إجابة / أسرار إبراهيم الشيخ

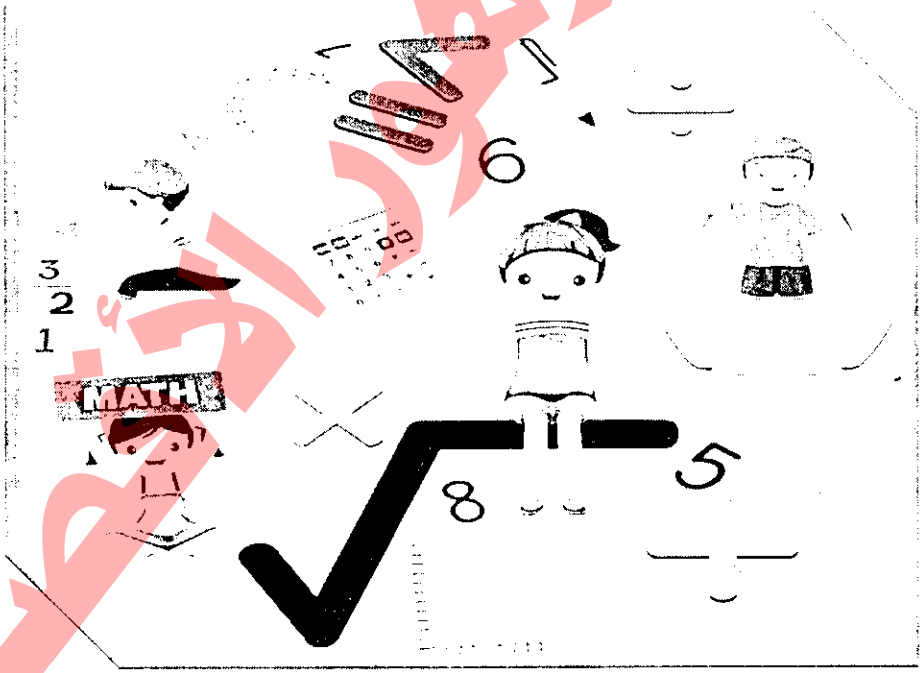
وكالة الغوث الدولية - الأونروا
دائرة التربية والتعليم - غزة
مركز التطوير التربوي
وحدة التطوير المهني والمنهاج

9

التاسع

بطاقات التعلم الذاتي

الرياضيات



الفصل الدراسي الأول

للعام الدراسي 2021/2020م

مكتبة زهرة الأقصى

بطاقة رقم (١٧)

الموضوع: المسافة بين نقطتين

الهدف: ١) يتعرف قانون حساب المسافة بين نقطتين.

٢) يجد المسافة بين نقطتين.

٣) يجد إحداثيات أحد طرفي قطعة مستقيمة إذا علم طولها والطرف الآخر.

تمهيد: جد ناتج ما يلي:

٣- ٥ = ٢- ٢ - ٤- = ٦ ٠ - ٣ = ٣-

٤- - ٧ = ١١- ٩- - ٦- = ٣- ٥- + ٥ = صفر

أكمل:

٥ ٢ = ٢٥ ٤ ٢ = ١٦ ٦- ٢ = ٣٦ ٨- ٢ = ٦٤

٦٤ = ٨ ١٠٠ = ١٠ ٩ = ٣ ٤٩ = ٧

أتعلم: إذا كان أ(س١، ص١) ، ب(س٢، ص٢) نقطتين في المستوى الديكارتي فإن المسافة بين النقطتين أ، ب يعطى بالقانون أ ب = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

ملاحظة: طول القطعة المستقيمة أ ب هو المسافة بين النقطتين أ، ب.

مثال(١): جد المسافة بين النقطتين أ، ب بحيث أ(٣، ٢) ، ب(٧، ٥)

الحل: أب = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

= $\sqrt{(٧ - ٣)^٢ + (٥ - ٢)^٢}$

= $\sqrt{(٤)^٢ + (٣)^٢}$ = $\sqrt{١٦ + ٩}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدات

تدريب(١): جد المسافة بين النقطتين أ، ب بحيث أ(٠، ٣) ، ب(٨، ٩)

الحل: أب = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

= $\sqrt{(٨-)^٢ + (٦)^٢}$ = $\sqrt{٦٤ + ٣٦}$ = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠

.....

.....

مكتبة زهور الأقصى

ملاحظة / $\sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

هذا القانون أيضاً صحيح.
لأن $(س_2 - س_1)^2 = (س_1 - س_2)^2$
و $(ص_2 - ص_1)^2 = (ص_1 - ص_2)^2$

مثال(٢): إذا علمت أن م(٢، −٣) ، ن(−٤، −١) جد طول م ن.

الحل: م ن = $\sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

م ن = $\sqrt{(-٤ - ٢)^2 + (-١ - ٣)^2}$

م ن = $\sqrt{(-٦)^2 + (٢)^2}$

م ن = $\sqrt{٣٦ + ٤}$ = $\sqrt{٤٠}$ وحدة.

تدريب(٢): إذا علمت أن م(٣، −٤)، ن(٥، −٢) جد طول م ن.

الحل: م ن = $\sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

= .....

= .....

= .....

مثال(٣): إذا كانت المسافة بين النقطتين ك(−٢، ٣) ، ل(أ، ٧) تساوي ٥ وحدات. جد قيمة أ.

الحل: ك ل = $\sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

٥ = $\sqrt{(أ - -٢)^2 + (٧ - ٣)^2}$

٥ = $\sqrt{(أ + ٢)^2 + (٤)^2}$ (بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر التربيعي)

٢٥ = $(أ + ٢)^2$ + ١٦

$(أ + ٢)^2$ = ٢٥ − ١٦

$(أ + ٢)^2$ = ٩ (نأخذ الجذر التربيعي للطرفين)

$\sqrt{(أ + ٢)^2}$ = ± $\sqrt{٩}$

أ + ٢ = ± ٣

إذاً أ = −٢ + ٣ أو أ = −٢ − ٣

أ = ١ أ = −٥

تدريب(٣): إذا كانت المسافة بين النقطتين أ(−٣، −٤) ، ب(٥، هـ) تساوي ١٠ وحدات، جد قيمة هـ.

الحل:

$ب ا^2 = (س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2$

$١٠^2 = (٥ - -٣)^2 + (هـ - -٤)^2$

$١٠٠ = ٦٤ + (هـ + ٤)^2$ (بتربيع الطرفين)

$(هـ + ٤)^2 = ٣٦$ (نأخذ الجذر التربيعي)

$هـ + ٤ = \pm ٦$

$هـ + ٤ = ٦$ أو $هـ + ٤ = -٦$

$هـ = ٦ - ٤$ أو $هـ = -٦ - ٤$

$هـ = ٢$ أو $هـ = -١٠$

مكتبة زهور الأقصى

بطاقة رقم (١٨)

الموضوع: إحداثيات نقطة منتصف قطعة مستقيمة.

الهدف: ١) يتعرف إحداثيات نقطة منتصف قطعة مستقيمة.

٢) يجد إحداثيات نقطة منتصف قطعة مستقيمة.

٣) يجد إحداثيات أحد طرفي قطعة مستقيمة إذا عُلم نقطة منتصفها والطرف الآخر.

تمهيد: جد ناتج:

٢+ -٣= -١ ٥- + ٤- = -٩ ٦- + ٠ = -٦ -٢ + ٢- = -٤

أكمل: إذا كان (س، ٥) = (-٢، ص) فإن س= ...، ص= ...

أتعلم:

إذا كان أ(س١، ص١)، ب(س٢، ص٢) نقطتين في المستوى الديكارتي، فإن إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة أ ب = $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$

مثال(١): إذا علمت أن أ(٨، ٣) ، ب(-٤، ٧) ، جـ منتصف أ ب، جد إحداثيات النقطة جـ

الحل: إحداثيات النقطة جـ = $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$

$= \left(\frac{٣ + ٧}{٢} ، \frac{٨ + (-٤)}{٢}\right)$

$= \left(\frac{١٠}{٢} ، \frac{٤}{٢}\right) = (٥ ، ٢)$

تدريب(١): إذا علمت أن أ(٩، ٣)، ب(٥، ١) ، جـ منتصف أ ب ، جد إحداثيات النقطة جـ.

الحل: إحداثيات النقطة جـ = $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$

= .....

= .....

= .....

مكتبة زهور الأقصى

تدريب(٢): إذا علمت أن جـ منتصف أ ب، جد إحداثيات النقطة جـ في الحالات التالية:

أ(٢، ٤) ، ب(٦، ٠)

أ(٧، −٥) ، ب(−٣، ٥)

مثال(٢): إذا كانت النقطة جـ (١، −٣) منتصف أ ب بحيث أ(١، ٢) ، جد إحداثيات النقطة ب

الحل: نفرض النقطة ب(س، ص)

إحداثيات نقطة المنتصف جـ = $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$

$= \left(\frac{١ + س}{٢} ، \frac{٢ + ص}{٢}\right)$ = (١، −٣)

إذاً: $\frac{١ + س}{٢} = ١$ (ضرب تبادلي)

١ + س = ٢

س = ٢ − ١ = ١

$\frac{٢ + ص}{٢} = -٣$ (ضرب تبادلي)

٢ + ص = −٦

ص = −٦ − ٢ = −٨

النقطة ب= (١، −٨)

تدريب(٣): إذا علمت أن النقطة هـ (٥، ٤) منتصف القطعة المستقيمة م ن بحيث م(٦، ٧)، جد إحداثيات النقطة ن.

الحل:

بطاقة (١٩)

الموضوع: ميل الخط المستقيم.

الهدف: ١) يتعرف ميل الخط المستقيم بدلالة نقطتين.

٢) يجد ميل الخط المستقيم بدلالة نقطتين.

٣) يتعرف ميل الخط المستقيم بدلالة الزاوية التي يصنعها المستقيم مع محور س+

٤) يجد ميل الخط المستقيم بدلالة الزاوية التي يصنعها مع محور س+

تمهيد: جد ناتج:

٣- ٨ = ٥ - ٤- ٦- = ١٠ - ٢- ٤- = ١٦ ٠ - ٤ = ٤-

أتعلم:

إذا كانت أ(س١، ص١)، ب(س٢، ص٢) نقطتان على المستقيم فإن :

ميل الخط المستقيم أ ب = التغير في الإحداثي الصادي / التغير في الإحداثي السيني

م = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ ، $س_٢ \neq س_١$

مثال(١): جد ميل المستقيم أب المار بالنقطتين أ(٣، ٤) ، ب(٠، -٢)

الحل: م = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

م = $\frac{٤ - (-٢)}{٣ - ٠} = \frac{٦}{٣} = ٢$

تدريب(١): جد ميل المستقيم أ ب المار بالنقطتين أ(٣، ٥) ، ب(٥، ٩)

الحل:

م = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٩ - ٥}{٥ - ٣} = \frac{٤}{٢} = ٢$

ملاحظة / أيضاً القانون $\frac{ص_١ - ص_٢}{س_١ - س_٢}$ صحيح لماذا الميل .

مكتبة زهور الأقصى

تدريب(٢) : جد ميل المستقيم ك ل المار بالنقطتين ك(-٤، ٣) ، ل (٠، ١)

الحل:

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{١ - ٣}{٠ - (-٤)} = \frac{-٢}{٤} = -\frac{١}{٢}$$

.....

.....

.....

تدريب(٣): جد ميل المستقيم المار بالنقطتين أ(٠، -١) ، ب(٦، -٧)

الحل:

$$م = \frac{-٧ - (-١)}{٦ - ٠} = \frac{-٦}{٦} = -١$$

.....

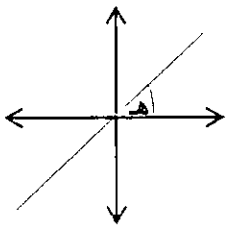
.....

.....

أتعلم:

ميل الخط المستقيم م = ظا هـ

بحيث هـ هي الزاوية التي يصنعها المستقيم مع محور السينات الموجب.



تذكر أن:

ظا ٣٠ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

ظا ٤٥ = ١

ظا ٦٠ = $\sqrt{٣}$

مثال(٢): جد ميل المستقيم الذي يصنع زاوية قياسها ٦٠ درجة مع محور السينات الموجب.

الحل: م= ظا هـ

م= ظا ٦٠ = $\sqrt{٣}$

تدريب(٤): جد ميل المستقيم الذي يصنع زاوية قياسها ٣٠ درجة مع محور السينات الموجب.

الحل:

$$م = \text{ظا } ٣٠ = \frac{١}{\sqrt{٣}}$$

.....

.....

ملاحظة: ميل الخط المستقيم الموازي لمحور السينات = صفر

ميل المستقيم الموازي لمحور الصادات = قيمة غير معرّفة.

مكتبة زهور الأقصى

بطاقة رقم (٢٠)

معادلة الخط المستقيم (ميل و مقطع صادي)

الهدف : إيجاد معادلة خط مستقيم بدلالة ميله و مقطعه الصادي .

معادلة الخط المستقيم الذي ميله م ، مقطعه الصادي جـ هي :

ص = م س + جـ

* المقطع الصادي هو مقدار ما يقطعه المستقيم من محور الصادات .

مثال : جد معادلة المستقيم الذي ميله = ٤ و مقطعه الصادي = ٣

الحل :

م = ٤ ، جـ = ٣

إذا معادلة المستقيم هي : ص = م س + جـ

ص = ٤ س + ٣

تمرين (١) : جد معادلة المستقيم الذي ميله = ٥ و مقطعه الصادي = ٧

ص = م س + جـ ، ص = ٥ س + ٧

تمرين (٢) : جد معادلة المستقيم الذي ميله = ٢ و مقطعه الصادي = -٤

ص = ٢ س - ٤

تمرين (٣) : جد معادلة المستقيم الذي ميله = -٣ و مقطعه الصادي = ٦

ص = -٣ س + ٦

تمرين (٤) : جد معادلة المستقيم الذي ميله = -١ و مقطعه الصادي = -٩

ص = -س - ٩

مكتبة زهور الأقصى

بطاقة رقم (٢١)

معادلة الخط المستقيم (ميل و نقطة)

الهدف : إيجاد معادلة خط مستقيم بدلالة ميله و نقطة يمر بها .

معادلة الخط المستقيم الذي ميله م ، و يمر بالنقطة (س ١ ، ص ١) هي :

ص = م (س – س ١) + ص ١

مثال : جد معادلة المستقيم الذي ميله = ٢ و يمر بالنقطة (٣ ، ٥)

الحل :

معادلة المستقيم هي : ص = م (س – س ١) + ص ١

ص = ٢(س - ٣) + ٥

ص = ٢س – ٦ + ٥

ص = ٢ س – ١

تمرين (١) : جد معادلة المستقيم الذي ميله = ٣ و يمر بالنقطة (٤ ، ٢)

ص = م (س - س ١) + ص ١

ص = ٣ (س - ٤) + ٢

ص = ٣ س - ١٢ + ٢

ص = ٣ س - ١٠

تمرين (٢) : جد معادلة المستقيم الذي ميله = ٢ و يمر بالنقطة (- ٥ ، ٣)

ص = ٢ (س - (-٥)) + ٣

ص = ٢ س + ١٠ + ٣

ص = ٢ س + ١٣

تمرين (٣) : جد معادلة المستقيم الذي ميله = -٣ و يمر بالنقطة (٨ ، -٧)

ص = -٣ (س - ٨) + (-٧)

ص = -٣ س + ٢٤ - ٧

ص = -٣ س + ١٧

تمرين (٤) : جد معادلة المستقيم الذي ميله = - ٦ و يمر بالنقطة (- ٢ ، - ٣)

ص = -٦ (س - (-٢)) + (-٣)

ص = -٦ س - ١٢ - ٣

ص = -٦ س - ١٥

مكتبة زهور الأقصى

بطاقة رقم (٢٢)

الموضوع / بناء الجدول التكراري

الهدف /

١) أن يتعرف إلى مفهوم طول الفئة .

٢) أن يتعرف إلى مفهوم الفئة .

٣) أن يجد طول الفئة إذا علم عددها .

٤) أن يفرغ البيانات في جدول تكراري .

تمهيد /

أتذكر : المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

جد المدى للقيم التالية : ٥ ، ١١ ، ٦ ، ٢٠

المدى = ...أكبر قيمة..... - .....أصغر قيمة..... = ...٢٠..... - .....٥..... = ...١٥.....

مثال (١)

تمثل البيانات التالية علامات ٢٠ طالب في الصف التاسع في مادة العلوم

٣٠	٢٤	٢٣	١٢	٢٢	٢٥	١٠	٢٨	١٤	١٨
٢٩	٢٠	٢٦	٢٤	٢٢	١٧	١٦	١٨	١٣	١٧

أكمل ما يلي :

١) مدى العلامات = أكبر قيمة – أصغر قيمة = ٣٠ - ١٠ = ٢٠

٢)عدد العلامات التي تبدأ من ١٠ و تنتهي عند ١٦ هو ٥

٣) عدد العلامات التي تبدأ من ١٧ و تنتهي عند ٢٣ هو ٨

٤) عدد العلامات التي تبدأ من ٢٤ و تنتهي عند ٣٠ هو ٧

تدريب (١)

تمثل البيانات التالية علامات ١٥ طالب في الصف العاشر في مادة الرياضيات

١٣	٩	١٢	٨	١٨
٢	١٤	١٣	١٧	١٢
١٩	٢٠	١٦	١٥	١٥

أكمل ما يلي :

١) مدى العلامات = ...أكبر قيمة... – ...أصغر قيمة... = ...٢٠..... - .....٥..... = ...١٥.....

٢) عدد العلامات التي تبدأ من ٥ و تنتهي عند ٩ هو .....٣.....

٣) عدد العلامات التي تبدأ من ١٠ و تنتهي عند ١٤ هو .....٥.....

٤) عدد العلامات التي تبدأ من ١٥و تنتهي عند ٢٠ هو .....٧.....

مكتبة زهور الأقصى

طول الفئة = المدى / عدد الفئات

الفئة: هي مجموعة تحوي عدداً من القيم المتقاربة.

مثال (٢) تمثل البيانات التالية أوزان ١٥ طالب بالصف الأول الابتدائي

١٥	١٧	٢٠	٢٥	٣٠
٢٩	٢٨	٢٧	١٨	٢٠
٢٨	٢٩	٢١	٢٢	٢٤

كيف يمكن تصنيف البيانات إلى أربع فئات :

١) إيجاد مدى البيانات = أكبر قيمة – أصغر قيمة = ٣٠ – ١٥ = ١٥

٢) إيجاد طول الفئة = المدى ÷ عدد الفئات = ١٥ ÷ ٤ ≈ ٤

ملاحظة : إذا كان الناتج في طول الفئة عدداً عشرياً ، يفضل أن يقرب إلى العدد الصحيح الذي يليه مباشرة مهم

٣) أختار الحد الأدنى للفئة الأولى و ليكن أصغر قيمة في البيانات و هي ١٥

٤) إيجاد الحد الأعلى للفئة الأولى = الحد الأدنى + طول الفئة - ١

= ١٥ + ٤ – ١ = ١٨

٥) أكمل الجدول التالي

الفئات	١٥ - ١٨	١٩ - ٢٢	٢٣ - ٢٦	٢٧ - ٣٠
التكرار	٣	٤	٢	٦

قانون / الحد الأعلى للفئة الأولى = الحد الأدنى + طول الفئة - ١

مكتبة زهور الأقصى

تدريب (٢) تمثل البيانات التالية عدد الساعات التي يقضيها ٢٠ طالب في حل الأنشطة البيتية اسبوعياً .

٢٠	٣٥	٢٧	٣٠	٢٤	٢٨	٢٦	١٤	٢٢	٢٧
٢٨	٢٤	١٥	١٧	٢٥	٢٦	٢٤	١٨	٣٢	٣٣

عدد الفئات

كيف يمكن تصنيف البيانات إلى خمس فئات :

١) إيجاد مدى البيانات = أكبر قيمة – أصغر قيمة = ٣٥ - ١٢ = ٢٣

٢) إيجاد طول الفئة = المدى ÷ عدد الفئات = ٢٣ ÷ ٥ ≈ ٥

٣) أختار الحد الأدنى للفئة الأولى و ليكن أصغر قيمة في البيانات و هي ١٢

٤) إيجاد الحد الأعلى للفئة الأولى = الحد الأدنى + طول الفئة - ١

= ١٢ + ٥ - ١ = ١٦

٥) أكمل الجدول التالي

الفئات	١٢ - ١٦	١٧ - ٢١	٢٢ - ٢٦	٢٧ - ٣١	٣٢ - ٣٦
التكرار	٢	٤	٦	٥	٣

تدريبات إضافية / حل سؤال ١ صفحة ٨٨ من الكتاب المدرسي

مكتبة زهور الأقصى

بطاقة رقم (٢٣)

الموضوع / التمثيل البياني للجداول التكرارية ذات الفئات .

أولاً / المدرج التكراري

الهدف /

١) أن يتعرف إلى المدرج التكراري .

٢) أن يجد الحد الفعلي الأدنى / الأعلى للفئات .

٣) أن يمثل البيانات بالمدرج التكراري .

تمهيد / جد ناتج ٢ + ٠,٥ = ... ٣ – ٠,٥ = ...

تعريف المدرج التكراري / هو عبارة عن تمثيل الجدول التكرارية بوساطة مستطيلات متلاصقة ، و يتم تعيين الحدود الفعلية على المحور الأفقي و التكرارات على المحور العمودي .

أتعلم : الحد الفعلي الأدنى = الحد الأدنى – ٠,٥

الحد الفعلي الأعلى = الحد الأعلى + ٠,٥

مثال / الجدول التالي يوضح علامات ٢٠ طالب في مادة التربية الإسلامية للصف التاسع

مثل البيانات التالية بالمدرج التكراري

الفئات	٣ - ٧	٨ – ١٢	١٣ - ١٧	١٨ - ٢٢
التكرار (عدد الطلاب)	٢	٥	٧	٦

الحل/ ١) إيجاد الحدود الفعلية للفئات

أي الفئة الأولى (٣ – ٧) حدودها الفعلية هي ٢,٥ – ٧,٥

الفئة الثانية (٨ – ١٢) حدودها الفعلية هي ٧,٥ - ١٢,٥

الفئة الثالثة (١٣ - ١٧) حدودها الفعلية هي ١٢,٥ – ١٧,٥

الفئة الرابعة (١٨ – ٢٢) حدودها الفعلية هي ١٧,٥ – ٢٢,٥

الفئات	٣ - ٧	٨ – ١٢	١٣ - ١٧	١٨ - ٢٢
التكرار (عدد الطلاب)	٢	٥	٧	٦
الحدود الفعلية	٢,٥ – ٧,٥	٧,٥ - ١٢,٥	١٢,٥ – ١٧,٥	١٧,٥ – ٢٢,٥

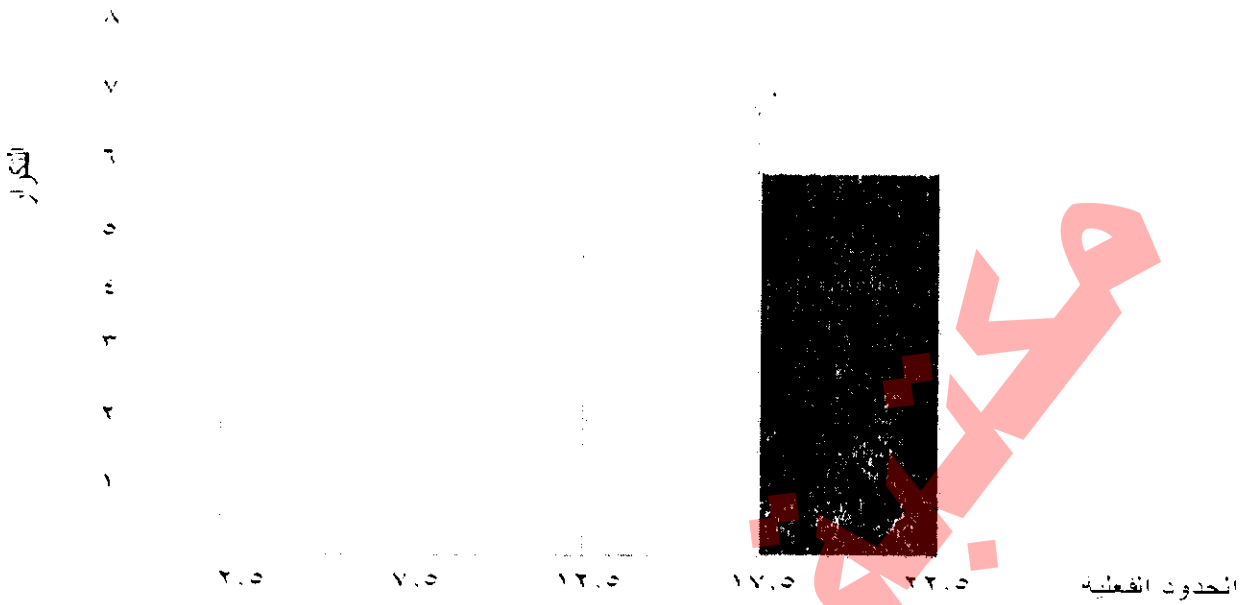
٢) نرسم محورين متعامدين بحيث يمثل المحور الأفقي محور السينات و المحور العمودي محور الصادات .

٣) نعين الحدود الفعلية على المحور الافقي .

٤) نعين التكرار على المحور العمودي .

٥) نرسم المستطيلات متلاصقة كما في الشكل

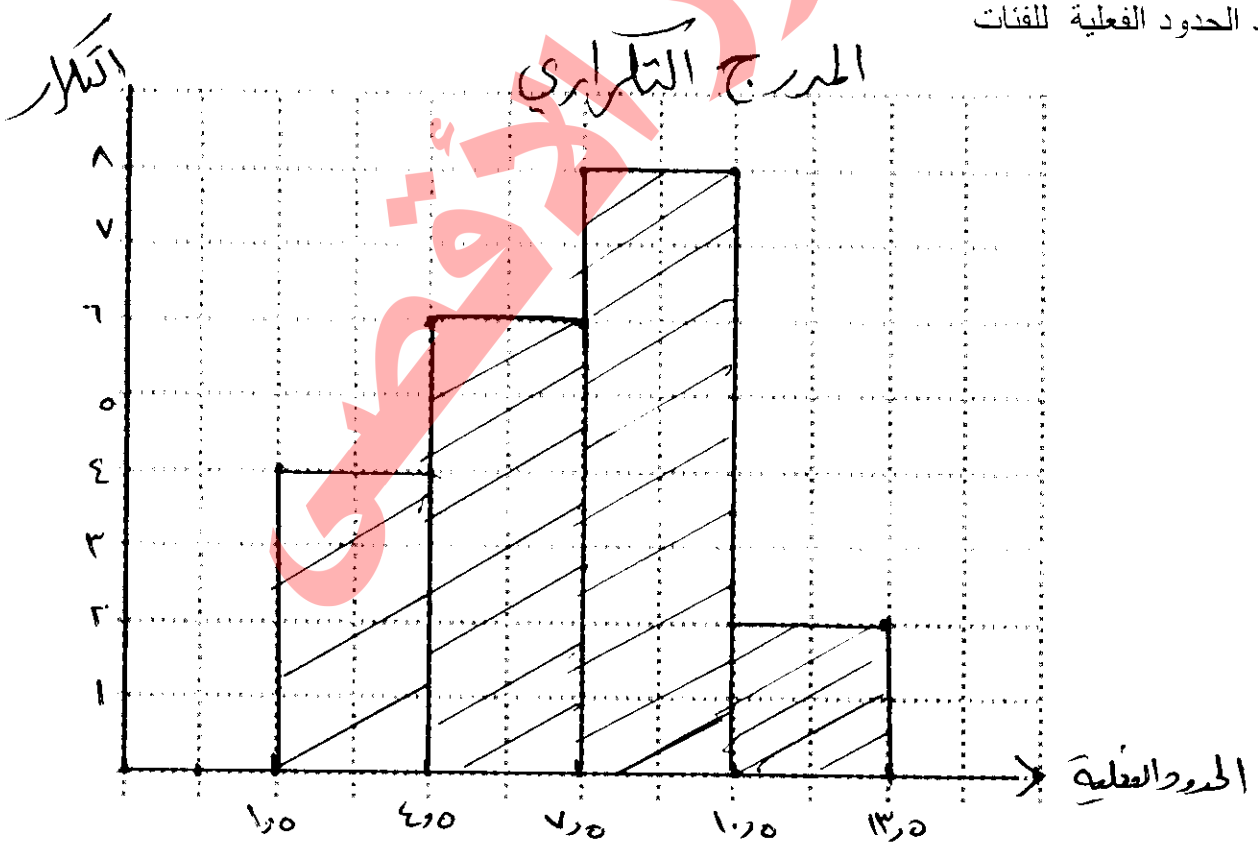
مكتبة زهور الأقصى



تدريب / مثل البيانات التالية بالمدرج التكراري

الفئات	٢ - ٤	٥ - ٧	٨ - ١٠	١١ - ١٣
التكرار	٤	٦	٨	٢
الحدود الفعلية	١٫٥ - ٤٫٥	٤٫٥ - ٧٫٥	٧٫٥ - ١٠٫٥	١٠٫٥ - ١٣٫٥

الحل/ إيجاد الحدود الفعلية للفئات



مكتبة زهور الأقصى

بطاقة رقم (٢٤)

الموضوع / التمثيل البياني للجداول التكرارية ذات الفئات .

ثانياً / المضلع التكراري

الهدف /

١) أن يتعرف إلى المضلع التكراري .
٢) أن يتعرف إلى مفهوم مركز الفئة .
٣) أن يجد مركز الفئة .
٤) أن يمثل البيانات بالمضلع التكراري .

تمهيد / جد ناتج

١) $\frac{٧+١}{٢} = \frac{٨}{٢} = ٤$ ٢) $\frac{١٥+١٠}{٢} = \frac{٢٥}{٢} = ١٢,٥$

تعريف المضلع التكراري : هو عبارة عن مضلع مغلق ينتج من توصيل النقاط التي احداثيات كل منها (مركز الفئة ، تكرار الفئة) و لكي يصبح المضلع مغلقاً ، نعين مركز (فئة سابقة) تكرارها صفر و مركز (فئة لاحقة) تكرارها صفر .

أتعلم :

مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى}}{٢}$

مثال : يمثل الجدول التكراري الآتي علامات (٤٠) طالبة في امتحان رياضيات .

الفئات	٣ – ٧	٨ – ١٢	١٣ - ١٧	١٨ - ٢٢	٢٣ - ٢٧
التكرار	٣	٥	١٢	١٨	٢

الحل :

١) إيجاد مراكز الفئات

مركز الفئة الأولى = $\frac{٧+٣}{٢} = \frac{١٠}{٢} = ٥$

مركز الفئة الثانية = $\frac{١٢+٨}{٢} = \frac{٢٠}{٢} = ١٠$

مركز الفئة الثالثة = $\frac{١٧+١٣}{٢} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$

مركز الفئة الرابعة = $\frac{٢٢+١٨}{٢} = \frac{٤٠}{٢} = ٢٠$

مركز الفئة الخامسة = $\frac{٢٧+٢٣}{٢} = \frac{٥٠}{٢} = ٢٥$

مكتبة زهور الأقصى

الفئات	٣ ــ ٧	٨ ــ ١٢	١٣ - ١٧	١٨ - ٢٢	٢٣ - ٢٧
التكرار	٣	٥	١٢	١٨	٢
مركز الفئة	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥

٢) نرسم محورين متعامدين بحيث يمثل المحور الأفقي محور السينات و المحور العمودي محور الصادات .

٣) نعين مراكز الفئات على المحور الافقي .

٤) نعين التكرار على المحور العمودي .

٥) نعين مركز (فئة سابقة) تكرارها صفر و مركز (فئة لاحقة) تكرارها صفر .

٦) نعين النقاط التي احداثياتها كل منها (مركز الفئة ، تكرار الفئة)

٧) نصل النقاط بخط مستقيم كما في الشكل .

تمرين : يمثل الجدول التكراري الآتي علامات (٢٠) طالب في امتحان اللغة العربية .

الفئات	٥ ــ ٧	٨ ــ ١٠	١١ - ١٣	١٤ - ١٦	١٧ - ١٩
التكرار	٢	٤	٦	٥	٣

الحل : إيجاد مراكز الفئات باستخدام القانون :

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى}}{٢}$$

$$\text{مركز الفئة الأولى} = \frac{٥ + ٧}{٢} = \frac{١٢}{٢} = ٦$$

مكتبة زهور الأقصى

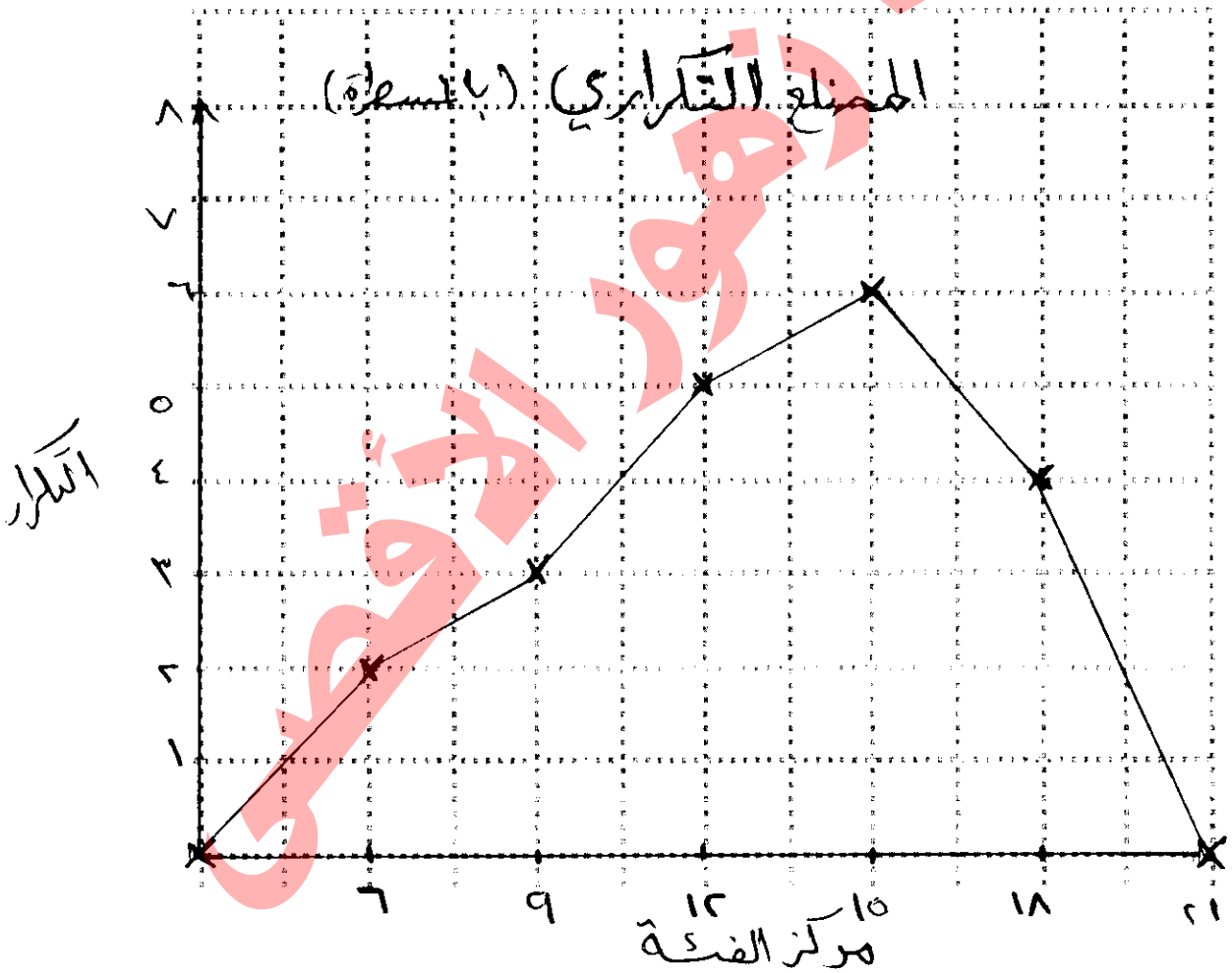
مركز الفئة الثانية = $\frac{\text{٨٠٠٠} + \text{١٠٠٠٠}}{٢} = \frac{\text{١٨٠٠٠}}{٢} = \text{٩٠٠٠}$

مركز الفئة الثالثة = $\frac{\text{١١٠٠٠} + \text{١٣٠٠٠}}{٢} = \frac{\text{٢٤٠٠٠}}{٢} = \text{١٢٠٠٠}$

مركز الفئة الرابعة = $\frac{\text{١٤٠٠٠} + \text{١٦٠٠٠}}{٢} = \frac{\text{٣٠٠٠٠}}{٢} = \text{١٥٠٠٠}$

مركز الفئة الخامسة = $\frac{\text{١٧٠٠٠} + \text{١٩٠٠٠}}{٢} = \frac{\text{٣٦٠٠٠}}{٢} = \text{١٨٠٠٠}$

الفئات	٥ ــ ٧	٨ ــ ١٠	١١ - ١٣	١٤ - ١٦	١٧ - ١٩
التكرار	٢	٣	٥	٦	٤
مركز الفئة	٦	٩	١٢	١٥	١٨



تدريبات إضافية / حل سؤال ١ الفرع (ب) صفحة ٩٤ من الكتاب المدرسي

مكتبة زهور الأقصى

بطاقة رقم (٢٥)

الموضوع / التمثيل البياني للجداول التكرارية ذات الفئات .

ثالثاً / المنحنى التكراري

الهدف /

١) أن يتعرف إلى المنحنى التكراري .

٢) أن يمثل البيانات بالمنحى التكراري .

تمهيد / جد ناتج

١) $\frac{١٠+١٢}{٢} =$ ..... ٢) $\frac{٥٠+٥٩}{٢} =$ ..... $= \frac{١٠٩}{٢} =$ ٥٤,٥

٣) مركز الفئة $= \frac{\text{الحد الأدنى للفئة} + \text{الحد الأعلى للفئة}}{٢}$

تعريف المنحنى التكراري : هو منحنى مقفل بسيط ، يوضح أي القيم تكرارها أكثر من الأخرى و ينتج المنحنى من توصيل النقاط التي احداثيات كل منها (مركز الفئة ، و التكرار المقابل لها) ، و لكي يصبح المنحنى مقفلاً ، نعين مركز (فئة سابقة) ، تكرارها صفر ، و مركز (فئة لاحقة) تكرارها صفر .

مثال : يمثل الجدول التكراري الآتي فئات كتل (١٠٠) موظف بالكيلو غرام في احدى المؤسسات

الفئات	٥٠ ــ ٥٩	٦٠ ــ ٦٩	٧٠ ــ ٧٩	٨٠ ــ ٨٩	٩٠ ــ ٩٩
التكرار	٨	٢٢	٤٠	٢٥	٥
مركز الفئة					

الحل :

١) إيجاد مراكز الفئات

مركز الفئة الأولى $= \frac{٥٠+٥٩}{٢} = \frac{١٠٩}{٢} = ٥٤,٥$

مركز الفئة الثانية $= \frac{٦٠+٦٩}{٢} = \frac{١٢٩}{٢} = ٦٤,٥$

مركز الفئة الثالثة $= \frac{٧٠+٧٩}{٢} = \frac{١٤٩}{٢} = ٧٤,٥$

مركز الفئة الرابعة $= \frac{٨٠+٨٩}{٢} = \frac{١٦٩}{٢} = ٨٤,٥$

مركز الفئة الخامسة $= \frac{٩٠+٩٩}{٢} = \frac{١٨٩}{٢} = ٩٤,٥$

مكتبة نهود الأقصى

الفئات	٥٠ ــ ٥٩	٦٠ ــ ٦٩	٧٠ ــ ٧٩	٨٠ ــ ٨٩	٩٠ ـ ٩٩
التكرار	٨	٢٢	٤٠	٢٥	٥
مركز الفئة	٥٤,٥	٦٤,٥	٧٤,٥	٨٤,٥	٩٤,٥

٢) نرسم محورين متعامدين بحيث يمثل المحور الأفقي محور السينات و المحور العمودي محور الصادات .

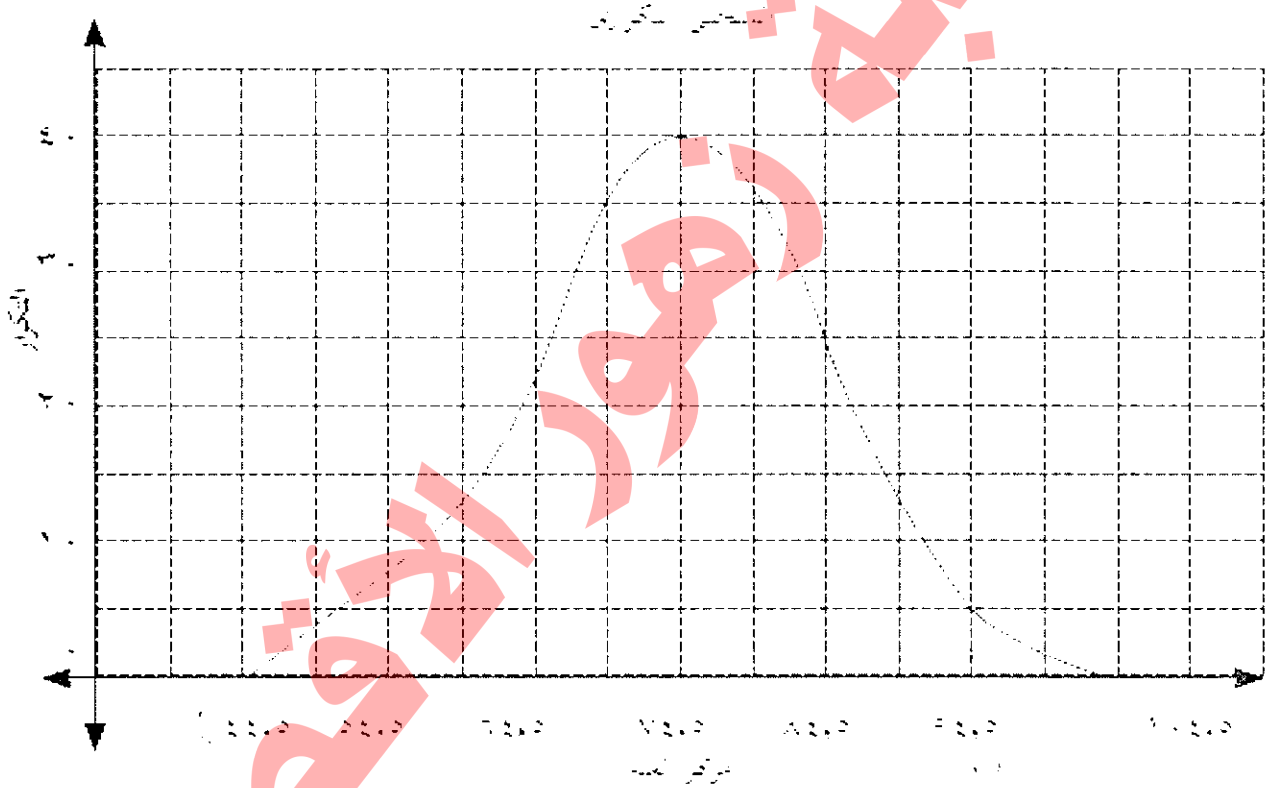
٣) نعين مراكز الفئات على المحور الافقي .

٤) نعين التكرار على المحور العمودي .

٥) نعين مركز (فئة سابقة) تكرارها صفر و مركز (فئة لاحقة) تكرارها صفر .

٦) نعين النقاط التي احداثياتها كل منها (مركز الفئة ، تكرار الفئة)

٧) ينتج المنحنى من توصيل النقاط كما في الشكل .



تمرين : يمثل الجدول التكراري الآتي علامات (٣٠) طالب في امتحان المواد الاجتماعية

الفئات	٢٦ ــ ٣٠	٣١ ــ ٣٥	٣٦ ـ ٤٠	٤١ ـ ٤٥	٤٦ ـ ٥٠
التكرار	٢	٤	٦	١٠	٨
مركز الفئة	٢٨				

الحل : إيجاد مراكز الفئات

$$\text{مركز الفئة الأولى} = \frac{٣٠ + ٢٦}{٢} = \frac{٥٦}{٢} = ٢٨$$

مكتبة زهور الأقصى

مركز الفئة الثانية = $\frac{٣٠٥.. + ٢١..}{٢} = \frac{٦٦..}{٢} = ٣٣...$

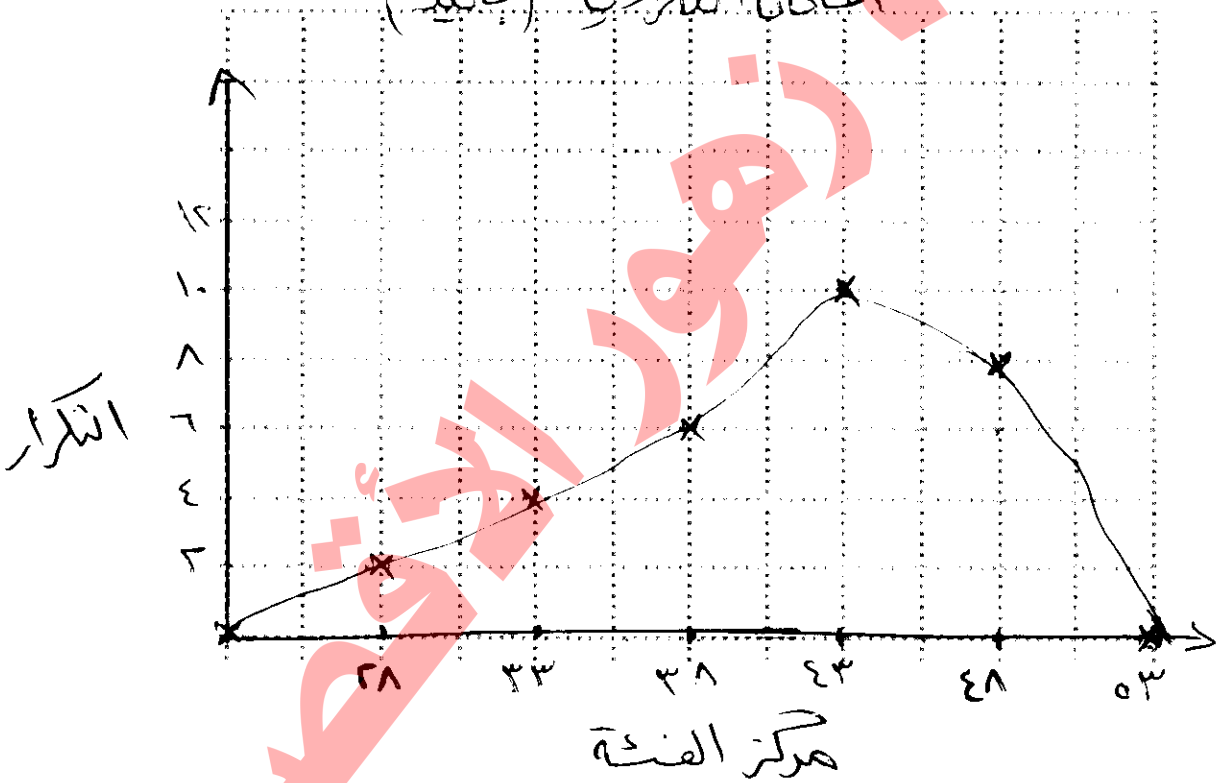
مركز الفئة الثالثة = $\frac{٤٠... + ٣٦..}{٢} = \frac{٧٦..}{٢} = ٣٨..$

مركز الفئة الرابعة = $\frac{٤٥.. + ٤١..}{٢} = \frac{٨٦..}{٢} = ٤٣..$

مركز الفئة الخامسة = $\frac{٥١.. + ٤٦..}{٢} = \frac{٩٦..}{٢} = ٤٨..$

الفئات	٢٦ ـ ٣٠	٣١ ـ ٣٥	٣٦ ـ ٤٠	٤١ ـ ٤٥	٤٦ ـ ٥٠
التكرار	٢	٤	٦	١٠	٨
مركز الفئة	٢٨	٣٣	٣٨	٤٣	٤٨

المضلع التكراري (جانبي)



مكتبة زهور الإخصى

بطاقة رقم (٢٦)

الموضوع / التمثيل البياني للجداول التكرارية ذات الفئات .

رابعاً / المنحنى التكراري المتجمع الصاعد

الهدف /

١) أن يتعرف إلى مفهوم التكرار المتجمع .
٢) أن يتعرف إلى المنحنى التكراري المتجمع الصاعد
٣) أن يمثل بيانات في المنحنى التكراري المتجمع الصاعد

تمهيد / أكمل

١) الحد الفعلي الأعلى للفئة (٥ – ٨) هو .....٨,٥.....
٢) الحد الفعلى الأعلى للفئة (٧٠ - ٧٩) هو .....٧٩,٥.....

مثال (١)

يمثل الجدول التكراري الاتي توزيع كتل (٣٠) طالب بالكيلو غرام في احدى المدارس

الفئات	٢٦ – ٣٠	٣١ – ٣٥	٣٦ -٤٠	٤١ -٤٥	٤٦ - ٥٠
التكرار	٧	٥	٦	٨	٤

من الجدول السابق أكمل

عدد الطلبة الذين أوزانهم ٣٠ و أقل هو ٧
عدد الطلبة الذين أوزانهم ٣٥ و أقل هو ٥ + ٧ = ١٢
عدد الطلبة الذين أوزانهم ٤٠ و أقل هو ٦ + ٥ + ٧ = ١٨
عدد الطلبة الذين أوزانهم ٤٥ و أقل هو ٨ + ٦ + ٥ + ٧ = ٢٦
عدد الطلبة الذين أوزانهم ٥٠ و أقل هو ٤ + ٨ +٦ + ٥ + ٧ = ٣٠

تمرين (١) يمثل الجدول التكراري الاتي توزيع علامات (٢٠) طالب في مادة الرياضيات

الفئات	٢٠ – ٢٩	٣٠ -٣٩	٤٠ -٤٩	٥٠ - ٥٩
التكرار	٣	٦	٧	٤

من الجدول السابق أكمل :

عدد الطلبة الحاصلين على علامة ٢٩ و أقل هو .....٣.....
عدد الطلبة الحاصلين على علامة ٣٩ و أقل هو .....٣+٦=٩.....
عدد الطلبة الحاصلين على علامة ٤٩ و أقل هو .....٣+٦+٧=١٦.....
عدد الطلبة الحاصلين على علامة ٥٩ و أقل هو .....٣+٦+٧+٤=٢٠.....

تعريف التكرار المتجمع الصاعد (التكرار التراكمي) : هو مجموع كل تكرار مع جميع التكرارت التي تسبقه .

المنحنى التكراري المتجمع الصاعد : هو منحنى تتجمع فيه التكرارات على التوالي من أحد طرفيه إلى طرفه الآخر ، وصولاً إلى التكرار الكلي و ينتج المنحنى من توصيل النقاط التي إحداثيات كل منها (الحدود الفعلية العليا ، التكرار المتجمع الصاعد) .

مكتبة زهور الأقصى

مثال (٢) في مشروع لنظافة الأحياء الفلسطينية ، تم تعيين (١٠٠) عامل أجورهم بالدينار

الفئات	٧٠ – ٧٩	٨٠ – ٨٩	٩٠ – ٩٩	١٠٠ – ١٠٩	١١٠ - ١١٩
التكرار	٨	٢٢	٤٠	٢٥	٥

كون الجدول التكراري المتجمع الصاعد ثم مثله بالمنحنى التكراري المتجمع الصاعد

الحل : ١) إيجاد الحدود الفعليه العليا للفئات

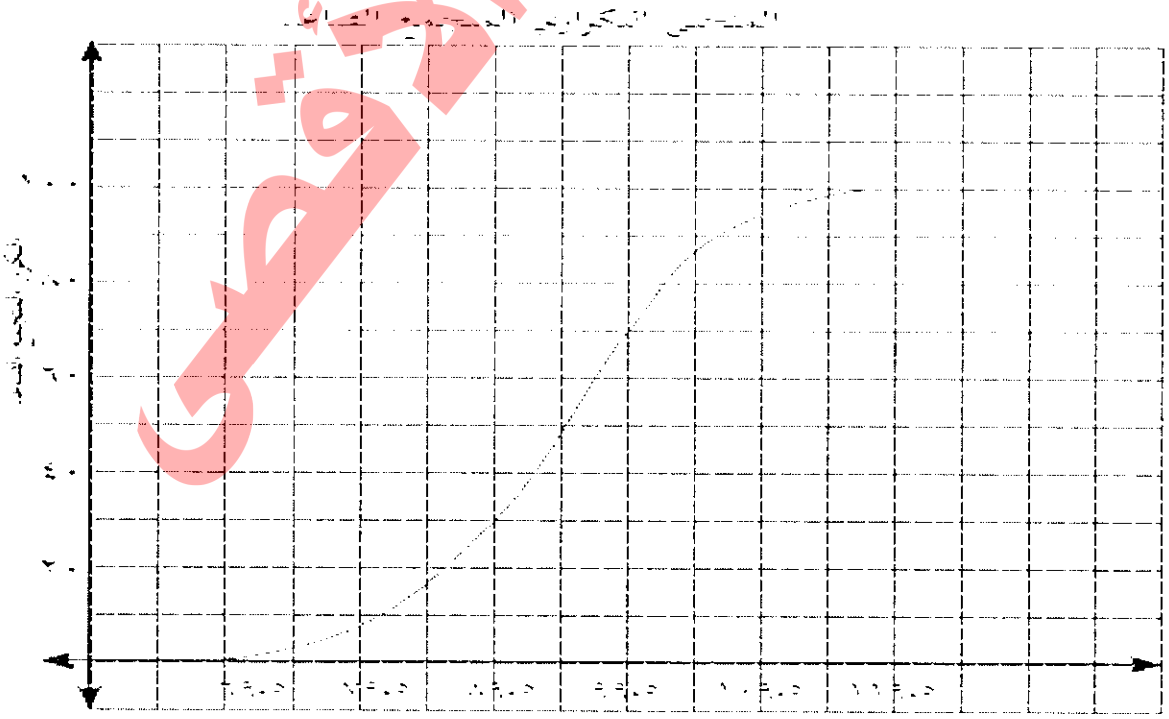
هي بالترتيب ٧٩,٥ ، ٨٩,٥ ، ٩٩,٥ ، ١٠٩,٥ ، ١١٩,٥

٢) إيجاد التكرار المتجمع الصاعد كما في الجدول

الحدود الفعلية العليا	التكرار المتجمع الصاعد
٧٩,٥	٨
٨٩,٥	٣٠ = ٨ + ٢٢
٩٩,٥	٧٠ = ٨ + ٢٢ + ٤٠
١٠٩,٥	٩٥ = ٨ + ٢٢ + ٤٠ + ٢٥
١١٩,٥	١٠٠ = ٨ + ٢٢ + ٤٠ + ٢٥ + ٥

٣) لتمثيل البيانات بالمنحنى التكراري المتجمع الصاعد

- ❖ نرسم محورين متعامدين بحيث يمثل المحور الأفقي محور السينات و المحور العمودي محور الصادات .
- ❖ نعين الحدود الفعلية العليا على المحور الافقي ،التكرار المتجمع الصاعد على المحور العمودي
- ❖ نعين الحد الفعلي الأدنى للفئة الأولى و تكرارها المتجمع الصاعد صفر
- ❖ نعين النقاط التي احداثياتها كل منها (الحدود الفعلية العليا ، التكرار المتجمع الصاعد) .
- ❖ ينتج المنحنى من توصيل النقاط كما في الشكل .



مكتبة زهور الأقصى

تمرين (٢) الجدول التالي يمثل أعمار ٢٠ طالب من حفظة القران الكريم

الفئات	٧ ــ ٩	١٠ ــ ١٢	١٣ ــ ١٥	١٦ ــ ١٨
التكرار	٣	٤	٧	٦

كون الجدول التكراري المتجمع الصاعد ثم مثله بالمنحنى التكراري المتجمع الصاعد

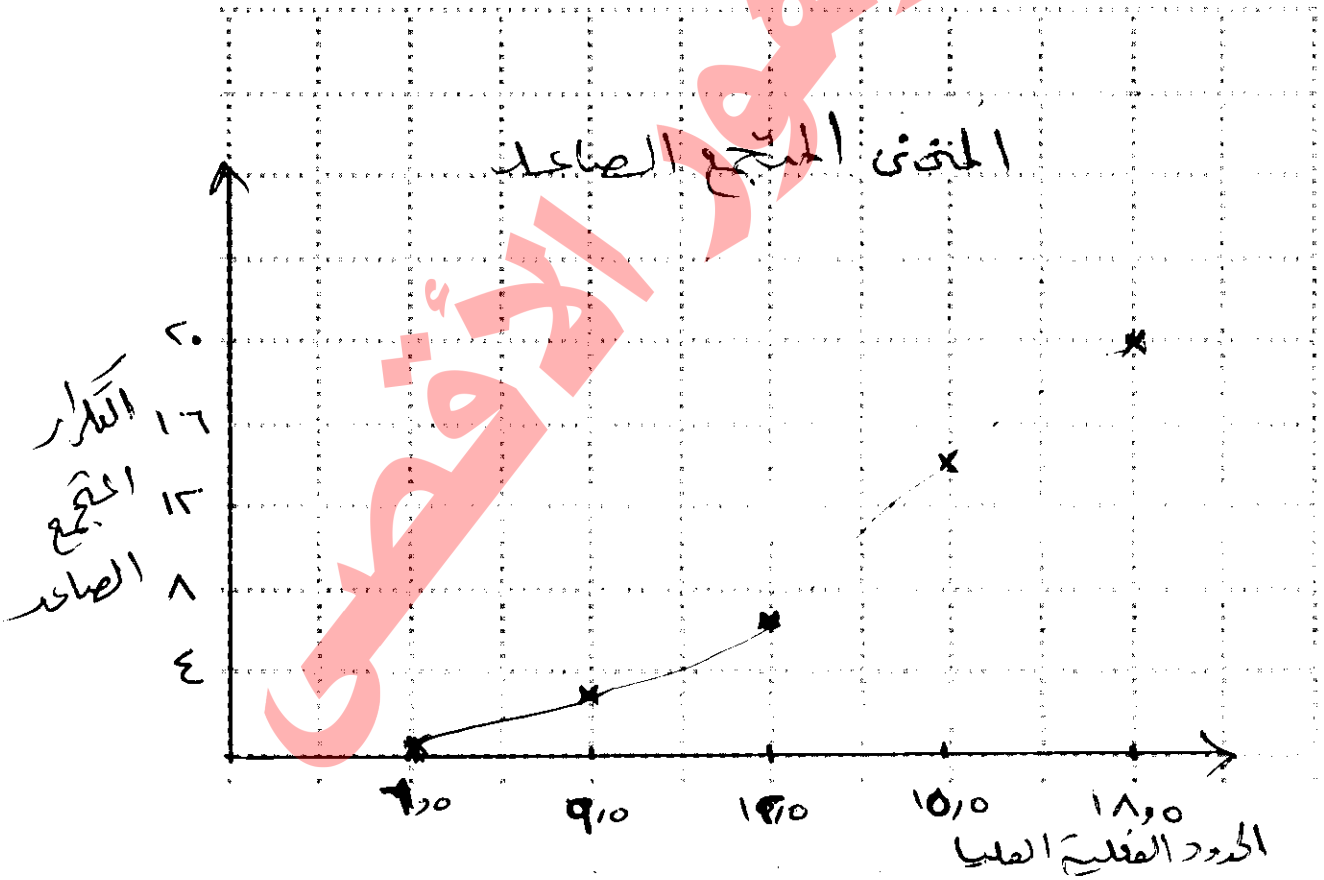
الحل : ١) ايجاد الحدود الفعليه العليا للفئات

هي بالترتيب .....

٢) ايجاد التكرار المتجمع الصاعد

الحدود الفعلية العليا	التكرار المتجمع الصاعد
٩,٥	٣
١٢,٥	٣+٤ = ٧
١٥,٥	٣+٤+٧ = ١٤
١٨,٥	٣+٤+٧+٦ = ٢٠

٣) تمثيل البيانات بالمنحنى التكراري المتجمع الصاعد



تدريبات إضافية / حل سؤال ٢ صفحة ٩٤ من الكتاب المدرسي

مكتبة زهور الأقصى

مكتبة زهور الأقصى