن(٣)$

$= (٥^{٣} - ١٠ + ١) - (٣^{٣} - ٣)$

$= ١٦ - ٣ = ١٣$

السؤال الثالث

الفرع م :

$س_ر^* = س_{ر-1} + ل$ ، $م(س) = جاس - جتاس$

$ل = \frac{ب - أ}{ن} = \frac{\frac{11}{4}}{4}$ ، $ن = 4$ ، $[0 ، \frac{11}{4}]$

$ل_{ج} = \{0 ، \frac{11}{4} ، \frac{11}{2} ، \frac{3}{4}11 ، 11\}$

الفترات الجزئية	ل	$س_ر^*$	$م(س_ر^*)$	$ل \times م(س_ر^*)$
$[0 ، \frac{11}{4}]$	$\frac{11}{4}$	$\frac{11}{4}$	0	0
$[\frac{11}{4} ، \frac{11}{2}]$	$\frac{11}{4}$	$\frac{3}{4}11$	1	$\frac{11}{4}$
$[\frac{11}{2} ، \frac{3}{4}11]$	$\frac{11}{4}$	11	$\frac{2}{\sqrt{2}}$	$\frac{11}{2\sqrt{2}}$
$[\frac{3}{4}11 ، 11]$	$\frac{11}{4}$	$\frac{5}{4}11$	1	$\frac{11}{4}$

$م(ل_ج ، م(س_ر^*)) = (\frac{11}{4} + \frac{11}{2\sqrt{2}})$

السؤال الثالث

الفرع ن :

$م \cdot ص = ب \leftarrow ص = م^{-1} ب$

$م = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

$ب = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

$|م| = 3 - 8 = -5$

$م^{-1} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$

$ص = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -12 & -10 \\ -5 & -10 \end{bmatrix}$

$ص = \begin{bmatrix} \frac{12}{5} & 2 \\ \frac{1}{5} & 2 \end{bmatrix}$

$ص^{-1} = 5 \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -\frac{1}{5} & \frac{12}{5} \end{bmatrix}$

$ص^{-1} = \begin{bmatrix} 10 & -10 \\ -1 & 12 \end{bmatrix}$

حل آخر :

$ص = م^{-1} ب$

$ص^{-1} = (م^{-1} ب)^{-1} = ت^{-1} م$

$ت^{-1} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

$ت^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

$ص^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

$ص^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & -2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$

السؤال الثالث :

الفرع ح : $\text{ه}'(س) = \frac{1 - \text{ظا}^2 س}{1 + \text{ظا}^2 س}$ $\quad \text{ه}(\frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{4}$

$$\text{ه}(س) = \int \frac{1 - \text{ظا}^2 س}{1 + \text{ظا}^2 س} \, د س = \int \frac{1 - \text{ظا}^2 س}{\text{قا}^2 س} \, د س$$

$$= \int \left(\frac{1}{\text{قا}^2 س} - \frac{\text{ظا}^2 س}{\text{قا}^2 س} \right) د س$$

$$= \int (\text{جتا}^2 س - \text{ظا}^2 س \times \text{جتا}^2 س) \, د س$$

$$= \int (\text{جتا}^2 س - \frac{\text{جا}^2 س}{\text{جتا}^2 س} \times \text{جتا}^2 س) \, د س$$

$$= \int (\text{جتا}^2 س - \text{جا}^2 س) \, د س$$

$$\text{ه}(س) = \int (\text{جتا} 2س) \, د س = \frac{1}{2} \text{جا} 2س + ح$$

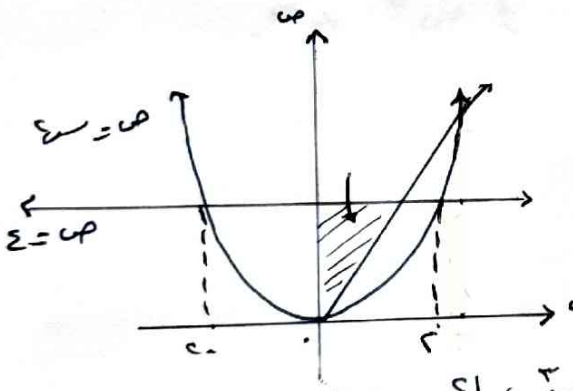
$$\text{ه}(\frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{4} \leftarrow -\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{جا} \frac{\pi}{2} + ح \leftarrow ح = -\frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{ه}(س) = \frac{1}{2} \text{جا} 2س - \frac{3}{4}$$

السؤال الرابع

الفرع ب : $س^2 = 4$

$س = \pm 2$



المساحة المحصورة والتي تقع في الربع الأول

$$\int_{0}^{2} (4 - س^2) \, د س = (4س - \frac{س^3}{3}) \Big|_{0}^{2} = (8 - \frac{8}{3}) = \frac{16}{3}$$

نصف المساحة $= \frac{8}{3}$

مساحة $\Delta = \frac{1}{2} \times$ ه $\times 4$

$\frac{8}{3} = \frac{1}{2} \times$ ه $\times 4$

$\frac{8}{3} = 2$ ه $\leftarrow$ ه $= \frac{4}{3}$

∴ المستقيم يمر بالنقطة $(\frac{4}{3}, 4)$ و $(0, 0)$

$$\frac{ص - 0}{س - 0} = \frac{4 - 0}{\frac{4}{3} - 0}$$

$\frac{4}{3}$ ص $= 4س$

ص $= 3س$ معادلة الخط المستقيم

السؤال الرابع

الفرع ب :

$$ص = \frac{س+٣}{س-١}$$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{(س-١)-(س+٣)}{(س-١)^{٢}} = \frac{-٤}{(س-١)^{٢}}$$

$$د س = \frac{(س-١)^{٢}}{-٤} د ص$$

$$\int \frac{١}{س^{٢}+٢س-٣} \times \sqrt{\frac{س+٣}{س-١}}\, د س = \int \frac{١}{(س-١)(س+٣)} \times \frac{(س-١)^{٢}}{-٤} ص^{\frac{١}{٢}} د ص$$

$$\int \frac{ص^{\frac{١}{٢}}}{س+٣} \times \frac{(س-١)}{-٤} د ص = -\frac{١}{٤} \int \frac{س-١}{س+٣} ص^{\frac{١}{٢}} د ص$$

$$= -\frac{١}{٤} \int ص^{\frac{١}{٢}} \times ص^{-١} د ص = -\frac{١}{٤} \int ص^{-\frac{١}{٢}} د ص$$

$$= -\frac{١}{٤} \times ٢ \times ص^{\frac{١}{٢}} + ح = -\frac{١}{٢} ص^{\frac{١}{٢}} + ح$$

$$= -\frac{١}{٢} \sqrt{\frac{س+٣}{س-١}} + ح$$

السؤال الرابع

الفرع ج :

$$\int_{١}^{ه} س^{س} \, د(ه^{س}) \, د س$$

$$\int_{١}^{ه} س^{س} \, د(ص) \frac{د ص}{ه^{س}}$$

$$= \int_{١}^{ه} د(ص) \, د ص$$

نفرض $ص = ه^{س}$

$$\frac{د ص}{د س} = ه^{س}$$

$$د س = \frac{د ص}{ه^{س}}$$

عندما $س = ٠ \leftarrow ص = ١$

$س = ١ \leftarrow ص = ه$

$$\because د(س) \geq ٠$$

$$\int_{١}^{ه} د(س) \geq ٠ \int_{١}^{ه} د س$$

$$\int_{١}^{ه} د(س) \, د س \geq ٠ \quad (ه-١)$$

$$\int_{١}^{ه^{ه}} س^{س} \, د س = \int_{١}^{ه} د(ص) \, د ص = ٥ \, (ه-١)$$

السؤال الخامس

الفرع أ :

$$\text{هـ}_{\text{ز}} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1+\text{س} & 3 \\ 2 & \text{ج} & \text{ج}+\text{س}+1 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 1+\text{س} & 3 \\ \text{ج} & \text{ج}+\text{س}+1 \end{vmatrix} + \text{ج} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1+\text{س} \\ 2 & \text{ج} \end{vmatrix}$$

$$= 3 \times \text{ج} + [-(\text{ج}+\text{س}+1)-6] - (\text{س}+1)(0-3)$$

$$= 3\text{ج} - \text{ج} - \text{س} - 1 - 6 + 3\text{س} + 3$$

$$= 2\text{ج} + 2\text{س} - 4$$

$$\text{هـ}_{\text{ز}} = 0 \Leftarrow \text{ج} = 2 - \text{س}$$

$$\text{هـ}_{\text{ز}} = -10\text{س} + 1 \Leftarrow \text{س} = \frac{1}{10}$$

الفرع ب :

$$\text{هـ}'(\text{س}) = \int (6\text{س} - 4)\, \text{د}\text{س}$$

$$\text{هـ}'(\text{س}) = 3\text{س}^2 - 4\text{س} + \text{ح}$$

$$\text{هـ}'(1) = 0 \Leftarrow 0 = 3 - 4 + \text{ح} \Leftarrow \text{ح} = 1$$

$$\text{هـ}(\text{س}) = \int (3\text{س}^2 - 4\text{س} + 1)\, \text{د}\text{س}$$

$$= \text{س}^3 - 2\text{س}^2 + \text{س} + \text{ح}$$

$$\text{هـ}(1) = 5 \Leftarrow 5 = 1 - 2 + 1 + \text{ح} \Leftarrow \text{ح} = 5$$

$$\text{هـ}(\text{س}) = \text{س}^3 - 2\text{س}^2 + \text{س} + 5$$

$\text{هـ}'(1) = 0$

$\text{هـ}(1) = 5$

الفرع ج

$$\int_{1}^{2} 2\,\text{هـ}(\text{س})\, \text{د}\text{س} + \int_{1}^{2} (-\text{س}^2 - 6)\, \text{د}\text{س} = \frac{1}{2}$$

$$\int_{1}^{2} 2\,\text{هـ}(\text{س})\, \text{د}\text{س} + (-\text{س}^3 - 6\text{س})\Big|_{1}^{2} = \frac{1}{2}$$

$$\int_{1}^{2} 2\,\text{هـ}(\text{س})\, \text{د}\text{س} + (-\tfrac{26}{3}) = \frac{1}{2}$$

$$\int_{1}^{2} 2\,\text{هـ}(\text{س})\, \text{د}\text{س} = 8 \Leftarrow \int_{1}^{2} \text{هـ}(\text{س})\, \text{د}\text{س} = \frac{4}{2}$$

$$\int_{1}^{2} (\tfrac{1}{2}\,\text{هـ}(\text{س}) - \text{س})\, \text{د}\text{س} = \frac{1}{2} \int_{1}^{2} \text{هـ}(\text{س})\, \text{د}\text{س} - \int_{1}^{2} \text{س}\, \text{د}\text{س}$$

$$= \tfrac{1}{2} \times \tfrac{4}{2} - \tfrac{1}{2}\text{س}^2\Big|_{1}^{2}$$

$$= \tfrac{4}{2} - [\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}] = -\tfrac{4}{2} + \tfrac{3}{2}$$

$$= -\tfrac{1}{2}$$

السؤال السادس :

الفرع ج

$$ل(س) = س^2 + \sqrt{س^2+9}$$

$$ق(س) = ل'(س) = 2س + \frac{س}{\sqrt{س^2+9}}$$

$$\int_{ا}^{ب} ل(س)\, ق(س)\, د س$$

$$ص = ل(س)$$

$$د ص = ل'(س)\, د س$$

عندما $س = 0 \leftarrow ص = 3$

عندما $س = 4 \leftarrow ص = 21$

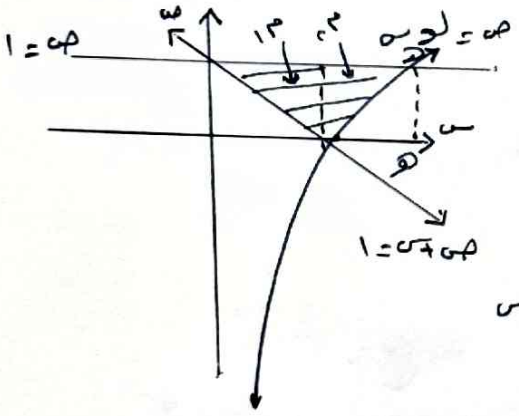
$$= \int_{ا}^{ب} ص \times ق(س) \times \frac{د ص}{ل'(س)}$$

$$= \int_{3}^{21} ص \times ق(س) \times \frac{د ص}{ق(س)}$$

$$= \int_{3}^{21} ص\, د ص = \left| \frac{ص^2}{2} \right|_{3}^{21}$$

$$= \frac{(21)^2}{2} - \frac{3^2}{2} = 216$$

الفرع د



$$س = هـ^{ص} \leftarrow ص = لو_{هـ} س$$

$$س = 1 \leftarrow ص = 1$$

$$س = 1 - ص \leftarrow ص = 1$$

المساحة $= \int_{ص_1}^{ص_2} [1 - (1 - ص)]\, د س + \int_{1}^{هـ} (1 - لو_{هـ} س)\, د س$

$$= \int_{0}^{1} س\, د س + \int_{1}^{هـ} (1 - لو_{هـ} س)\, د س$$

هنز

$$= \left| \frac{س^2}{2} \right|_{0}^{1} + \left| [س - (س لو_{هـ} س - س)] \right|_{1}^{هـ}$$

$$= \frac{1}{2} + هـ - س لو_{هـ} س \Big|_{1}^{هـ}$$

$$= \frac{1}{2} + (هـ - هـ) - (1 - 0)$$

$$= \frac{1}{2} + هـ - 1$$

$$= هـ - \frac{1}{2}$$ وحدة مربعة

السؤال الساديس

الفرع ج :

$$\int_{0}^{2} \sqrt{1+x^3}\, dx = P$$

$u = \sqrt{1+x^3}$ $\quad dv = dx$

$du = \frac{3x^2}{2\sqrt{1+x^3}}\, dx$ $\quad v = x$

$$\Leftarrow \left. x\sqrt{1+x^3} \right|_{0}^{2} - \int_{0}^{2} x \times \frac{3x^2}{2\sqrt{1+x^3}}\, dx = P$$

$$2\sqrt{1+2^3} - \int_{0}^{2} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^3}}\, dx = P$$

$$6 - \frac{1}{2}\int_{0}^{2} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^3}}\, dx = P$$

$$\frac{1}{2} \times (6 - P) = \int_{0}^{2} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^3}}\, dx$$

$$\frac{12 - 2P}{2} = \int_{0}^{2} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^3}}\, dx$$

السؤال السابع

الفرع (ج) $\quad y = 1 + \sqrt{x-1} \Leftarrow y - 1 = \sqrt{x-1}$

$dy = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}\, dx$ $\quad$ عندما $x = 0 \Leftarrow y = 3$

$x = 2 \Leftarrow y = 2$

$dx = 2(y-1)\, dy$

$$\int_{2}^{3} e^{y} \times 2(y-1)\, dy$$

$u = 2(y-1)$ $\quad dv = e^{y}\, dy$

$du = 2\, dy$ $\quad v = e^{y}$

$$= \left. 2(y-1)e^{y} \right|_{2}^{3} - \int_{2}^{3} e^{y} \cdot 2\, dy$$

$$= (2(3-1)e^{3}) - (2(2-1)e^{2}) - 2e^{y}\Big|_{2}^{3}$$

$$= 4e^{3} - 2e^{2} - [2e^{3} - 2e^{2}]$$

$$= 4e^{3} - 2e^{2} - 2e^{3} + 2e^{2} = 2e^{3}$$

السؤال السابع

الفرع ٢ (ج)

حل :

$$\int_{0}^{4} هـ^{1+\sqrt{س-1}}\, د س = \int_{0}^{4} (هـ \times هـ^{\sqrt{س-1}})\, د س$$

نفرض $ص = \sqrt{س-1}$

$ص^2 = س - 1$

$2 ص\, د ص = د س$

عندما $س = 0 \leftarrow ص = -1$

$س = 0 \leftarrow ص = 0$

$$= \int_{-1}^{0} (هـ \times هـ^{ص}) \times 2 ص\, د ص$$

$$= 2 \int_{-1}^{0} ص\, هـ^{ص}\, د ص$$

$ع = هـ^{ص}$ ⟵ $د ع = هـ^{ص}\, د ص$

$د ف = د ص$ ⟵ $ف = ص$

$$= 2 \left[ص\, هـ^{ص} \Big|_{-1}^{0} - \int_{-1}^{0} هـ^{ص}\, د ص \right]$$

$$= 2 هـ \left[(0 - هـ^{-1}) - (هـ^{0} - هـ^{-1}) \right]$$

$$= 2 هـ \times هـ^{0} = 2 هـ$$

السؤال السابع

الفرع (أ)

$$\int \frac{1}{س^{-6}+س^{-11}}\,د س = \int \frac{1}{س^{-6}(1+س^{-5})}\,د س$$

$$= \int \frac{س^{6}}{1+س^{5}}\,د س = -\frac{1}{5}\ln|1+س^{5}| + ج$$

حل آخر

$$\int \frac{1}{س^{-6}+س^{-11}}\,د س = \int \frac{1}{س(1+س^{5})}\,د س$$

نفرض $1+س^{5} = ص$

$$س^{5} = ص - 1$$

$$5س^{4}\,د س = د ص$$

$$\int \frac{1}{س \cdot ص}\cdot \frac{د ص}{5س^{4}} = \int \frac{د ص}{5س^{5}\cdot ص} = \frac{1}{5}\int \frac{د ص}{ص(ص-1)\cdot ص}$$

بالكسور الجزئية

$$\frac{1}{ص(ص-1)} = \frac{أ}{ص} + \frac{ب}{ص-1} = \frac{أ(ص-1)+ب ص}{ص(ص-1)} = \frac{(أ+ب)ص - أ}{ص(ص-1)}$$

$$أ + ب = صفر$$

$$-أ = 1 \Rightarrow أ = -1$$

$$ب = 1$$

$$\therefore \frac{1}{5}\int \frac{د ص}{ص(ص-1)} = \frac{1}{5}\left[\int \frac{-1}{ص}\,د ص + \int \frac{1}{ص-1}\,د ص\right]$$

$$= \frac{1}{5}\left[-\ln|ص| + \ln|ص-1|\right] + ج$$

$$= -\frac{1}{5}\ln|س^{5}+1| + \frac{1}{5}\ln|س^{5}| + ج$$

السؤال السابع

الفرع ن : $ب^{ج} = ب$

الطرف الأيمن $= (هـ + ب)^{٣} - هـ^{٣} = (هـ + ب)(هـ + ب)^{٢} - هـ^{٣}$

$= (هـ + ب)(هـ^{٢} + ٢هـ ب + ب^{٢}) - هـ^{٣}$

$= (هـ + ب)(هـ^{٢} + ٢ب هـ + ب^{٢}) - هـ^{٣}$

$= (هـ + ب)(٢هـ + ٢ب) - هـ^{٣}$

$= ٢هـ^{٢} + ٢هـ ب + ٢هـ ب + ٢ب^{٢} - هـ^{٣}$

$= ٣هـ^{٢} + ٣هـ ب + ٢ب^{٢}$

$= ٣ب^{٢} + ٣ب^{٢} + ٢ب^{٢} = ٧ب^{٢}$

= الطرف الأيسر

السؤال السابع

الفرع ح

$ع(٠) = ب$

$ع = \int ت \, س = \int -١٠ \, س = -١٠س + ح_{١}$

$ع = -١٠س + ح_{١}$

عند $س$ = صفر $ب = ح_{١}$

$\leftarrow ع = -١٠س + ب$

$ف = \int ع \, س = \int (-١٠س + ب) \, س$

$= -٥س^{٢} + ٣س + ح_{٢}$

(عند نقطة القذف) $\leftarrow ف(٠) = صفر \leftarrow ح_{٢} = صفر$

$\leftarrow ف(س) = -٥س^{٢} + ٣س$

أقصى ارتفاع $ع = صفر \leftarrow -١٠س + ب = صفر$

$س = \frac{ب}{١٠}$

أقصى ارتفاع عند نقطة القذف $= ٤٠٥ - ٢٢٥ = ١٨٠$ متر

$ف(\frac{ب}{١٠}) = -٥(\frac{ب}{١٠})^{٢} + ٣ \times \frac{ب}{١٠}$

$١٨٠ = \frac{-٥ب^{٢}}{١٠٠} + \frac{٣ب}{١٠}$

$١٨٠ = \frac{٥ب^{٢}}{١٠٠}$

$ب^{٢} = \frac{١٨٠ \times ١٠٠}{٥} = ٣٦٠٠$

$ب = ٦٠$

إجابة الاختبار التجريبي لمادة الرياضيات
القسم (العلمي) / الورقة الثانية

السؤال الأول

① $\frac{س-م}{ن} = \frac{ص-م}{ن}$ ← $\frac{س-١}{٣} = \frac{ص-٢}{٤}$ ∴ $ن = ١٢$

② عدد العناصر لهذه المجموعة $= ن+١ = ١٣$ (هـ)

---

③ $\because$ $م(س)$ ، $و(س)$ أصليين لـ $ه(س)$ إذن

$م(س) - و(س) = جـ$ ، حيث $جـ$ أي $س$ ، لـ $(ج) = ٥$

$\therefore م(س) - و(س) = ٥$

المطلوب $\int_{-٥}^{٥} ظاس \times (-٥)^{٢} دس = -٢٥$ لواضاس

$+جـ$ (ب)

---

④ $(\int_{م}^{ن} ه(س) دس)' = (جتا^{٢}س - ٢س + جـ)'$

$م ق(س) = -٢ جتاس حاس - ٢$

$م ق(س) = -حا٢س - ٢$ عندما $س = \frac{\pi}{٣}$

$١ \times م = -\frac{\sqrt{٣}}{٢} - م$ ∴ $م = -\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ (م)

---

⑤ $\int_{ج}^{ن} ق(ن) دن = \int_{ج}^{ن} ن دن$ ← $ع(ن) = \frac{ن^{٢}}{٢} + جـ$

$ع(٠) = ٣$ ∴ $جـ = ٣$ تصبح $ع(ن) = \frac{ن^{٢}}{٢} + ٣$

بالتالي $ع(٥) = \frac{٣١}{٢}$ (م)

---

⑥ $\int_{ج}^{ن} [\frac{-س}{٢}] ٨س - ١٢ دس = \int_{٤}^{٢} [\frac{-س}{٢}] (س-٢) دس$

$= \int_{٢}^{٤} -٢(س-٢) دس$

$= -س^{٢} + ٤س |_{٢}^{٤} = -٤$ (د)

---

⑦ $-٩ \leq ه(س) \leq -٣$ ، $س \in [٢ ، ٦]$

$-٤ \leq ه(س) + ٥ \leq ٢$ ... $+٥$

$١ \leq ه(س) + ١٥ \leq ٤$ ... $\div ٤$

$\int_{٢}^{٦} ٠ دس \leq \int_{٢}^{٦} ه(س) + ٥ دس \leq \int_{٢}^{٦} ٤ دس$

$٠ \leq \int_{٢}^{٦} ه(س) + ٥ دس \leq ١٦$ (م)

---

⑧ $م(س) = س^{٣} \times و(س) + \int_{٣}^{س} ه(ص) دص \times ٢س$

عندما $س = ٣$ ← $م(٣) = ٩ \times م(٣) + \int_{٣}^{٣} ه(ص) دص \times ٦$

حيث $م'(س) = ه(س)$ المتصل ← $م'(٣) = ٨$

$\therefore م'(٣) = ٣٠$ (ب)

---

⑨ الجواب (ج) حيث $م$ لها نظير ضربي (ج)

---

⑩ خاصية الاضافة ← $\int_{ب}^{ج} ه(ن) دن + \int_{م}^{ب} ه(ن) دن = \int_{م}^{ج} ه(ن) دن = ٦$

المطلوب $\int_{م}^{ن} ه(س) دس + \int_{م}^{ن} \frac{١}{م-٣} دس$ ... خاصية التوزيع والثابت

$٦ \times ٢ + \frac{١}{(-٣)(-٣)} = ١٢ + ١ = ١٣$ (ب)

---

⑪ $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} ظاس قاس دس + \int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} ظاس قاس دس = م$

$\therefore م = \int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} ظاس (١ + ظا^{٢}س) دس = \int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} ظاس قا^{٢}س دس$

$= \frac{ظا^{٢}س}{٢} |_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} = \frac{١}{٢} - ٠$ (د)

---

⑫ $م(س) = \int \frac{س + جاس - جاس}{س + جاس} دس$

$= \int ١ دس - \int \frac{جاس}{س + جاس}$ ... ظهر الأصل

$\therefore \int \frac{جاس}{س + جاس} دس = س - م(س) + جـ$ (ب)

---

⑬ الدالة محصورة بين $ه(س)$ ومحور السينات في $[-٢ ، ١]$

$\therefore \int_{-٢}^{١} ه(س) دس = \frac{ق(١) - ق(-٢)}{٥}$ ← $\frac{ق(١) - ق(-٢)}{٥} = |_{-٢}^{١}$ (م)

← $ق(١) - ق(-٢) = ٥ - ٠$ ∴ $ق(١) = ١$ ∴ $م = ١$

صفحة ١٦

(١٣) $\frac{ب-أ}{ن}\sum_{ر=1}^{ن} ق(س_ر^*) = م(ص_ن, ق)$

$= \int_{أ}^{ب} ق(س)\,دس$ (ب)

$= \lim_{ن\to\infty} \frac{ب-أ}{ن}\sum_{ر=1}^{ن} ق(س_ر^*)$ (ب)

(١٤) $|س| = 9 \Leftarrow |س| = \frac{16}{9}$ ، $(\frac{2}{3})^{ن}$

$(\frac{2}{3})^{ن} \times 9 = \frac{16}{9} \Leftarrow (\frac{2}{3})^{ن} = \frac{16}{81} = (\frac{2}{3})^{4}$

$\Leftarrow ن = 4$ (ج)

(١٥) $[س\ ص]\begin{bmatrix}3 & 0 & -2\\ -4 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & -1\\ 0 & 2\\ 4 & 3\end{bmatrix} = [4\ \ -3\ \ 11]$

$[س\ ص]\begin{bmatrix}3 & -3\\ -4 & 0\end{bmatrix} = [4\ \ -3\ \ 11]$

$[3س - 4ص \quad -3س \quad 9س - 8ص] = [4\ \ -3\ \ 11]$

$-3س = -3 \Leftarrow س = 1$ ، $ص = \frac{1}{4}$ (د)

السؤال الثاني [أ] $ق(س) = 3 - 2س$ ، $[-1, 2]$

$\int_{-1}^{2} ق(س)\,دس = \lim_{ن\to\infty} م(ص_ن, ق) \quad ... (1)$

$م(ص_ن, ق) = \frac{ب-أ}{ن}\sum ق(س_ر^*)$

$\frac{ب-أ}{ن} = \frac{2-(-1)}{ن} = \frac{3}{ن}$ ، $س_ر^* = أ + ر\,د$

$ق(س_ر^*) = 3 - 2(-1 + \frac{3}{ن}ر) = 3 + 2 - \frac{6}{ن}ر = 5 - \frac{6}{ن}ر$

$\therefore م(ص_ن, ق) = \frac{3}{ن}\sum_{ر=1}^{ن}(5 - \frac{6}{ن}ر)$

$= \frac{3}{ن}\left(\sum_{ر=1}^{ن} 5 - \frac{6}{ن}\sum_{ر=1}^{ن} ر\right)$

$= \frac{3}{ن}\left(5ن - \frac{6}{ن}\times\frac{ن(ن+1)}{2}\right)$

$= 15 - \frac{9ن+9}{ن}$

$\therefore \int_{-1}^{2} ق(س)\,دس = \lim_{ن\to\infty}\left(15 - \frac{9ن+9}{ن}\right)$

$= 15 - 9 = 6$ #

(ب) $م_{ص} = -\frac{حاس}{لو_{ه} اس} \Leftarrow ق(س) = \frac{لو_{ه} اس}{حاس}$

$\Leftarrow \int ق(س)\,دس = \int \frac{لو_{ه} اس}{حاس}\,دس$ ... نعتبر انه كانه اللوغاريتم منقطة متواجدة ... نفوض

$ص = لو_{ه} اس \Leftarrow دص = \frac{قاس}{اس}\,دس$

$دص = \frac{حتاس}{ظتاس حاس}\,دس \Leftarrow حاس حتاس\,دص = دس$

يصبح $\int \frac{لو_{ه} اس}{حاس}\,دس = \int ص \times حاس حتاس\,دص$

$\Leftarrow \frac{ص^2}{2} + ث \Leftarrow ق(س) = \frac{(لو_{ه} اس)^2}{2} + ث$

$\because ق(\frac{\pi}{4}) = \frac{3}{2}$ $\therefore \boxed{ث = \frac{3}{2}}$ وتصبح

$ق(س) = \frac{(لو_{ه} اس)^2}{2} + \frac{3}{2}$ #

(ج) $2س - 2ص = \begin{bmatrix}3 & -5\\ -3 & -8\end{bmatrix}$ ... ①

$-2س + 2ص = \begin{bmatrix}-4 & 2\\ 2 & 3\end{bmatrix}$ ... ② بالجمع

$-2ص = \begin{bmatrix}-1 & -3\\ -1 & -5\end{bmatrix}$ $\therefore 2ص = \begin{bmatrix}1 & 3\\ 1 & 5\end{bmatrix}$

بالتعويض في ② $\Leftarrow 2س = \begin{bmatrix}3 & -4\\ 2 & 2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1 & 3\\ 1 & 5\end{bmatrix}$

$2س = \begin{bmatrix}4 & -1\\ 3 & 7\end{bmatrix}$ بالتالي $2 = \begin{bmatrix}2 & -1\\ 1 & 3\end{bmatrix}$

$\therefore س = \frac{14}{14} = 1$ ، $ص = \frac{-7}{-7} = 1$ $\therefore س = \frac{14}{14} = 1$ ، $ص = \frac{-14}{-7} = 2$

إجابة الاختبار التجريبي لمادة الرياضيات
ورقة ثانية القسم (العلمي) لعام ٢٠٢٢م

السؤال الثالث

	$-\infty$		-٣		٥		$+\infty$
$س+٣$		$-$	٠	$+$		$+$	
$-س-٣$		$+$		$+$	٠	$-$	

$$\therefore ق(س) = \begin{cases} -س-٣ & ، -٥ \le س < -٣ \\ س+٣ & ، -٣ \le س \le ١ \end{cases}$$

عندما $-٥ \le س < -٣$

$$ت(س) = \int_{-٥}^{س} (-ص-٣)\,دص = \left[\frac{-ص^٢}{٢} - ٣ص\right]_{-٥}^{س}$$

$$= \left(\frac{-س^٢}{٢} - ٣س\right) - \left(\frac{-٢٥}{٢} + ١٥\right)$$

$$\therefore ت(س) = \frac{-س^٢}{٢} - ٣س - \frac{٥}{٢} \quad ... (١)$$

عندما $-٣ \le س \le ١$

$$ت(س) = \int_{-٥}^{-٣} (-ص-٣)\,دص + \int_{-٣}^{س} (ص+٣)\,دص$$

$$= \left[\frac{-ص^٢}{٢} - ٣ص\right]_{-٥}^{-٣} + \left[\frac{ص^٢}{٢} + ٣ص\right]_{-٣}^{س}$$

$$= \frac{س^٢}{٢} + ٣س + \frac{١٣}{٢} \quad ... (٢)$$

$$\therefore ت(س) = \begin{cases} \frac{-س^٢}{٢} - ٣س - \frac{٥}{٢} & ، -٥ \le س \le -٣ \\ \frac{س^٢}{٢} + ٣س + \frac{١٣}{٢} & ، -٣ \le س \le ١ \end{cases}$$

(ب) $ق(س) = س+٢$ ، $ق_١(س) = ٤ - س^٢$ ، $ق_٢(س) = ٤ - س$

$(-٢، ٠)$	$(٠، ٤)$	$(١، ٣)$
$(٠، ٤)$	$(-٢، ٠)$	$(١، ٣)$

نبحث التقاطع $ق(س) = ق_١(س)$ ، $س \ge ٠$

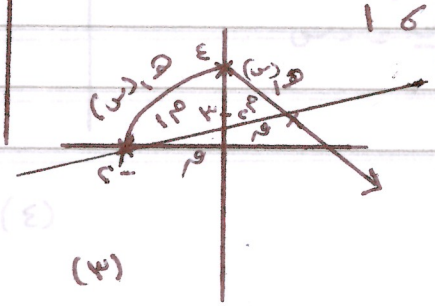
$$س+٢ = ٤ - س^٢ \Leftarrow س^٢ + س - ٢ = ٠$$

$$(س+٢)(س-١) = ٠ \quad \therefore س = -٢ \notin [-٢، ٠]$$

$ق(س) = ق_٢(س) \Leftarrow ٤ - س = س+٢$ ، $س \ge ٠$

$$٢س = ٢ \quad \therefore س = ١ \quad (١، ٣)$$

قيم $س = -٢، ٠، ١$



(٣)

$$م = م_١ + م_٢ \Leftarrow م_١ = \int_{-٢}^{٠} (٤ - س^٢) - (س+٢)\,دس$$

$$= \int_{-٢}^{٠} (-س^٢ - س + ٢)\,دس = \left[\frac{-س^٣}{٣} - \frac{س^٢}{٢} + ٢س\right]_{-٢}^{٠}$$

$$= (صفر) - \left(\frac{٨}{٣} - ٢ - ٤\right) = \frac{١٠}{٣}$$

$$م_٢ = \int_{٠}^{١} (٤ - س) - (س+٢)\,دس = \int_{٠}^{١} (-٢س+٢)\,دس$$

$$= \left[-س^٢ + ٢س\right]_{٠}^{١} = ١ \quad \therefore م = \frac{١٠}{٣} + ١ = \frac{١٣}{٣} \#$$

(ج) لإيجاد $ق^{-١}$ نجعل $س = ق$

$$ق(ص) = ٢ص^٣ + ٦ \Leftarrow ق = ٢ص^٣ + ٦$$

$$\therefore ٢ = ٢ص^٣ \quad \therefore ص = ١ \Leftarrow ق = ٨$$

لإيجاد $ق(س)$ نستعمر $ق(س) = \frac{١}{ق'(ص)}$ ، $ق'(س) = ٦س^٢$

$$\Leftarrow ق(س) = \frac{س^٢}{٦س^٢} \times \frac{٦س}{٦س} = س\sqrt{٦س} \#$$

السؤال الرابع

(أ) $$\int \frac{١}{س^٢ - ٩} \cdot \frac{س^٢ - ٩}{(س-٣)^٢}\,دس$$

$$\int \frac{١}{س^٢ - ٩} \cdot \frac{س+٣}{س-٣}\,دس$$

$$ص = \sqrt{\frac{س+٣}{س-٣}} \Leftarrow ص^٢ = \frac{س+٣}{س-٣}$$

$$٢ص\,دص = \frac{(س-٣) - (س+٣)}{(س-٣)^٢}\,دس$$

$$٢ص\,دص = \frac{-٦}{(س-٣)^٢}\,دس \Leftarrow \frac{(س-٣)^٢}{-٣}\,ص\,دص = دس$$

يصبح $$\int ص \times \frac{١}{س^٢ - ٩} \times \frac{(س-٣)^٢}{-٣}\,ص\,دص$$

$$= \int ص \times \frac{١}{ص^٢} \times \frac{١}{-٣}\,ص\,دص = \int \frac{-١}{٣}\,دص$$

$$= \frac{-١}{٣}ص + ج = \frac{-١}{٣}\sqrt{\frac{س+٣}{س-٣}} + ج \#$$

تابع س٤

(ب) نبحث غ ∩ [١، ٥] حيث هـ(س) =

(٤ + ٣س²) − (−٢س² − ٥) غ [١، ٥]

∴ هـ(س) = ٥س² + ٩

س	−∞		−هـ		هـ		+∞
هـ(س)		+	٠	+	٠	+	

صيغة المقدار

∴ ٤ + ٣س² ≥ −٢س² − ٥ غ [١، ٥]

∴ ∫₁^٥ (٤ + ٣س²) دس ≥ ∫₁^٥ (−٢س² − ٥) دس

#

(أ) س + ٣ص − ع = ٩

٢س + ٥ص + ٠ع = ١٢

−س + ص + ٢ع = −٣

$$\bar{P} = \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٣ & -١ & ٩ \\ ٠ & ٥ & ٢ & ١٢ \\ ٢ & ١ & -١ & -٣ \end{array}\right] \xleftarrow[\text{ص}_١ + \text{ص}_٣]{-٢\text{ص}_١ + \text{ص}_٢}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٣ & -١ & ٩ \\ ٠ & -١ & ٢ & -٦ \\ ٠ & ٤ & ١ & ٦ \end{array}\right] \xleftarrow{٤\text{ص}_٢ + \text{ص}_٣}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٣ & -١ & ٩ \\ ٠ & -١ & ٢ & -٦ \\ ٠ & ٠ & ٩ & -١٨ \end{array}\right] \xleftarrow[\text{العكسي}]{\text{بالصوص}}$$

٩ع = −١٨ ← ع = −٢

−ص + ٢ع = −٦ ← ص = ٢

س + ٣ص − ع = ٩ ← س = ١

السؤال الخامس

(م) م = ∫₀^{π/٦} قا٤س / (س + ١) دس ... تفويض

ص = ٢س ، دص/٢ = دس

تابع س٥ (م)

م = ∫₀^{π/٣} قا٤ص / (ص/٢ + ١) × دص/٢

← م = ∫₀^{π/٦} قا٤ص / (ص + ٢) دص ... أجزاء

ق = ١/(ص+٢) ، دع = قا٢ص دص

هـ = ظاص ، دهـ = −١/(ص+٢)² دص

∫ قاص دص / (ص+٢) = ظاص/(ص+٢) + ∫ ظاص/(ص+٢)² دص

∫₀^{π/٣} ظاص/(ص+٢)² دص = ظاص/(ص+٢)]₀^{π/٣} − م

= (√٣ / (π/٣ + ٢)) − م − (صفر) = م − ٣√٣ / (٢π + ٦)

∴ م − ٣√٣/(٢π+٦) = م − ٣√٣/(٦+٢π) #

(ب)

$$\begin{bmatrix} ٥ & ٤ \\ -٣ & ٢ \end{bmatrix} = س \times \begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٥ & -٢ \end{bmatrix} + س^{-١} \times \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٥ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٥ & ٤ \\ -٣ & ٢ \end{bmatrix} = س \times \begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٢ & -٥ \end{bmatrix} + س^{-١} \times \begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٢ & -٥ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٢ & -٥ \end{bmatrix} \left(س^{-١} + س\right) = \begin{bmatrix} ٥ & ٤ \\ -٣ & ٢ \end{bmatrix}$$

... بضرب ع $\begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٢ & -٥ \end{bmatrix}^{-١}$ من اليمين

$$\left(س^{-١} + س\right) = \begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٢ & -٥ \end{bmatrix}^{-١} \begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٢ & -٥ \end{bmatrix} \left(س^{-١} + س\right) = \begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٢ & -٥ \end{bmatrix}^{-١} \begin{bmatrix} ٥ & ٤ \\ -٣ & ٢ \end{bmatrix}$$

م

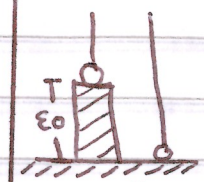
$$س^{-١} + س = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٥ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٥ & ٤ \\ -٣ & ٢ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٧ & ١٠ \\ ١٦ & ٢٦ \end{bmatrix}$$

السؤال السادس

أ) $ع(ن) = (-١٠ن + ٤٠)$

$\int ع(ن)\,دن = \int (-١٠ن + ٤٠)\,دن$



$ف(ن) = -٥ن^{٢} + ٤٠ن + جـ$ ، $ف(ن) =$ صفر

$ف(٠) = ٤٥$

$٤٥ = -٥(٠)^{٢} + ٤٠(٠) + جـ$ ∴ $جـ = ٤٥$

∴ $ف(ن) = -٥ن^{٢} + ٤٠ن + ٤٥$

$ف =$ صفر عندما يصل الجسم على الأرض

$-٥ن^{٢} + ٤٠ن + ٤٥ =$ صفر ÷ ٥

$ن^{٢} - ٨ن - ٩ =$ صفر ← $(ن - ٩)(ن + ١) =$ صفر

$ن = ٩$ ث #

ب) $\int \frac{١٢}{(ص-٢)(ص-١)}\,دص = \int \frac{أ}{(ص-٢)} + \frac{ب}{(ص-١)}$

$١٢ = أ(ص-١) + ب(ص-٢)$

تابع عند $ص = ١$ ← $١٢ = -ب$ ← $ب = -١٢$

عند $ص = ٢$ ← $١٢ = أ$

$\therefore \int \frac{١٢}{(ص-٢)(ص-١)}\,دص = \int \frac{١٢}{ص-٢}\,دص - \int \frac{١٢}{ص-١}\,دص$

$= ١٢ \ln|ص-٢| - ١٢ \ln|ص-١| + جـ$

$= ١٢ \ln\left|\frac{ظاس - ٢}{ظاس - ١}\right| + جـ$ #

السؤال السابع

أ) $ب = \begin{bmatrix} ب_{١١} & ب_{١٢} & ب_{١٣} \\ ب_{٢١} & ب_{٢٢} & ب_{٢٣} \\ ب_{٣١} & ب_{٣٢} & ب_{٣٣} \end{bmatrix}$

$ب_{ي ه} = ي + (ه - ١)ن$

$ب = \begin{bmatrix} ١+(١-١)ن & ١+(٢-١)ن & ١+(٣-١)ن \\ ٢+(١-١)ن & ٢+(٢-١)ن & ٢+(٣-١)ن \\ ٣+(١-١)ن & ٣+(٢-١)ن & ٣+(٣-١)ن \end{bmatrix}$

$ب = \begin{bmatrix} ١ & ن+١ & ٢ن+١ \\ ٢ & ن+٢ & ٢ن+٢ \\ ٣ & ن+٣ & ٢ن+٣ \end{bmatrix}$ نثبت $|ب| =$ صفر

$|ب| = \begin{vmatrix} ١ & ن & ٢ن \\ ٢ & ن & ٢ن \\ ٣ & ن & ٢ن \end{vmatrix}$ ← $ع_{١} + ع_{٢}$ ← $-ع_{١} + ع_{٣}$ ← $ع_{٣} - ٢ن ع_{٢}$

$= ٢ن^{٢} \begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ٢ & ١ & ١ \\ ٣ & ١ & ١ \end{vmatrix} = ٢ن^{٢} \times$ صفر $=$ صفر

∴ ب مصفوفة منفردة

ب) $ل = \frac{ب - أ}{ن} = \frac{٨}{٤} = ٢$ ، $ص = \{٠، ٢، ٤، ٦، ٨\}$

$= [٠، ٢] ، [٢، ٤] ، [٤، ٦] ، [٦، ٨]$

قيم $س = \{س_{١} - \frac{١}{٤} ، س_{٢} - \frac{١}{٢} ، س_{٣} - \frac{٣}{٤} ، س_{٤} - \frac{١}{٤}\}$

$= \{١ ، \frac{٧}{٤} ، \frac{١٧}{٣} ، \frac{٣١}{٤}\}$

$م(س ، ص) = \frac{ب - أ}{ن} \sum_{ي=١}^{ن} ص(س_{ي})$

$= ٢(ص(١) + ص(\frac{٧}{٤}) + ص(\frac{١٧}{٣}) + ص(\frac{٣١}{٤}))$

$= ٢(٢ + ٨ + ٥ + ٧) = ٤٢$ #

اجابة اختبار الورقة الثانية (الفرع العلمي)

رياضيات "2021 - 2022"

السؤال الأول:

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
أ	د	د	جـ	أ	د	أ	أ	د	جـ	د	ب	د	ب	جـ

السؤال الثاني:

(أ) $م(\underset{\sim}{ك}، ن) = \sum_{ك=1}^{ن} \underset{\sim}{ك}\, ه(س_ك)$

$س_ك = -٣ + \underset{\sim}{ك}\, ر$ ، $ه(س_ك) = ٣(-٣ + \underset{\sim}{ك}\, ر) + ٢$

$= -٩ + \underset{\sim}{٣ك}\, ر + ٢$

$م(\underset{\sim}{ك}، ن) = \sum_{ك=1}^{ن} \underset{\sim}{ك}(-٧ + \underset{\sim}{٣ك}\, ر)$

$= \underset{\sim}{ن}(-٧) + \underset{\sim}{\frac{ن(ن+١)}{٢}} \times \underset{\sim}{٣} ر$

$= -٧\underset{\sim}{ن} + \underset{\sim}{\frac{٣}{٢}} ن^{٢} + \underset{\sim}{\frac{٣}{٢}} ن$

$\int_{-٣}^{١} (س^{٢} - ٢س + ٢)\, د س = \lim_{ن \to \infty} \underset{\sim}{ن}(-٣) + \underset{\sim}{\frac{٣}{٢}} = -٤$

السؤال الثاني (ب):

$ت(س)$ هو اقل متصل وقابل للاستقاق

$ت(١) = ١ + ه - ٨ = ٠ \leftarrow ه = ٧$

مساواة تكامل $\int_{س=٤}^{س=٤} س^{٣} - ٩س + ٨ = \int_{ع=٠}^{ع=٠} ع^{٣} + ٧ع - ٨$

$٤ + ١٤ - ٨ = ٨ - ٢ب + ب \leftarrow ب = ٢ب + ٢$ ـــ (١)

$ت'(س) = ه(س)$

$ت'(٢)^{+} = ت'(٢)^{-}$

$١٢ - ٩ = ١١ \leftarrow ٩ = ١$ ، $ب = ٦$

على / ورقة ثانية

السؤال الثالث :

(أ)

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right] \quad \begin{array}{l} -2ص_1 + ص_3 \to ص_3 \\ -ص_1 + ص_2 \to ص_2 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 3 & 0 & -3 \\ 0 & 3 & -3 & -12 \end{array}\right] \quad -ص_2 + ص_3 \to ص_3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 3 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & -3 & -9 \end{array}\right]$$

$-3ع = -9 \leftarrow ع = 3$

$3ص = -3 \leftarrow ص = -1$

$س - ص + ع = 6 \leftarrow س = 2$

(ب) $ص = 2س \leftarrow س = \frac{ص}{2}$

$د ص = 2 . د س$

$س = \frac{\pi}{4} \leftarrow ص = \frac{\pi}{2}$

$س = 0 \leftarrow ص = 0$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{جا^2 س}{جتا س + 1} \, د س = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{جا ص}{\frac{جتا ص}{2} + 1} \cdot \frac{1}{2} \, د ص = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{جا ص}{جتا ص + 2} \, د ص = أ$$

$ه = \frac{1}{جتا ص + 2}$ $\quad د ع = جا ص . د ص$

$د ه = \frac{-2}{(جتا ص + 2)^2} \cdot د ص$ $\quad \leftarrow ع = -جتا ص$

$$= \left[\frac{-جتا ص}{جتا ص + 2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{جتا ص}{(جتا ص + 2)^2} \, د ص = أ$$

$$\frac{1}{2 + 0} + \frac{1}{2} - أ = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{جتا ص}{(جتا ص + 2)^2} \, د ص$$

(ج) $\frac{ه}{و} < 0 \leftarrow و(س) > 0 \ \forall س \in [1,2] \leftarrow -و(س) > 0$

$و(س) > 0 \ \forall س \in [1,2]$

$ه > 0 \ \forall س \in [1,2]$

$$-هـ(س) + \frac{هـ^{ص س}}{ق(س)} > 0 \quad \forall س \in [أ، ب]$$

حسب النظرية

$$\int_{أ}^{ب} \left(-هـ(س) + \frac{هـ^{ص س}}{ق(س)} \right) د س > 0$$

$$\text{ولكن } \int_{أ}^{ب} \left(-هـ(س) + \frac{هـ^{ص س}}{ق(س)} \right) د س = -\int_{أ}^{ب} هـ(س) د س + \int_{أ}^{ب} \frac{هـ^{ص س}}{ق(س)} د س$$

$$-\int_{أ}^{ب} هـ(س) د س + \int_{أ}^{ب} \frac{هـ^{ص س}}{ق(س)} د س > 0$$

$$\int_{أ}^{ب} \frac{هـ^{ص س}}{ق(س)} د س > \int_{أ}^{ب} هـ(س) د س$$

السؤال الرابع:

(أ) $\int_{أ}^{ب} س هـ^{ص س} د س$ أجزاء

$ع = س \Leftarrow د ع = د س$

$د ح = هـ^{ص س} د س \Leftarrow ح = \frac{1}{ص} هـ^{ص س}$

$$= \frac{س}{ص} هـ^{ص س} \Big|_{أ}^{ب} - \int_{أ}^{ب} \frac{1}{ص} هـ^{ص س} د س = \frac{ب}{ص} هـ^{ص ب} - \frac{1}{ص^2} هـ^{ص س} + ج$$

(ب) $\int جا^2 س هـ^{جتا س} د س$

$\int \frac{1}{2} جا^2 س هـ^{جتا س} د س$ $\quad ص = جتا س$ ، $د ص = -جا س د س$

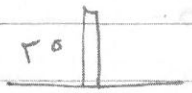
$$\int جا س جتا س هـ^{ص} د ص = \int -ص هـ^{ص} د ص$$

$$= -ص هـ^{ص} + \int هـ^{ص} د ص$$

$$= -ص هـ^{ص} + هـ^{ص} + ج = \frac{1}{2} جتا^2 س هـ^{جتا س} + \frac{1}{2} جتا س هـ^{جتا س} + ج$$

على / ورقة ثانية

ب) $ع(ن) = ٣٠ - ١٠ن$



$ف(ن) = \int ٣٠ - ١٠ن \, د ن$

$ف(ن) = ٣٠ن - ٥ن^{٢} + ج$

عندما الزكاة $ف(٠) = ٣٠ \times ٠ - ٥ \times ٠^{٢} + ج = ٠$

$ف(ن) = ٣٠ن - ٥ن^{٢}$

$ف(ن) = -٣٥$

$ن^{٢} - ٦ن - ٧ = ٠$

$(ن - ٧)(ن + ١) = ٠$

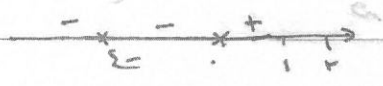
$ن = ٧ \quad ، \quad ن = -١$ ونوصر

$ع(٧) = ٣٠ - ١٠ \times ٧ = -٤٠$ م/ث

ج) : نجد اشارة $س^{٣} + ٢س^{٢} - ٢س = هـ(س)$ في $[٣ ، ١]$

$س^{٢} + ٤س = ٠$

$س = ٠$ أو $س = -٤$



$هـ(س) \geq ٠$ في $[٣ ، ١]$

$س^{٣} + ٢س^{٢} \geq -٢س$

حسب الخاصية

$\int_{١}^{٣} س^{٣} + ٢س^{٢} \, د س \geq \int_{١}^{٣} -٢س \, د س$

$\int_{١}^{٣} س^{٣} + ٢س^{٢} \, د س \geq \int_{٣}^{١} ٢س \, د س$

السؤال الخامس:

(أ)

$\int_{٠}^{٢} (س^{٣} + ٣س^{٢} + ٢)^{١١} (س^{٢} + ٢س) \, د س$

$ص = س^{٣} + ٢س$ ← $س = ٠ \Rightarrow ص = ٠$ ، $س = ٢ \Rightarrow ص = ٨$

$د ص = ٣س^{٢} + ٢ \, د س = ٢(س + ١) \, د س$

$\int س(س + ٢)(س + ١)(س^{٣} + ٢س)^{١١} \, د س$

$\int \frac{١}{٢} ص \times ص^{١١} \, د ص$

$\frac{١}{٢} \times \frac{ص^{١٢}}{١٢} \Big|_{٠}^{٨} = \frac{(٨)^{١٢}}{٢٤}$

علمي / ورقة ثانية

السؤال الخامس ⓑ $\int \frac{\text{س جتاس}}{\text{جاس . جاس}}$ د س $= \int$ س قتاس ظتاس د س

د ع = س ⟵ ع = قتاس ظتاس د س

د ص = د س ⟵ ص = قتاس

$= -$ س قتاس $+ \int$ قتاس . $\frac{(\text{قتاس} + \text{ظتاس})}{(\text{قتاس} + \text{ظتاس})}$ د س

$= -$ س قتاس $+ -$ لو $|\text{قتاس} + \text{ظتاس}| + \text{ه}$ لأنه يبدأ مشتقه بقام

ⓐ ق(س) = ٩س − ٢س^{٣}

ه(س) = $\int$ (٩س − ٢س^{٣}) د س = $\frac{٩}{٢}$ س^{٢} − س^{٣} + ه

ص = ٤س عاس ⟵ المماس ⟵ ق(١) = −١ ، ه(١) = ٤ − ١ = ٣

ق(١) = ٩ − ٢ = −١ ⟵ ٩ = ٢

ه(١) = $\frac{٩}{٢}$ × ٢ − ١ + ه = ٣ ⟵ ه = ٣

ه(س) = س^{٣} − س^{٢} + ٣

ⓑ مثال الكتاب (٤) ص ١٩١

السؤال السادس : ⓐ مثال (٧) ص ١٩٣

ⓒ $\int \frac{٢\text{س ق}(\text{م}(\text{س}^{٢}))}{\text{جتا}^{٢}\text{س}}$ د س

$\int \frac{٢\text{س ق}(\text{ظا}^{٢}\text{س})}{\text{جتا}^{٢}\text{س}}$ د س $= \int ٢\text{س ق}(\text{ظا}^{٢}\text{س})\ \text{قا}^{٢}\text{س}$ د س

ص = ظا^{٢}س ⟵ د ص = ٢س قا^{٢}س د س

$\int$ ق(ص) د ص $=$ ه(ص) + ه $= \frac{\text{ظا}^{٢}\text{س}}{\text{ظا}^{٢}\text{س} + ١} + \text{ه}$

علمى / ورقة ثانية

السؤال (د) السادس

$ص_1 + ص_2 + \frac{ص_3}{2} \rightarrow ص_4$

أ	أ	أ
أ	ب	د
أ+ب+د	د+أ+ب	ب+د+أ

نأخذ أ ، (ب+د+أ) عوامل مشتركة

أ	أ	أ
أ	ب	د
١	١	١

أ (ب+د+أ)

لأن $ص_1 = ص_2$

فيتم الحذف

" انتهت الإجابة "

الامتحان التجريبي للصف الثاني عشر للعام ٢٠٢١/٢٠٢٢م

دولــة فلسطــين | الفـــرع: العلمي | مدة الامتحان: ساعتان ونصف

وزارة التربيــة والتعليــم العالــي | المبحـث: الرياضيات / ورقة ثانية | مجموع العلامات: (١٠٠)

مديرية التربية والتعليم شرق خانيونس | التاريخ: / /٢٠٢٢ م

اسم الطالب/ـة: ..... الشعبة: .....

القسم الأول: يتكون هذا القسم من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة: **(٣٠ علامة)**

١. إذا كانت $\frac{1}{2}$ أ $= \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ -\frac{1}{2} & -١ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة المصفوفة أ^{٢}؟

أ) $\begin{bmatrix} ١٦ & ٤ \\ ٤ & ١ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ٠ & -١ \\ ٠ & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ج) و$_{٢}$ د) $\begin{bmatrix} ١٦ & ٨ \\ -٨ & ٤ \end{bmatrix}$

٢. إذا كان $\frac{1}{3}$ س $\begin{bmatrix} ٩ & ٦ \\ -٩ & -٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ -٣ & -١ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة المصفوفة س؟

أ) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & ٠ \\ ٠ & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ٩ & ٦ \\ -٩ & -٣ \end{bmatrix}$

٣. ما قيمة $\int \frac{\text{ا}(\text{س})}{\text{ا}(\text{س}) - ١} \, \text{د س}$ ؟

أ) $\frac{2}{3}$ لـو$_{\text{هـ}} |\text{ا}(\text{س})^{٣} + ١| + \text{جـ}$ ب) $-\frac{2}{3}$ لـو$_{\text{هـ}} |١ - \text{ا}(\text{س})^{٣}| + \text{جـ}$

ج) لـو$_{\text{هـ}} |\text{ا}(\text{س}) + ١| + \text{جـ}$ د) $\frac{2}{3}$ ا$(\text{س})^{٣} + \text{جـ}$

٤. ما قيمة $\int ٢(١ - ٢\text{س})^{١٢} \, \text{د س}$؟

أ) $-\frac{1}{13}(١ - ٢\text{س})^{١٣} + \text{جـ}$ ب) $\frac{1}{13}(١ - ٢\text{س})^{١٣} + \text{جـ}$

ج) $-٨٤(١ - ٢\text{س})^{١١} + \text{جـ}$ د) $٢٤(١ - ٢\text{س})^{١١} + \text{جـ}$

٥. عند حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بمتغيرين وُجد أن : $٢|\text{أ}_{\text{س}}| = ١٢ ، |\text{أ}| - ٢|\text{أ}_{\text{ص}}| = ٠$،

$|-٢\text{أ}| = ٨$ فما قيمة س ، ص على الترتيب ؟

أ) $٣ ، \frac{1}{2}$ ب) $-٣ ، \frac{1}{2}$ ج) $٣ ، \frac{1}{2}$ د) $-٣ ، -\frac{1}{2}$

٦. إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٣ \\ -١ \end{bmatrix}$ ، $ب = [جـ \quad ٩]$ ، فما قيمة جـ التي تجعل المصفوفة $ب أ$ منفردة ؟

أ) ٣ ب) -٣ ج) ٠ د) أي عدد حقيقي

٧. إذا كان العنصر السابع في التجزئة المنتظمة $\sigma_{١٢}$ للفترة $[أ، ٧أ]$ يساوي ٨ فما قيمة الثابت أ ؟

أ) ٣٢ ب) $\frac{١٦}{٩}$ ج) ١٤ د) $\frac{٨}{٥}$

٨. إذا كان الاقتران ق(س) قابل للاشتقاق على ح، وكان ق(٠) = ٨ ، ق(-٢) = ٣ ، فما قيمة $\int_{٢}^{٣} هـ'(٤ - ٢س) ى س$ ؟

أ) $-\frac{٥}{٢}$ ب) -٥ ج) ٥ د) $\frac{٥}{٢}$

٩. إذا كان ق(س) =٢ ك س ، ك ∈ ح ، س ∈ $[-١، ٢]$، $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[-١، ٢]$ وكان

$$ر(\sigma_{ن}، هـ) = \frac{(٣ن - ٤)(٤ - ٣ن)}{٢ن}$$ ، فما قيمة ك ؟

أ) ٣ ب) -٣ ج) -١ د) ١

١٠. إذا كان م(س) ، هـ (س) معكوسين لمشتقة الاقتران المتصل ق(س)، وكان $\int_{-١}^{٢} (ر(س) - هـ(س)) ى س = ١٢$

، فإن $\int_{٢}^{-١} س (هـ(س) - ر(س)) ى س =$

أ) -١٢ ب) ١٢ ج) ٦ د) -٦

١١. إذا كان $\int_{٢س}^{\frac{\pi}{٢}} هـ(ص) ى ص = جا س + جـ$ ، وكان ق(س) متصلاً ، فإن قيمة ج؟

أ) ١ ب) -١ ج) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ د) $-\frac{١}{\sqrt{٢}}$

١٢. ما قيمة $\int_{٢}^{٤} \sqrt{-٩ + ١٢س - ٤س^{٢}} ى س$؟

أ) -٦ ب) ٦ ج) ١٢ د) -١٢

١٣. إذا كان $|\text{ه}(س)| \geq ٣$ ، وكان $\int_{-١}^{٢} \text{ه}(س)\,ى س \geq ٤\text{ه} - ٣ \geq ٢\text{ه} + ١$ ، فما قيمتي ٢ ، ه على الترتيب؟

أ) ٥ ، ٣ ب) ٣ ، -٥ ج) -٥ ، ٣ د) -٥ ، -٣

١٤. إذا كان $\text{ه}(س)$ اقتراناً متصلاً على ع ، وكان $\int (\text{ه}(س) + ٢)\,ى س = س^{٣} + ب س^{٢} + ٩$ ، $\text{ه}(١) = ٧$ ، فما قيمة الثابت ب ؟

أ) ٢ ب) ٦ ج) ٣ د) -١

١٥. إذا كان $\begin{vmatrix} ٣س & ٢ & ٢ \\ ٠ & -١ & ٢ \\ ٠ & ٠ & ٤ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٢ & ٤ \\ -٧ & س \end{vmatrix}$ ، فما قيمة س ؟

أ) ٢ ب) -٢ ج) ٣ د) ١

الاجابة النموذجية للامتحان التجريبي
2021 - 2022
المعد/ رياض صباح - بصفا باقي عشر علمي

السؤال الأول/

لكل فقرة/ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥

رمز الإجابة/ جـ أ ب أ جـ أ د ب جـ ب جـ جـ ب

السؤال الثاني/

أ) $\frac{1}{2}(6-2س) = صا$ ، $صا - س = 5$

$3 - س = صا$

$-س + صا = 5$ ← (٢)

$+س + صا = 13$ ← (١)

* تكتب بنظام مع المصفوفة $A \times ع = جـ$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} س \\ صا \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

* $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = (1\times1) - (1\times-1) = 1+1 = 2 \neq 0$

* $|A_س| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = (3\times1) - (1\times5) = 3-5 = -2$

* $|A_{صا}| = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = (1\times5) - (1\times3) = 5-3 = 2$

* $س = \frac{|A_س|}{|A|} = \frac{-2}{2} = -1$ ، $صا = \frac{|A_{صا}|}{|A|} = \frac{2}{2} = 1$ (٤)

حل النظام $[س، صا] = [-1، 4]$.

ب) طول الفترة الجزئية $= \frac{ب-أ}{ن} = \frac{4-(-2)}{ن} = \frac{6}{ن}$

$س_ر = س_{ر-1} + \frac{ب-أ}{ن} ر = -2 + \frac{6}{ن} ر$

$ص(س_ر^*) = ص(-2 + \frac{6}{ن} ر) = 6 - 2(-2 + \frac{6}{ن} ر) = 6 + 4 - \frac{12}{ن} ر = 10 - \frac{12}{ن} ر$

$م(ص، ن) = \frac{ب-أ}{ن} \times \sum_{ر=1}^{ن} ص(س_ر^*)$

$= \frac{6}{ن} \times \sum_{ر=1}^{ن} (10 - \frac{12}{ن} ر)$

$= \frac{6}{ن} \times 10\sum_{ر=1}^{ن} 1 - \frac{6}{ن} \times 12 \sum_{ر=1}^{ن} ر$

$= \frac{6}{ن} \times 10ن - \frac{72}{ن^2} \times \frac{ن(ن+1)}{2}$

$= 60 - \frac{36ن + 36}{ن}$

$\therefore \int_{-2}^{4} (6-2س)\,د س = \lim_{ن\to\infty} م(ص، ن) = \lim_{ن\to\infty} (60 - \frac{36ن+36}{ن})$

$= 60 - 36 = 24$ (٤)

بديلة/ $\int_{-2}^{4} (6-2س)\,د س = 6س - س^2 \Big|_{-2}^{4} = (24-16) - (-12-4)$

$= 8 + 16 = 24$ (٤)

#

تابع السؤال الثاني/

جـ) ① عندما $1 \le س \le هـ$.

$ت(س) = \int_1^س مـ(ص)\,د ص = \int_1^س لو_هـ ص \, د ص$ ← بالأجزاء

$مـ = لو_هـ ص \Rightarrow د مـ = \frac{1}{ص} د ص$

$د ع = د ص \Rightarrow ع = ص$

$= [ص لو_هـ ص]_1^س - \int_1^س \frac{ص}{ص} د ص$

$= س لو_هـ س - [ص]_1^س$

$= س لو_هـ س - (س - 1)$

$= س لو_هـ س - س + 1$

② عندما $هـ \le س \le ٣$.

$ت(س) = \int_{1+}^{هـ} مـ(ص)\,د ص + \int_هـ^س مـ(ص)\,د ص$

$= ت(هـ) + \int_هـ^س (\frac{1}{ص} - ٢ص)\,د ص$

$= (هـ لو_هـ هـ - هـ + 1) + [لو_هـ |ص| - ص^٢]_هـ^س$

$= 1 + (لو_هـ س - س^٢) - (لو_هـ هـ - هـ^٢)$

$= 1 + لو_هـ س - س^٢ - 1 + هـ^٢ = لو_هـ س - س^٢ + هـ^٢$.

$\therefore ت(س) = \begin{cases} س لو_هـ س - س + 1 & ، 1 \le س \le هـ \\ لو_هـ س - س^٢ + هـ^٢ & ، هـ \le س \le ٣ \end{cases}$

للتأكد من صحة الحل/ ① $ت(1) = 1 \times لو_هـ 1 - 1 + 1 = 0 - 1 + 1 = 0$ ✓

② نهـ $ت(س) = نهـ_{س \to هـ^+} (لو_هـ س - س^٢ + هـ^٢) = لو_هـ هـ - هـ^٢ + هـ^٢ = 1$

نهـ $ت(س) = نهـ_{س \to هـ^-} (س لو_هـ س - س + 1) = هـ لو_هـ هـ - هـ + 1 = هـ - هـ + 1 = 1$

$\therefore$ ت(س) متصل عند $س = هـ$ ✓

السؤال الثالث/

(أ) $\int \frac{هـ^س}{(٢ - هـ^س)(هـ^س - 1)} د س$

بالتعويض/ نفرض $ص = هـ^س$

$د ص = هـ^س د س$

$= ص د س$

$\frac{د ص}{ص} = د س$

$= \int \frac{ص}{(٢ - ص)(ص - 1)} \times \frac{د ص}{ص} = \int \frac{ص}{(٢ - ص)(ص - 1)} د ص$

بالكسور الجزئية: $\frac{ص}{(٢ - ص)(ص - 1)} = \frac{أ}{٢ - ص} + \frac{ب}{ص - 1}$،

$ص = أ(ص - 1) + ب(٢ - ص)$

عندما $ص = 1 \Leftarrow ب = 1$

عندما $ص = ٢ \Leftarrow أ = 1$

$\therefore \int \frac{هـ^س}{(٢ - هـ^س)(هـ^س - 1)} د س = \int \frac{1}{٢ - ص} د ص + \int \frac{1}{ص - 1} د ص$

$= -لو_هـ |٢ - ص| + لو_هـ |ص - 1| + جـ$

$= -لو_هـ |٢ - هـ^س| + لو_هـ |هـ^س - 1| + جـ$

$= لو_هـ \left|\frac{هـ^س - 1}{٢ - هـ^س}\right| + جـ$

تابع السؤال الثالث/

ب) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 4\,جا^2 س\,ظا س\,د س$. جا٢س = ٢ جا س جتا س.

$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 4\,(2\,جا س\,جتا س)\,ظا س\,د س = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 16\,جا^2 س\,جتا^2 س\,ظا س\,د س$

$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 16\,جا^2 س\,جتا^2 س\,د س$.

بالتعويض/

ع = جا س

د ع = جتا س د س

د س = $\frac{1}{جتا س}$ د ع.

$\therefore$ التكامل المحدود $= \int_{1}^{0} 16\,ع^2\,جتا^2 س \times \frac{1}{جتا س}\,د ع$.

$= \int_{1}^{0} 16\,ع^2 \times جتا^2 س\,د ع$

$= \int_{1}^{0} 16\,ع^2 \times (1 - جا^2 س)\,د ع$.

$= \int_{1}^{0} 16\,ع^2\,(1 - ع^2)\,د ع$

$= \int_{1}^{0} (16\,ع^2 - 16\,ع^4)\,د ع$.

$= \frac{16}{3}\,ع^3 - \frac{16}{5}\,ع^5 \Big|_1^0 = (\frac{16}{3} \times 0 - \frac{16}{5} \times 0) - (\frac{16}{3} - \frac{16}{5}) = \frac{32}{15}$.

عندما س = $\frac{\pi}{2}$

ع = جا $\frac{\pi}{2}$ = ١

عندما س = π

ع = جا π = ٠

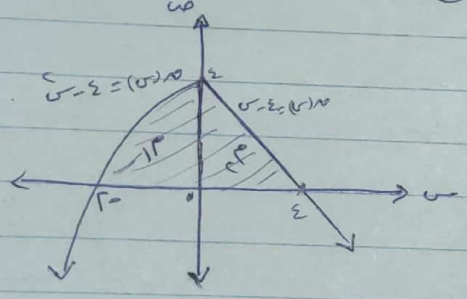
ب) نجد نقاط تقاطع منحنى د(س) مع محور السينات.

عندما س $\geq$ ٠.

د(س) = ٠ $\Leftarrow$ ٤ − س^2 = ٠ $\Leftarrow$ س^2 = ٤ $\Leftarrow$ س = ٢ ، س = −٢ مرفوضة.

عندما س < ٠.

د(س) = ٠ $\Leftarrow$ ٤ − س = ٠ $\Leftarrow$ س = ٤



* نجد نقاط تقاطع المنحنيين

٤ − س = ٤ − س^2 $\Leftarrow$ س = ٠ ، س = ١

س = ٠ ، ع = ٤ ، س = ١ ، ع = ٣

م$_1$ = $\int_{0}^{1} (4 - ع)\,د س$ + $\int_{1}^{4} (4 - س)\,د س$

$= 4س - \frac{س^2}{2} \Big|_0^1 + (4ص - \frac{ص^2}{2}) \Big|_1^4$

$= [(4 \times 1 - \frac{1}{2}) - (4 \times 0 - 0)] + [(4 \times 4 - \frac{16}{2}) - (4 \times 1 - \frac{1}{2})]$

$= (\frac{7}{2} + 0) + (8 - \frac{7}{2}) = \frac{7}{2} + \frac{9}{2} = 8$ وحدة مساحة.

م$_2$ = $\int_{1}^{2} (ع - 4)\,د ع$

$= \frac{ع^3}{3} - 4ع \Big|_1^2 = (\frac{8}{3} - 8) - (\frac{1}{3} - 4) = -\frac{7}{3} + \frac{9}{3} = \frac{2}{3}$ وحدة مساحة.

م = م$_1$ + م$_2$

$= 8 + \frac{2}{3} = \frac{26}{3}$ وحدة مساحة.

#

تابع السؤال ٢٥ /

جـ)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ س & ص & ع \\ ص ع & س ع & س ص \end{vmatrix} = (س-ص)(ع-ص)(ص-ع) .$$

نعدل ص ، ص

$$\text{المحدد} = \begin{vmatrix} ص ع & س ع & س ص \\ س & ص & ع \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad ع_1 - ع_2 .$$

$$= -1 \times \begin{vmatrix} ص ع - س ع & س ع & س ص \\ س - ص & ص - ع & ع \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -1 \times \begin{vmatrix} ع(ص-س) & س ع & س ص \\ س - ص & ص & ع \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

إخراج $(س-ص)$ عامل مشترك من $ع_1$.

$$= -1 \times (س-ص) \times \begin{vmatrix} -ع & س ع & س ص \\ 1 & ص & ع \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad ع_2 - ع_3 .$$

$$= -1 \times (س-ص) \times \begin{vmatrix} -ع & ص ع - س ص & س ص \\ 1 & ص - ع & ع \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$(ص-ع)$ عامل مشترك من $ع_2$.

$$= -1 \times (س-ص)(ص-ع) \times \begin{vmatrix} -ع & -س & س ص \\ 1 & 1 & ع \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad ع_1 - ع_2$$

إخراج $س-ع$ عامل مشترك من $ع_1$

$$= -1 \times (س-ص)(ص-ع) \times \begin{vmatrix} -ع+س & -س & س ص \\ 0 & 1 & ع \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -1 \times (س-ص)(ص-ع)(س-ع) \times \begin{vmatrix} 1 & -س & س ص \\ 0 & 1 & ع \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -1 (س-ص)(ص-ع)(س-ع) \times 1$$

$$= -1 \times -1 (س-ص)(ص-ع)(ع-س)$$

$$= (س-ص)(ع-س)(ص-ع) \quad \#$$

القسم الثاني/

السؤال الرابع/

١. $\text{لـ}(٤) = ١٢$ ، $\text{لـ}(٢) = ٣$.

نفرض $\text{هـ}(س) = \frac{\text{لـ}(س)}{س}$ $\Leftarrow$ $\text{هـ}'(س) = \frac{س\,\text{لـ}'(س) - \text{لـ}(س)}{س^٢}$.

$$\therefore \int_{٢}^{٤} \frac{س\,\text{لـ}'(س) - \text{لـ}(س)}{س^٢}\,دس = \int_{٢}^{٤} \text{هـ}'(س)\,دس = \Big[\text{هـ}(س)\Big]_{٢}^{٤} = \text{هـ}(٤) - \text{هـ}(٢)$$

$$= \frac{\text{لـ}(٤)}{٤} - \frac{\text{لـ}(٢)}{٢} = \frac{١٢}{٤} - \frac{٣}{٢} = ٣ - \frac{٣}{٢} = \boxed{\frac{٣}{٢}}$$

#

٢. طول الفترة الجزئية $= \frac{ب-١}{٥}$.

$س_ر = س_{ر-١} + \frac{ب-١}{٥} = ١ + \frac{ب-١}{٥}ر$.

$\text{هـ}(س_ر) = \text{هـ}\left(١ + \frac{ب-١}{٥}ر\right) = ٥\left(١ + \frac{ب-١}{٥}ر\right) - ٢ = ٥ + (ب-١)ر - ٢ = ٢ + (ب-١)ر$.

$$م(\text{كـ}، \text{هـ}) = \frac{ب-١}{٥} \times \sum_{ر=١}^{٥} \text{هـ}(س_ر)$$

$$م(\text{كـ}، \text{هـ}) = \frac{ب-١}{٥} \times \sum_{ر=١}^{٥} [٣ + (ب-١)ر]$$

$$٣٦ = \frac{ب-١}{٥} \times \left[\sum_{ر=١}^{٥} ٣ + (ب-١)\sum_{ر=١}^{٥} ر\right]$$

$$\sum_{ر=١}^{ن} ر = \frac{ن(ن+١)}{٢}$$

$$\sum_{ر=١}^{٥} ر = \frac{٥(٥+١)}{٢} = \boxed{١٥}$$

$$٣٦ = \frac{ب-١}{٥} \times [٣ \times ٥ + (ب-١) \times ١٥]$$

$$= \frac{ب-١}{٥} [١٥ + ١٥ب - ١٥]$$

$$٣٦ = \frac{ب-١}{٥} \times ١٥ب^٢$$

$$٣٦ = ٣ب^٢ - ٣ب \Leftarrow ب^٢ - ب - ١٢ = ٠$$

$$(ب-٤)(ب+٣) = ٠ \Leftarrow \boxed{ب = ٤}$$ ، $ب = -٣$ مرفوضة

#

٣. $ب - ٩ = \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ -١ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -١ & ١ \end{bmatrix}$

$|ب - ٩| = (١ \times ١) - (٠ \times -١) = \boxed{١}$

$(ب-٩)^{-١} = \frac{١}{١}\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ١ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$.

$(ب-٩)^{-١}س + ص = ٩$

$\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٦ \\ ٢ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} س \\ س + ص \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٦ \\ ٢ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} س \\ س + ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٦ \\ ٢ \end{bmatrix}$

$س = -٦ \Leftarrow س = -٦ \times \frac{٢}{٣} = \boxed{-٤}$

$س + ص = ٢ \Leftarrow -٤ + ص = ٢ \Leftarrow \boxed{ص = ٤}$.

#

السؤال الخامس /

أ) ١- ت (س) متصل في [٠، ٥]

∴ ت (س) متصل عند س = ٢

∴ نهـ ت (س) = نهـ ت (س) ⇐ ٤ + ٤ب = ٨ + ٢أ ⇐ ب - أ = ١ ← (١)
س ← ٢⁻ ، س ← ٢⁺

∴ هـ (س) متصل ⇐ هـ (س) = ت′ (س)

$$= \begin{cases} ٢س + ٢ب & ، ٠ < س < ٢ \\ ٣س^{٢} & ، ٢ < س < ٥ \end{cases}$$

هـ (٢)⁺ = هـ (٢)⁻

٢ × (٢)^٢ = ٢ × ٢ + ٢ب ⇐ ١٢ = ٤ + ٢ب ⇐ ب = ٤

بتعويض في (١) ⇐ أ = ٣

٢- هـ (٤) = ٢ × ٤^٢ = ٢ × ١٦ = ٣٢

$$\int_{٢}^{٥} هـ(س)\,دس = ت(٥) - ت(٢)$$

$$= (٥)^{٣} + ١٢) - ((٣)^{٢} + ١٢)$$

$$= (١٢٥ + ١٢) - (٩ + ١٢)$$

$$= ١٣٧ - ٢١ = ٩٦$$

#

$$ت(س) = \begin{cases} س^{٢} + ٨س & ، ٠ \leq س < ٢ \\ ٣س^{٢} + ١٢ & ، ٢ \leq س \leq ٥ \end{cases}$$

ب- ع (٠) = ٣٦ قدم/ث

ت = -٣٢ قدم/ث^٢

ع = ∫ ت (ن) دن

= ∫ -٣٢ دن

= -٣٢ن + جـ

ع (٠) = ٣٦ ⇐ -٣٢ × ٠ + جـ = ٣٦ ⇐ جـ = ٣٦

ع (ن) = -٣٢ن + ٣٦

ف (ن) = ∫ ع (ن) دن

= ∫ (-٣٢ن + ٣٦) دن

= -١٦ن^٢ + ٣٦ن + جـ

ف (٠) = ٨٠ ⇐ -١٦ × ٠^٢ + ٣٦ × ٠ + جـ = ٨٠ ⇐ جـ = ٨٠
سطح الأرض

∴ ف (ن) = -١٦ن^٢ + ٣٦ن + ٨٠

سطح الأرض

يصل الجسم لأقصى ارتفاع عندما ع = ٠ ⇐ -٣٢ن + ٣٦ = ٠ ⇐ ن = ٢،٥

∴ أقصى ارتفاع عن سطح الأرض = ف (٢) = -١٦ × ٢^٢ + ٣٦ × ٢ + ٨٠

= -٦٤ + ١٢٨ + ٨٠ = ١٤٤ قدم

#

السؤال السادس :-

أ) $\int (٤-٢س) \log_{هـ}(٢س-٤)\, دس$.

بالتعويض /

نضع $ص = ٢س - ٤$

$دص = ٢ دس \Leftarrow دس = \frac{١}{٢} دص$.

$\therefore$ التكامل المطلوب $= \int -(٢س-٤) \log_{هـ}(٢س-٤)\, دس$

$= \int - ص \log_{هـ} ص \times \frac{١}{٢} دص$.

$= \int -\frac{١}{٢} ص \log_{هـ} ص\, دص$.

بالتجزئ /

$ع = \log_{هـ} ص$ $\quad$ $دع = -\frac{١}{٢} ص\, دص$.

$دع = \frac{١}{ص} دص$ $\quad$ $ع = \frac{ص^{٢}}{٤}$

$\therefore$ التكامل $= -\frac{١}{٤} ص^{٢} \log_{هـ} ص + \int \frac{١}{٤} \frac{ص^{٢}}{ص} دص$.

$= -\frac{١}{٤} ص^{٢} \log_{هـ} ص + \frac{١}{٤} \int ص\, دص$.

$= -\frac{١}{٤} ص^{٢} \log_{هـ} ص + \frac{١}{٨} ص^{٢} + جـ$.

$= -\frac{١}{٤} (٢س-٤)^{٢} \log_{هـ}(٢س-٤) + \frac{١}{٨} (٢س-٤)^{٢} + جـ$.

#

ب) $\int_{١}^{٣} (٣ د(س) + ٨ هـ(س))\, دس = ٣٤$ $\quad$ $\int_{١}^{٣} د(س)\, دس = -١٠$ ، $\int_{٧}^{٢} هـ(س)\, دس = -١٠$

$\int_{١}^{٣} ٣ د(س)\, دس + \int_{١}^{٣} ٨ هـ(س)\, دس = ٣٤$

$\Leftarrow \int_{١}^{٢} ٣ د(س)\, دس + ٨ \times -١٠ = ٣٤ \Leftarrow \int_{١}^{٢} ٣ د(س)\, دس = ٣٤ + ٨٠ = ١١٤$

$\Leftarrow \int_{١}^{٢} د(س)\, دس = ٣٨$

* نفرض $س - ٤ = ع \Leftarrow دس = دع$.

عندما $س = ٥ \Leftarrow ع = ١$ ، عندما $س = ١٢ \Leftarrow ع = ٨$

$\therefore \int_{٥}^{١٢} (د(س-٤) - ٢س + ١)\, دس = \int_{٥}^{١٢} د(س-٤)\, دس + \int_{٥}^{١٢} (-٢س + ١)\, دس$.

$= \int_{١}^{٨} د(ع)\, دع + (-ع^{٢} + س)\Big|_{٥}^{١٢}$

$= \int_{١}^{٢} د(ع)\, دع + \int_{٢}^{٨} د(ع)\, دع + ((-١٤٤ + ١٢) - (-٢٥ + ٥))$

$= ٥ \times ٨٣ + ١٠ \times ٥ + (-١٣٢ + ٣٠)$

$= ٤١٥ + ٥٠ + ١١٢ = ٣٩٧$

#

السؤال السابع /

أ) المصفوفة الممتدة $\overline{A}$ =

$$\left[\begin{array}{c|ccc} -٧ & ١ & ٢ & -٣ \\ ٧ & ٢ & -٣ & ١ \\ ٧ & ٠ & -١ & ٣ \end{array}\right] \xleftarrow{ص_٣ + (-٢ ص_١)} \left[\begin{array}{c|ccc} -٧ & ١ & ٢ & -٣ \\ ٢١ & ٠ & -٧ & ٧ \\ ٧ & ٢ & -١ & ٠ \end{array}\right] \xleftarrow{ص_٢ + (-\frac{١}{٧} ص_١)} \left[\begin{array}{c|ccc} -٧ & ١ & ٢ & -٣ \\ ٢١ & ٠ & -٧ & ٧ \\ ٤ & ٠ & ٢ & ٠ \end{array}\right]$$

$\therefore ٢ع = ٤ \Leftarrow ع = ٢$

$-٧ص + ٧ع = ٢١$

$-٧ص + ٧ \times ٢ = ٢١ \Leftarrow -٧ص + ١٤ = ٢١ \Leftarrow -٧ص = ٧ \Leftarrow ص = -١$

$س + ٢ص - ٢ع = -٧$

$س + ٢ \times -١ - ٢ \times ٢ = -٧$

$س - ٢ - ٦ = -٧ \Leftarrow س = -٧ + ٨ = ١$.

#

ب) اثبت أن $\int_{-٢}^{٢} \sqrt{٨ - ٢س^٢}$ دس ≥ ٨.

$-٢ \leq س \leq ٢$ بتربيع الأطراف.

$٠ \leq س^٢ \leq ٤$ بضرب أطراف المتباينة في -٢.

$-٨ \leq -٢س^٢ \leq ٠$ بإضافة ٨ لأطراف المتباينة

$٠ \leq ٨ - ٢س^٢ \leq ٨$ بأخذ الجذر لتكعيبين لأطراف المتباينة

$٠ \leq \sqrt{٨ - ٢س^٢} \leq ٢$ بأخذ التكامل للأطراف

$\int_{-٢}^{٢} ٠$ دس $\leq \int_{-٢}^{٢} \sqrt{٨ - ٢س^٢}$ دس $\leq \int_{-٢}^{٢} ٢$ دس

$٠ \leq \int_{-٢}^{٢} \sqrt{٨ - ٢س^٢}$ دس $\leq ٢(٢ - -٢)$

$٠ \leq \int_{-٢}^{٢} \sqrt{٨ - ٢س^٢}$ دس ≤ ٨

#

تم بحمد الله وتوفيقه.

مديرية التربية والتعليم – رفح

إجابة النموذج الاسترشادي للعام الدراسي ٢٠٢١-٢٠٢٢م

المبحث: الرياضيات – الفرع العلمي– الورقة الثانية

إجابة السؤال الأول :

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
رمز الإجابة	ج	د	ج	ب	ب	أ	أ	ب	ج	ج	د	ب	ج	أ	د

إجابة السؤال الثاني :

(٩

$$ل = \frac{٩-٦}{ن} = \frac{٣-(-١)}{ن} = \frac{٤}{ن}$$

$$س_ن = -١ + \frac{٤}{ن} ر$$

$$م(س_ن) = م(-١ + \frac{٤}{ن} ر)$$

$$= ٨ - ٢(-١ + \frac{٤}{ن} ر)$$

$$= ١٠ - \frac{٨}{ن} ر$$

$$\therefore م(ن ، \frac{٤}{ن}) = ١٠ - \frac{٨}{ن} \sum_{ر=١}^{ن}$$

$$= \frac{٤}{ن} [١٠ن - \frac{٨}{ن} \times \frac{ن(ن+١)}{٢}]$$

$$= ٤ن - ٤$$

$$\therefore \lim_{ن \to \infty} م(ن ، \frac{٤}{ن}) = \lim_{ن \to \infty} ٤ن - ٤ = ٤ن - ٤ = ٤$$

$$\therefore \int_{-١}^{٣} (٨ - ٢س) د س = ٤$$

تابع إجابة السؤال الثاني :

ب)

$$\text{ق}(س) = \int (ج س^{-\frac{1}{4}} + س)\, دس = ج \times \frac{س^{\frac{3}{4}}}{\frac{3}{4}} + \frac{س^2}{2} + \text{جـ}_1$$

$$\text{ق}(س) = 8 س^{\frac{3}{4}} + \frac{1}{2} س^2 + \text{جـ}_1$$

$$\text{ق}(0) = 0 \Leftarrow 0 = 0 + 0 + \text{جـ}_1 \Leftarrow \text{جـ}_1 = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore \text{ق}(س) = 8 س^{\frac{3}{4}} + \frac{1}{2} س^2 - \frac{5}{2}$$

$$\text{ف}(س) = \int (3 س^{\frac{1}{4}} + \frac{1}{2} س - \frac{5}{2})\, دس = \frac{12}{7} س^{\frac{7}{4}} + \frac{1}{6} س^3 - \frac{5}{2} س + \text{جـ}_2$$

$$\text{ف}(3) = 22 \Leftarrow 22 = \frac{36}{7} + \frac{27}{6} - 15 + \text{جـ}_2$$

$$\Leftarrow \text{جـ}_2 = 0$$

$$\therefore \text{ف}(س) = \frac{12}{7} س^{\frac{7}{4}} + \frac{1}{6} س^3 - \frac{5}{2} س$$

$$\Rightarrow \text{ف}(6) = \frac{12}{7} \times 8 \sqrt{6} + \frac{1}{6} \times 6^3 - \frac{5}{2} \times 6 = 181 \text{ م}$$

ج)

$$(\text{د}^{-1} \times \text{ب})^{-1} = \text{ت}^{-1} \times \text{د} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$ بالضرب يميناً في ب

$$\Rightarrow \text{ب} \times \text{ب}^{-1} \times \text{د} = \text{ن} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow \text{د} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow \text{د}_2 = \text{د} \times \text{د} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 9 \\ 15 & 19 \end{bmatrix}$$

$$\therefore |\tfrac{1}{2} \text{د}_2| = \tfrac{1}{2} |\text{د}_2| = \tfrac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 15 & 19 \end{vmatrix}$$

$$= \tfrac{1}{2} (19 - 45) = 30 \tfrac{1}{2}$$

إجابة السؤال الثالث :

(أ) المصفوفة الموسعة

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 9 \\ 2 & 3 & 2 & \\ 1 & 3 & -1 & -4 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 9 \\ 0 & 5 & 6 & -16 \\ 0 & 4 & -5 & -13 \end{array}\right] \xleftarrow[\text{ص}_3 - \text{ص}_1]{\text{ص}_2 - 2\text{ص}_1}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 9 \\ 0 & 1 & \frac{6}{5} & -\frac{16}{5} \\ 0 & 4 & -5 & -13 \end{array}\right] \xleftarrow{\frac{1}{5}\text{ص}_2}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 9 \\ 0 & 1 & \frac{6}{5} & -\frac{16}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{49}{5} & -\frac{1}{5} \end{array}\right] \xleftarrow{\text{ص}_3 - 4\text{ص}_2}$$

بذلك نكون حصلنا على مصفوفة مثلثية علوية

$$\therefore -\frac{49}{5}ع = -\frac{1}{5} \Leftarrow ع = \boxed{1}$$

$$، \quad ص - \frac{6}{5}ع = -\frac{16}{5} \rightarrow ص - \frac{6}{5}\times 1 = -\frac{16}{5} \rightarrow ص = \boxed{-2}$$

$$، \quad س - ص + 4ع = 9 \rightarrow س - (-2) + 4\times 1 = 9$$

$$\rightarrow س = \boxed{3}$$

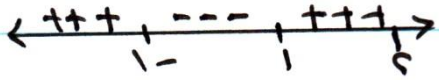
(ب)

$$ق(س) = 3س^2 + 4 \quad ، \quad س \in [1, 2]$$

$$، \quad هـ(س) = 2س^2 + 5 \quad ، \quad س \in [1, 2]$$

$$ق(س) - هـ(س) = 3س^2 + 4 - (2س^2 + 5) = س^2 - 1$$

نبحث إشارة $ق(س) - هـ(س)$



$$\therefore ق(س) - هـ(س) \geq \text{صفر} \quad \text{لكل } س \in [1, 2]$$

$$\Leftarrow ق(س) \geq هـ(س) \quad \text{لكل } س \in [1, 2]$$

$$\therefore \int_1^2 (3س^2 + 4)\,د س \geq \int_1^2 (2س^2 + 5)\,د س$$

تابع إجابة السؤال الثالث:

ج)

1) $\int \frac{\ln s}{(s-1)^2}\,ds$

باستخدام التكامل بالأجزاء

$u = \ln s \qquad dv = (s-1)^{-2}\,ds$

$du = \frac{1}{s}\,ds \qquad v = \frac{(s-1)^{-1}}{-1} = \frac{-1}{(s-1)}$

$\therefore \int \frac{\ln s}{(s-1)^2}\,ds = \frac{-\ln s}{(s-1)} + \int \frac{1}{s(s-1)}\,ds \quad (*)$

$\int \frac{1}{s(s-1)}\,ds$ باستخدام الكسور الجزئية

$\frac{1}{s(s-1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s-1}$

$1 = A(s-1) + Bs$

بوضع $s=0 \Rightarrow 1 = -A \Rightarrow A = -1$

بوضع $s=1 \Rightarrow 1 = B$

$\therefore \int \frac{1}{s(s-1)}\,ds = -\int \frac{1}{s}\,ds + \int \frac{1}{s-1}\,ds$ $(*)$

$\therefore \int \frac{\ln s}{(s-1)^2} = \frac{-\ln s}{s-1} - \ln|s| + \ln|s-1| + c$

---

2) $\int \frac{(s + \sqrt{3s+1})^2}{\sqrt{3s+1}}\,ds$ باستخدام التكامل بالتعويض

نفرض $y = s + \sqrt{3s+1} \Rightarrow dy = 1 + \frac{3}{2\sqrt{3s+1}}\,ds$

وبتوحيد المقامات $dy = \left(\frac{\sqrt{3s+1}}{\sqrt{3s+1}} + \frac{3}{2\sqrt{3s+1}}\right)ds$

$\Rightarrow dy = \frac{2s + 2\sqrt{3s+1} + 3}{2\sqrt{3s+1}}\,ds$

$\Rightarrow dy = \frac{y}{\sqrt{3s+1}}\,ds \Rightarrow ds = \frac{\sqrt{3s+1}}{y}\,dy$

$\Rightarrow$ التكامل المطلوب $= \int \frac{y^2}{\sqrt{3s+1}} \times \frac{\sqrt{3s+1}}{y}\,dy$

$= \int y\,dy = \frac{y^2}{2} + c = \frac{(s + \sqrt{3s+1})^2}{2} + c$

إجابة السؤال الرابع :

أ)

$\because$ ت(م) = ٠ $\Leftarrow$ $م^3 + 8 = 0$ $\Leftarrow$ $م = -2$

$\because$ ت(س) متصل عند س = ٢ $\therefore$ ت(٢)$^-$ = ت(٢)$^+$

$\Leftarrow$ $(2)^3 + 8 = ب(2)^2 + ب$ $\Leftarrow$ $4ب + ب = -16$ ... (١)

$$ه(س) = ت'(س) = \begin{cases} 3س^2 & ، \ 0 < س < 2 \\ ب & ، \ 2 < س < 5 \end{cases} $$

$\because$ ه(س) متصل عند س = ٢

$\therefore$ $\lim_{س \to 2^-}$ ه(س) = $\lim_{س \to 2^+}$ ه(س)

$\Leftarrow$ $3(2)^2 = ب(2)$ $\Leftarrow$ $ب = 3$

ومن (١) $\therefore$ $ب = -4$

ب)

$س + (م س^{-1})^{-1} = ب$ $\Leftarrow$ $س + س م^{-1} = ب$

$\Leftarrow$ $س(م + م^{-1}) = ب$

$$\Leftarrow س \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow س \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$

بالضرب يساراً في $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$

$$\Leftarrow س \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \times \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow س = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$$

إجابة السؤال الخامس :

أ) $\text{ق}'(س) = \int -٤ جتا٢س \, د س$

$\text{ق}(س) = -٢ جا٢س + جـ١$

نقطة صغرى محلية $(\frac{\pi}{٢}، -٢)$

$\therefore \text{ق}(\frac{\pi}{٢}) = -٢$ ، $\text{ق}'(\frac{\pi}{٢}) = ٠$

$\therefore \text{ق}'(\frac{\pi}{٢}) = -٢ جا\pi + جـ١$

$٠ = ٠ + جـ١ \Leftarrow$ جـ١ = ٠

$\therefore \text{ق}'(س) = -٢ جا٢س$

$\text{ق}(س) = \int -٢ جا٢س \, د س$

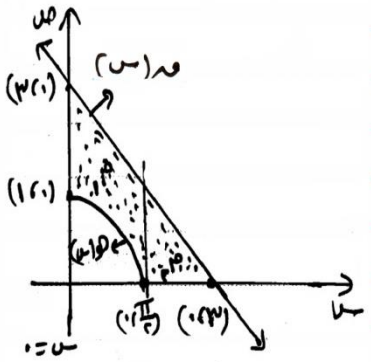
$\Leftarrow \text{ق}(س) = جتا٢س + جـ٢$

$\therefore \text{ق}(\frac{\pi}{٢}) = -٢$

$\therefore -٢ = جتا\pi + جـ٢ \Leftarrow$ جـ٢ = -١

$\therefore \text{ق}(س) = جتا٢س - ١$

ب)



$م_١ = \int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} (٣ - س - جتا٢س) \, د س$

$= [٣س - \frac{س^٢}{٢} - \frac{١}{٢} جا٢س]_{٠}^{\frac{\pi}{٤}}$

$= \frac{٣\pi}{٤} - \frac{\pi^٢}{٣٢} - ١$

$م_٢ = \int_{\frac{\pi}{٤}}^{٣} (٣ - س) \, د س$

$= [٣س - \frac{س^٢}{٢}]_{\frac{\pi}{٤}}^{٣} = \frac{٩}{٢} - ٣\pi + \frac{\pi^٢}{٣٢}$

$م = م_١ + م_٢ = \frac{٣\pi}{٤} - \frac{\pi^٢}{٣٢} - ١ + \frac{٩}{٢} - ٣\pi + \frac{\pi^٢}{٣٢} = ٣,٥$ وحدة مربعة

إجابة السؤال السادس :

(أ)

بفرض $ص = ٣س$ ، عندما $س = ١ \leftarrow ص = ٣$

$د ص = ٣ د س$ ، عندما $س = ٢ \leftarrow ص = ٦$

$$\therefore \int_{١}^{٢} س \, ق(٣س) \, د س = \int_{٣}^{٦} \frac{١}{٣} ص \, ق(ص) \cdot \frac{د ص}{٣}$$

$$= \frac{١}{٩} \int_{٣}^{٦} ص \, ق(ص) \, د ص \quad (*)$$

$$\int_{٣}^{٦} ص \, ق(ص) \, د ص$$

$ع = ق(ص) د ص$ ، $م = ص$

$د ع = ق(ص) د ص$ ، $د م = د ص$

$$\int_{٣}^{٦} ص \, ق(ص) \, د ص = ص \, ع(ص) \Big|_{٣}^{٦} - \int_{٣}^{٦} ع(ص) \, د ص$$

$$= ٦ \, ع(٦) - ٣ \, ع(٣) - ٩$$

$$= ٦ \times ٥ - ١ \times ٣ - ٩$$

$$= ١٨$$

$\therefore$ التكامل المطلوب $= \frac{١}{٩} \times ١٨ = ٢$ (*) س

(ب)

$$\begin{vmatrix} ب ج + ج ب & ج ج + ب ب & ب ب + ج ب \\ ب & ج + ب & ب \\ ج & ج & ب + ج \end{vmatrix} \xleftarrow{(ص + ص) + ص}$$

بإخراج (٢) عامل مشترك من $ص_١$

$$٢ \leftarrow \begin{vmatrix} ب + ج & ج + ب & ب + ج \\ ب & ج + ب & ب \\ ج & ج & ب + ج \end{vmatrix} \xleftarrow{ص - ص_٣}$$

$$٢ \leftarrow \begin{vmatrix} ب & ب & ب \\ ج & ج + ب & ب \\ ج & ج & ب + ج \end{vmatrix} \xleftarrow{ص_٢ - ص_١} ٢ \begin{vmatrix} ب & ب & ٠ \\ ج & ج + ب & ب \\ ج & ج & ب + ج \end{vmatrix}$$

إجابة السؤال السابع :

ب)

$$\int_{-1}^{2} س\, هـ^{(-٤س-٣)}\, د س$$

نفرض $ص = -٤س - ٣$ ، $د ص = -٤ د س$ ، $د س = \frac{د ص}{-٤}$

عندما $س = -١$ فإن $ص = ١$ ، عندما $س = ٢$ فإن $ص = -١١$

$$\therefore \int_{-1}^{2} س\, هـ^{(-٤س-٣)}\, د س = \int_{١}^{-١١} س\, هـ^{ص} \times \frac{د ص}{-٤}$$

$$= \frac{١}{٤} \int_{-١١}^{١} هـ^{ص}\, د ص \quad (*)$$

$$\int_{-١١}^{١} هـ^{س}\, د س = ٤ ، ٣ = ١ - ٤ = -١١ هـ^{-١١} - هـ^{١}$$

$$\therefore ٣ = ٣ + ٣ = \int_{-١١}^{١} هـ^{س}\, د س + \int_{-١}^{١} هـ^{س}\, د س = \int_{-١١}^{١} هـ^{س}\, د س$$

$$= ٤ + (-١١) = -٧$$

$$\therefore \int_{-١١}^{١} هـ^{س}\, د س = -٧$$

بالتعويض في $(*)$

$$\therefore \text{التكامل المطلوب} = \frac{١}{٤} \times (-٧) = -\frac{٧}{٤}$$

تابع إجابة السؤال السابع :

ب)

$(س\,ب)^{-1} = \frac{1}{|ب|}$ ادج $\Leftarrow$ $ب^{-1} س^{-1} = ب \times \frac{1}{|ب|}$

بالضرب يميناً في ب

$\Leftarrow$ $ب ب^{-1} س^{-1} = ب \times ب \times \frac{1}{|ب|}$

$\Leftarrow$ $س^{-1} = ب^2 \times \frac{1}{|ب|}$ (*)

$\because |ب| = 6 \times 2 - (-3) \times 1 = 12 \neq 0$

$\therefore ب^{-1} = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$

$ب = \frac{1}{12} \times 2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$

$ب = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$

$ب^2 = ب \times ب = \frac{1}{36} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{36} \begin{bmatrix} -3 & 9 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$

من (*) $س^{-1} = \frac{1}{36} \begin{bmatrix} -3 & 9 \\ -6 & -3 \end{bmatrix} \times 12 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -3 & 9 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$

$(س^{-1})^{-1} = (\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -3 & 9 \\ -6 & -3 \end{bmatrix})^{-1}$

$\Leftarrow$ $س = 3 \times \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -3 & -6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$

$\Leftarrow$ $س = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -3 & -6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

تم بحمد الله